



**HAL**  
open science

## Calcul du taux de restitution d'énergie en mode II d'une éprouvette cousue = Mode II calculus of strain release rate for stitched composite beam

Florentin Berthet, Thierry Ansart

► **To cite this version:**

Florentin Berthet, Thierry Ansart. Calcul du taux de restitution d'énergie en mode II d'une éprouvette cousue = Mode II calculus of strain release rate for stitched composite beam. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 8 p. hal-00389489

**HAL Id: hal-00389489**

**<https://hal.science/hal-00389489>**

Submitted on 11 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Calcul du taux de restitution d'énergie en mode II d'une éprouvette cousue

## *Mode II calculus of strain release rate for stitched composite beam*

Florentin Berthet<sup>1</sup>, Thierry Ansart<sup>2</sup>

1 : Ecole des mines d'Albi-Carmaux, CROMEP,  
Université de Toulouse, Campus Jarlard, Route de teillet\_F-81013 Albi CT cedex 09  
e-mail : [florentin.berthet@enstimac.fr](mailto:florentin.berthet@enstimac.fr)

2 : Centre d'essais Aéronautique de Toulouse, Division structure  
47 rue saint Jean -BP 92123 – F - 31131 Balma Cedex  
e-mail : [thierry.ansart@dga.defense.gouv.fr](mailto:thierry.ansart@dga.defense.gouv.fr)

### Résumé

Cet article présente le calcul du taux de restitution d'énergie en mode II d'une éprouvette composite carbone/époxyde cousue. Le calcul repose sur le calcul de la déformée selon la théorie des poutres. La zone fissurée entre appui est caractérisée par une zone fissurée sans couture et une zone fissurée avec couture. La zone fissurée cousue est modélisée comme une contrainte de cisaillement uniforme.

La formule développée permet de prendre en compte la couture et d'accéder à un  $G_{IIc}$  uniquement dépendant de la résine. Ainsi pour deux composites identiques sauf au niveau de la couture on obtient une valeur de  $G_{IIc}$  non différenciée par le paramètre couture (cousu/non cousu).

### Abstract

This article presents the calculation of the strain release rate in mode II of a composite sample carbon / epoxide sewn. The calculation bases on the theory of beams. The cracked zone enters support is characterized by a zone cracked without sewing and a zone cracked with sewing.

The developed formula allows to take into account the sewing and to access on  $G_{IIc}$  only dependent of resin. So for two identical composites so as to the level of the stitching we obtain a value of  $G_{IIc}$  not differentiated by the parameter stitched/not stitched.

**Mots Clés :**  $G_{IIc}$ , Composite, couture, RTM

**Keywords :**  $G_{IIc}$ , Composite, stitched, RTM

## 1. Introduction

Le taux de restitution d'énergie en mode II de composites carbone époxy est un sujet important dans le domaine de l'aéronautique. Un des moyens de limiter l'étendue de dommages provoqués par un impact sur un composite est d'avoir une couture transverse du composite. L'article se décompose en deux phases. Dans un premier temps nous établirons une formule liant la présence de couture au taux de restitution d'énergie en mode II. Dans un deuxième temps nous appliquerons cette formule à des composites carbone époxy cousus et non cousus, et nous mettrons en évidence l'incidence du poudrage thermoplastique utilisé pour préformer en RTM sur le  $G_{IIc}$ .

## 2. Théorie

Le Calcul repose sur la théorie des poutres [4]. La zone fissurée entre appui est caractérisée par une zone fissurée sans couture et une zone fissurée avec couture (Fig. 1).

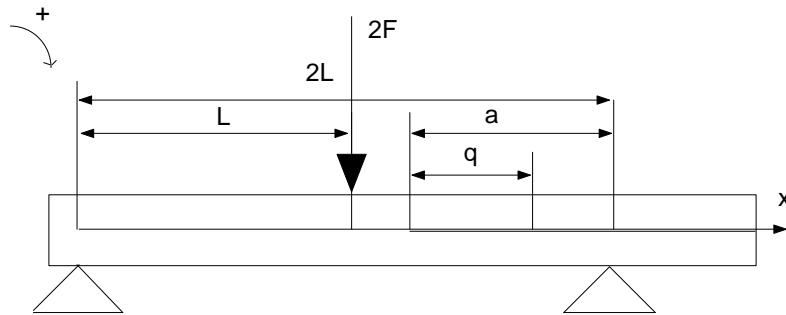


Fig. 1. Poutre cousue fissurée à l'extérieur en flexion trois points.

Sur la figure (Fig.1) on distingue 4 zones :

- zone 1: x entre 0 et L
- zone 2: x entre L et 2L-a
- zone 3 : x entre 2L-a et 2L-a+q ( zone cousue)
- zone 4: x entre 2L-a+q et 2L

Les dimensions de la poutre sont : épaisseur 2h, largeur B.

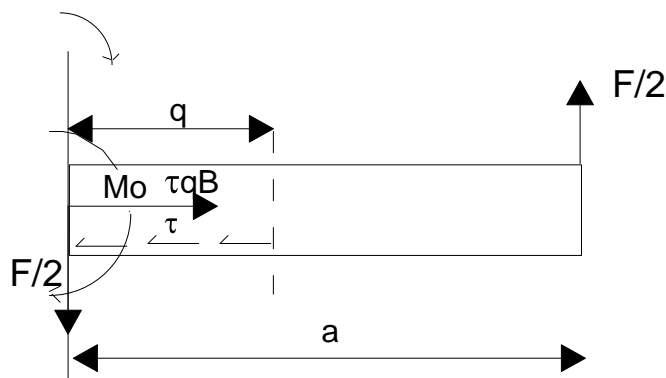


Fig. 2. Dessin de la portion 3 et 4 de la poutre (épaisseur h).

Les calculs reposent sur la double intégration de

$$\ddot{y} = \frac{-M_f}{EI} \tag{eq. 1}$$

par morceaux. Calculons les moments de flexion par rapport à la fibre moyenne de la poutre.  
Zone 1 :

$$M_{f1}(x) = Fx \tag{eq. 2}$$

Zone 2 :

$$M_{f2}(x) = Fx - 2F(x - L) \tag{eq. 3}$$

Le moment Mo de la figure (Fig.2) est donné par

$$Mo = \frac{1}{2} M_{f2}(2L - a) - \tau q B h / 2 \tag{eq. 4}$$

Zone 3 :Hypothèse : la contrainte de cisaillement est constante sur la partie cousue

$$M_{f3}(x) = Mo - (F/2)(x - (2L - a)) + \tau(x - (2L - a))Bh/2 \tag{eq. 5}$$

Zone 4 :

$$M_{f4}(x) = Mo + \pi q B h / 2 - (F / 2)(x - (2L - a))(x - (2L - a)) \quad (\text{eq. 6})$$

Sur les zones 1 et 2

$$I = (8Bh^3) / 12 \quad (\text{eq. 7})$$

Sur les zones 3 et 4

$$I_{3,4} = (Bh^3) / 12 = I / 8 \quad (\text{eq. 8})$$

La résolution de (eq.1) par morceaux sur les quatre zones nous permet de calculer la déformée de la poutre. Cette expression nous fournit 4 équations différentielles.

$$\ddot{y}_1 = \frac{-M_{f1}}{EI} \quad (\text{eq. 9})$$

$$\ddot{y}_2 = \frac{-M_{f2}}{EI} \quad (\text{eq. 10})$$

$$\ddot{y}_3 = \frac{-M_{f3}}{EI_{3,4}} \quad (\text{eq. 11})$$

$$\ddot{y}_4 = \frac{-M_{f4}}{EI_{3,4}} \quad (\text{eq. 12})$$

Il faut déterminer huit constantes en utilisant les conditions limites. Les conditions limites proviennent de la continuité de dérivées et de la déformée au passage d'une zone sur l'autre (6 équations), déplacement nuls sur les appuis (2 équations). Les conditions limites s'écrivent

$$y_1(x = 2L) = y_2(x = 2L) \quad (\text{eq. 13})$$

$$\dot{y}_1(x = 2L) = \dot{y}_2(x = 2L) \quad (\text{eq. 14})$$

$$y_2(x = 2L - a) = y_3(x = 2L - a) \quad (\text{eq. 15})$$

$$\dot{y}_2(x = 2L - a) = \dot{y}_3(x = 2L - a) \quad (\text{eq. 16})$$

$$y_3(x = 2L - a + q) = y_4(x = 2L - a + q) \quad (\text{eq. 17})$$

$$\dot{y}_3(x = 2L - a + q) = \dot{y}_4(x = 2L - a + q) \quad (\text{eq. 18})$$

$$y_1(x = 0) = 0 \quad (\text{eq. 19})$$

$$y_4(x = 2L) = 0 \quad (\text{eq. 20})$$

L'indice indique la zone concernée. La résolution du système d'équations différentielles permet de calculer la flèche au centre de l'éprouvette.

$$y_1(x=L) = -\frac{2FL^3 + 3Fa^3 - 6\tau Bhaq^2 + 2\pi q^3 Bh}{4EBh^3} \quad (\text{eq. 21})$$

La compliance s'écrit.

$$C = \frac{\delta}{2F} = \frac{2FL^3 + 3Fa^3 - 6\tau Bhaq^2 + 2\pi q^3 Bh}{8EBh^3 F} \quad (\text{eq. 22})$$

Le taux de restitution d'énergie en mode II s'exprime en fonction de la compliance.

$$G_{II} = \frac{(2F)^2}{2B} \frac{\partial C}{\partial a} = \frac{3F(3Fa^2 - 2\pi q^2 Bh)}{4B^2 Eh^3} \quad (\text{eq. 23})$$

On remarquera que si  $q=0$  (c'est à dire si la partie fissurée ne comporte pas de couture), alors on retrouve la formule utilisée couramment pour la détermination du taux de restitution d'énergie par la méthode flexion fendue à l'extrémité (F.F.E.)

$$G_{IIc} = \frac{9F^2 a^2}{4B^2 Eh^3} \quad (\text{eq. 24})$$

L'éprouvette utilisée expérimentalement est constituée de carbone et d'époxy mis en œuvre par RTM après couture. Elle présente une zone non cousue de 50 mm de long avec un film teflon situé à mi épaisseur pour amorcer la fissure. [1]

Cette formule (eq.23) permet d'expliquer ce que l'on observe expérimentalement, c'est à dire l'augmentation de  $G_{IIc}$  avec la longueur totale fissurée jusqu'à un pallier (fig.3) quand on utilise la formule « standard » du  $G_{IIc}$ .

$$G_{IIc} = \frac{36F^2 a^2 C}{2B(2L^3 + 3a^3)} \quad (\text{eq. 25})$$

Avec

$$C = \frac{\delta}{2F} \quad (\text{eq. 26})$$

### 3. Confrontation aux résultats expérimentaux

#### 1.1 Résultats $G_{IIc}$ selon l'analyse classique

La figure suivante (Fig.3) Montre des résultats de  $G_{IIc}$  analysé d'une manière non différenciée en fonction de la couture avec une équation du type (eq.25). On voit clairement que les résultats se divisent en deux familles : Composite cousu et composite non cousu. La couture (courbe moyenne cousu) apporte une amélioration du  $G_{II}$  d'un facteur maximum de 2.5 en moyenne par rapport à un composite non cousu (Fig.3). Le composite cousu présente une dépendance à la longueur fissurée.

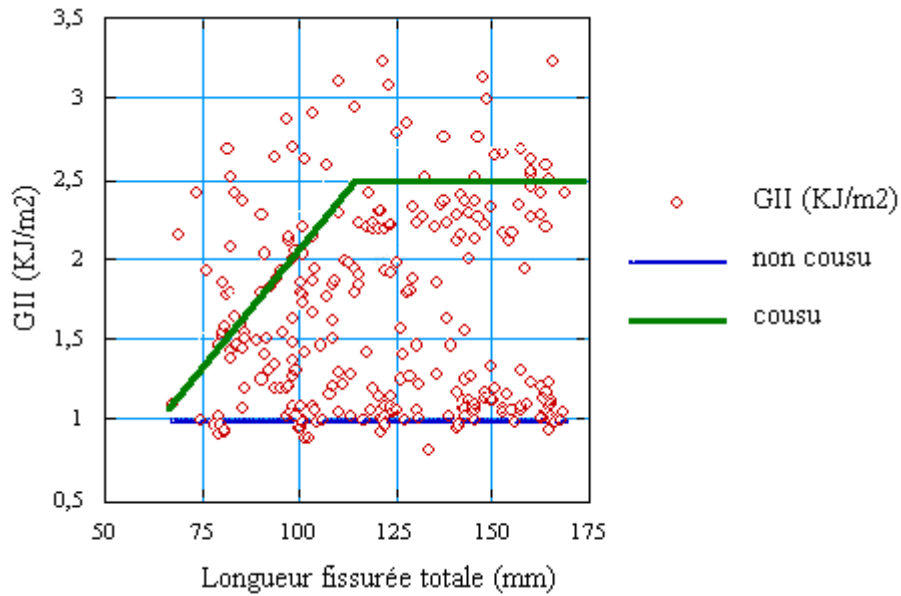


Fig. 3. Deux comportements de composites carbone/epoxy fabriqués par RTM en fonction de la couture.

D'autre part, on observe (Fig.4) que théoriquement l'énergie disponible en tête de fissure est divisée dans le même rapport.

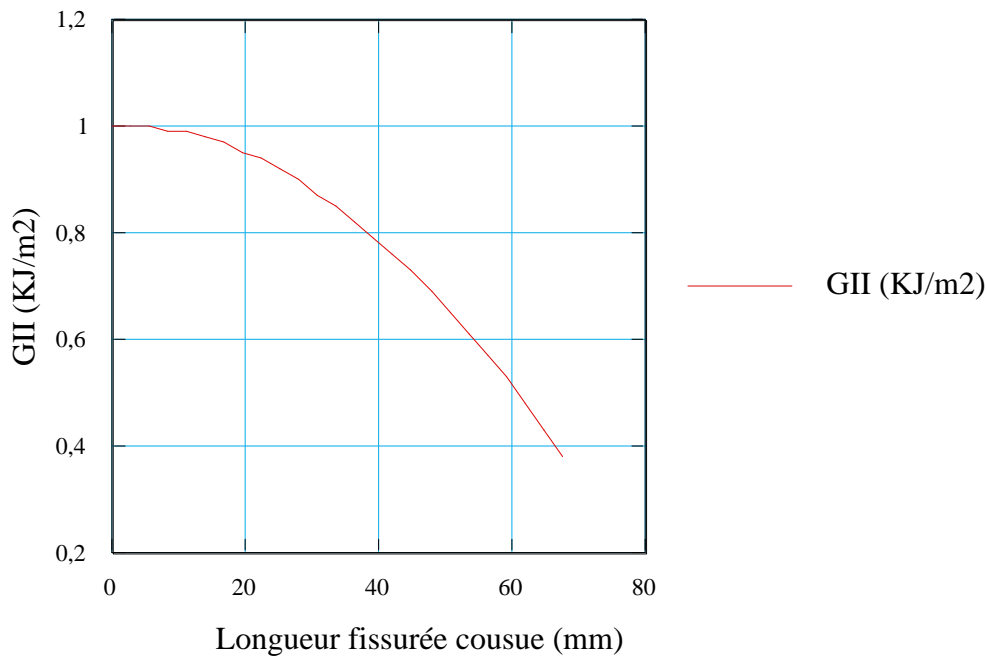


Fig. 4. Taux de restitution d'énergie disponible en tête de fissure pour une éprouvette cousue en fonction de la longueur cousue fissurée entre appuis  $q$ .

## 1.2 Résultats GIIc en utilisant la formule développée

### 1.2.1 Comparatif de la formule sur des éprouvettes cousues et non cousues

La formule (eq.23) permet également après détermination de la contrainte de cisaillement tau de calculer un GIIc dépendant uniquement de la résine. Les résultats obtenus par utilisation de cette formule sont représentés sur la figure (Fig.5).

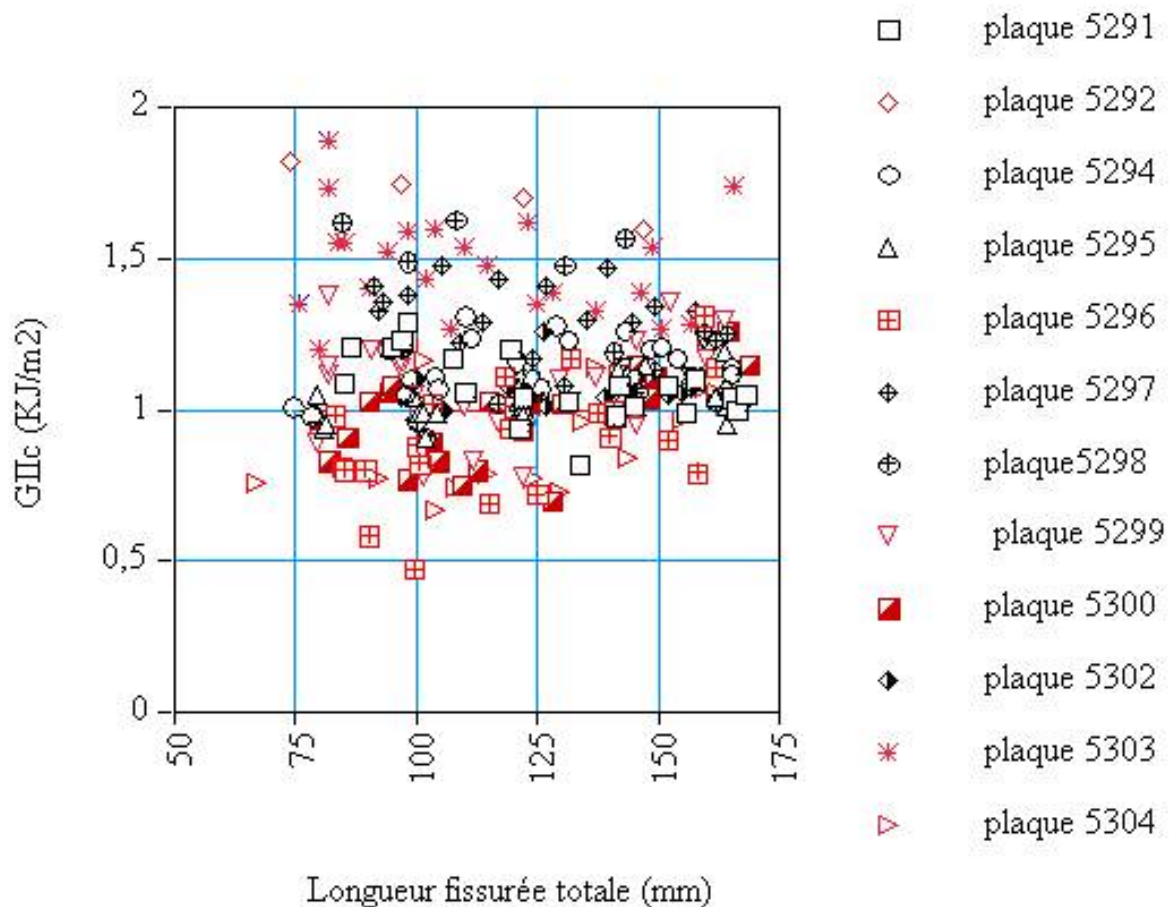


Fig. 5. Taux de restitution d'énergie en mode II en fonction de la longueur totale fissurée

La figure précédente (Fig.5) montre des éprouvettes cousues (en rouge) et des éprouvettes non cousues (en Noir) fabriquées par RTM dans différentes conditions. En particulier, dans cette étude nous avons une variance sur le type et le taux de poudrage présent dans les préformes ce qui justifie la dispersion verticale des valeurs mesurées. L'utilisation de la formule (Eq.23) permet d'accéder à un taux de restitution d'énergie qui est une grandeur intrinsèque de la résine. Le taux de restitution d'énergie d'une éprouvette cousue ne montre plus de dépendance à la longueur totale fissurée comme sur la figure (Fig.3) mais devient une grandeur dépendant de la résine. Le transfert d'effort réalisé par le fil de couture, en limitant la perte de rigidité de la structure, contribue à améliorer le comportement de la poutre vis à vis de la propagation de fissure.

### 1.2.1 Comparatif de la formule sur des éprouvettes avec deux poudrages différents

La figure (Fig.6) montre des éprouvettes avec un type de poudrage (en rouge) et des éprouvettes avec un autre type de poudrage (en Noir) fabriquées par RTM. On se rend bien compte de l'importance du poudrage sur les propriétés de taux de restitution d'énergie critique en mode II des composites fabriqués avec un procédé RTM. On observe une modification des propriétés de la résine par rapport au  $G_{IIc}$  en fonction du liant thermoplastique utilisé sous forme de poudre pour réaliser la préforme. L'utilisation de la formule (eq.23) permet en s'affranchissant de la couture de faire apparaître les effets des liants thermoplastiques sur la propagation des fissures.

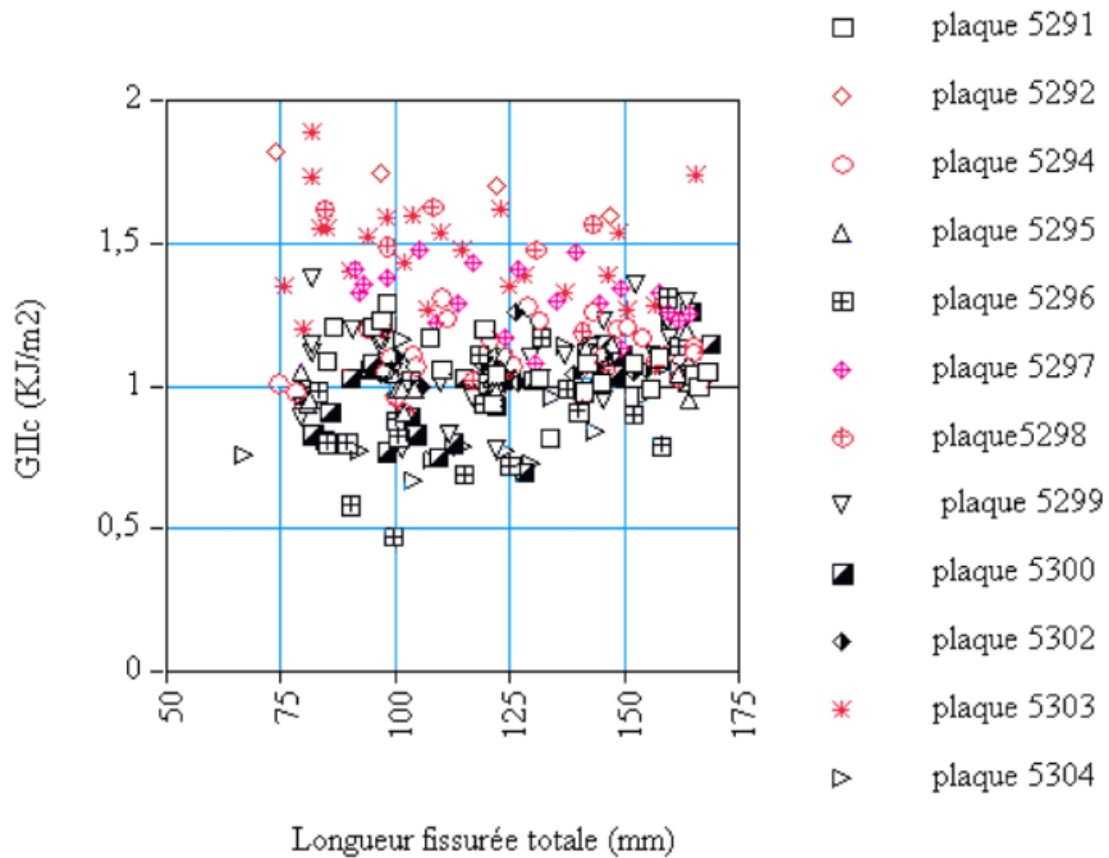


Fig. 5. Taux de restitution d'énergie en mode II en fonction de la longueur totale fissurée

#### 4. Conclusion

Une formule de calcul du taux de restitution d'énergie critique en mode II ( $G_{IIc}$ ) a été développée. Cette formule a été confrontée à des résultats expérimentaux sur des éprouvettes cousues et non cousues fabriquées par RTM. L'utilisation de la formule permet d'accéder à un taux de restitution d'énergie lié à la résine. L'amélioration des performances des composites cousus en  $G_{IIc}$  est expliquée par la réduction de l'énergie disponible en tête de fissure pour la propagation provoquée par les transferts d'efforts réalisés par les fils de couture.

#### Références

- [1] Détermination des propriétés de ténacité en délaminage mode 2 par flexion fissurée à une extrémité (méthode F.F.E.) -MEMC26- version A du 12/01/93
- [2] Aboura(Z.), Benzeggagh (M.L.), « Mise au point, réalisation et interprétation d'essais statiques de fissuration interlaminaire en mode I et II sur des matériaux composites tissés et cousus à matrice organique. Proposition d'un modèle de renforcement. » rapport final SNECMA/UTC, Mars 1994
- [3] J.C. PRICHARD and J.P.HOGG, « the role of impact damage in post impact compression testing. », Composites, volume 21, number 6, November 1990, pp.503-511.
- [4] H. Maikuma, J.W.jr. Gillespie, J.M. Whitney « Analysis and experimental characterization of the center notch flexural test specimen for mode II interlaminar fracture ». journal of composite materials, vol.23- August 89, pp756-788.
- [5] F. Berthet, « Contribution à l'étude de l'influence des paramètres de mise en oeuvre et de constitution sur les propriétés mécaniques de composites carbone/epoxy injectés sur renfort (R.T.M.) », Thèse de doctorat de l'école des mines de Paris, 1998, Cote INIST : T 119884



This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.