



HAL
open science

**Prévision de la tenue de structures composites tissés 3D
en présence de singularités = Strength analysis of 3D
woven composite structures with high stress gradient**

Lionel Marcin, Jean-François Maire, Nicolas Carrère

► **To cite this version:**

Lionel Marcin, Jean-François Maire, Nicolas Carrère. Prévision de la tenue de structures composites tissés 3D en présence de singularités = Strength analysis of 3D woven composite structures with high stress gradient. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 10 p. hal-00389212

HAL Id: hal-00389212

<https://hal.science/hal-00389212>

Submitted on 11 Jun 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Prévision de la tenue de structures composites tissés 3D en présence de singularités

Strength analysis of 3D woven composite structures with high stress gradient

Lionel Marcin, Jean-François Maire et Nicolas Carrère

Département Matériaux et Structures Composites, ONERA/DMSC
BP 72, 29 Avenue de la Division Leclerc,
92322 Châtillon Cedex
e-mail : lionel.marcin@onera.fr

Résumé

Dans ce travail, une démarche d'analyse de la tenue de structures composites tissés est présentée. Dans un premier temps, nous démontrons que le modèle d'endommagement macroscopique développé permet de décrire l'endommagement progressif de structures composites tissés. Toutefois dans le but de prévoir la tenue de structures composites tissés en présence de singularités, il s'est avéré nécessaire de prendre en compte l'effet de la rupture progressive dans la formulation proposée. Une confrontation essai/calcul met en évidence l'apport du modèle développé pour retranscrire le comportement jusqu'à rupture de structures tissées. Pour finir, l'impact des différentes sources d'incertitudes a été évalué afin d'estimer la confiance dans la détermination de la tenue de l'éprouvette.

Abstract

This work aims at proposing a robust methodology for the strength analysis of 3D woven composite structures with high stress gradient. First of all, it is shown that the developed macroscopic damage model enables to describe the progressive damage of woven composite structures. However for structures with high stress gradient, the effect of fiber rupture on the behavior is taken into account, in order to describe the non linear behavior up to rupture. A confrontation experiment/calculation underlines the efficiency of the proposed model to describe the structure non-linear response up to rupture. Finally, the impact of the uncertainties around the deterministic solution is evaluated in order to increase the confidence in the determination of the structural strength.

Mots clés : Composite tissé, Mécanique Continue de l'Endommagement, Rupture, Variabilité
Keywords : Woven fabric composite, Continuum Damage Mechanics, Rupture, Variability

1 Introduction

Les matériaux composites stratifiés unidirectionnels sont, de nos jours, couramment utilisés par les industriels de l'aéronautique pour concevoir des éléments structuraux, primaires ou secondaires, d'aéronefs. Néanmoins, depuis quelques années, des techniques issues de l'industrie textile sont mises en oeuvre afin de concevoir des composites tissés 3D à matrice organique ou céramique. L'un des avantages de ces matériaux est d'offrir une meilleure tenue à l'impact en réduisant de manière significative le délaminage qui est l'une des problématiques majeures des composites stratifiés [1]. De plus, ils permettent de réaliser des structures complexes en un nombre d'opérations limitées ce qui permet de diminuer les coûts de fabrication [2]. Toutefois, les limites des modèles de comportement utilisés jusqu'alors par les industriels pour le dimensionnement des structures, conduisent, afin d'obtenir un degré de confiance suffisant, à de forts surdimensionnements (baisse de performance) ou à des surcoûts de qualifications expérimentales.

L'objet de ce travail est de présenter une démarche robuste d'analyse de la tenue de structures composites tissés. Dans un premier temps, un modèle d'endommagement anisotrope [3] développé sur la base des formulations proposées par l'Onera [4] est présenté. Ce modèle permet de décrire finement les mécanismes de dégradation observée sur les composites tissés : caractère anisotrope de l'endommagement matriciel, déformation résiduelle lié à la fissuration, caractère unilatéral du dommage. Un essai de torsion sur une éprouvette technologique représentative de problèmes structuraux clés a été simulé dans le but de valider et de démontrer l'intérêt de la formulation développée. Toutefois pour l'évaluation du

comportement de pièces composites jusqu'à rupture, il a été nécessaire de prendre en compte les effets de la rupture progressive sur la non linéarité de la réponse afin de ne pas sous évaluer la tenue de la pièce. Cette modélisation conduisant à des réponses dites adoucissantes, l'approche à effet retard a été mise en œuvre afin de pallier les problèmes numériques liés à ce type de comportement (localisation artificielle du dommage). La confrontation essai/calcul permet de démontrer l'apport de la formulation développée pour retranscrire le comportement non linéaire de structures composites tissés jusqu'à rupture. Pour finir, afin d'estimer la confiance à accorder dans la détermination de la tenue de structure à fort gradient de contrainte, l'impact à des différentes sources d'incertitude a été quantifié. Les outils d'analyse de la variabilité utilisés sont basés sur l'utilisation de métamodèle réduisant fortement les coûts de calculs en se substituant, en partie, à la simulation Eléments Finis.

2 Prédiction du comportement et de l'endommagement de structures composites tissés

2.1 Justification de l'échelle de modélisation

Les matériaux composites tissés sont des matériaux par nature multiéchelles. La plus petite échelle est constituée de la fibre et de la matrice, l'échelle intermédiaire est celle du toron de fibres, enfin l'échelle supérieure est celle de l'architecture textile. La modélisation du matériau peut donc se faire à ces différentes échelles en établissant un lien direct, par exemple par homogénéisation, entre ces différentes échelles. En effet, l'une des façons d'étudier le comportement des matériaux composites est de partir de la connaissance des propriétés des constituants fibres et matrice, d'homogénéiser ces propriétés à l'échelle du torons et enfin de déterminer les propriétés mécaniques homogènes de la cellule tissé élémentaire [5]. Ces approches ont un coût de mise en œuvre : (i) la détermination des propriétés thermomécaniques locales, (ii) la détermination et la représentation par un maillage EF du VER aux échelles pertinentes et (iii) la connaissance fine des mécanismes d'endommagement ainsi que de leur évolution en fonction du chargement. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de nous placer à l'échelle macroscopique qui de notre point de vue est la mieux adaptée aux applications industrielles. En ce sens le matériau est vu comme un boîte "grise" (i.e on s'affranchit de la description fine de l'architecture), c'est pourquoi seuls les effets des mécanismes intervenant à l'échelle inférieure sont pris en compte. Néanmoins ce modèle étant phénoménologique, il repose sur une description fine des effets des mécanismes physiques observés expérimentalement (anisotropie initiale du matériau, anisotropie de l'endommagement, etc.).

2.2 Modélisation de l'endommagement matriciel

Deux modèles d'endommagement anisotrope ont été développés pour rendre compte de l'endommagement matriciel des matériaux composites tissés. Ils permettent de décrire le comportement élastique endommageable, les déformations résiduelles générées par la fissuration et prennent en compte le caractère unilatéral du dommage (voir Fig. 1). Le premier modèle, ODM_MS, est à utiliser si le dommage présente des directions privilégiées correspondantes aux directions d'anisotropie du matériau. Il comporte trois variables d'endommagement d_1^m , d_2^m , d_3^m . Le second modèle, ODM_LD, introduit deux variables (d_4^m , d_5^m) d'endommagement supplémentaires dans le plan associés aux directions de dommage +45° et -45°. ODM_LD est construit de sorte que pour des chargements à 0°, 90°, 45° et -45°, le mode de dommage activé est perpendiculaire à ce chargement, ce qui rend, pour ces directions, ce modèle identique à un modèle à variables d'endommagement tensorielles.

La loi de comportement est définie de la manière suivante :

$$\tilde{\sigma} = \tilde{C}^{eff} : (\tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}^o - \tilde{\varepsilon}^{th}) - \tilde{C} : (\tilde{\varepsilon}^s + \tilde{\varepsilon}^r - \tilde{\varepsilon}^o) \quad (\text{eq. 1})$$

$$\text{avec } \tilde{C} = (\tilde{S})^{-1}, \tilde{C}^{eff} = (\tilde{S}^{eff})^{-1}, \tilde{S}^{eff} = \tilde{S} + \sum_i \eta_i d_i^m \tilde{H}_i^m \text{ et } \tilde{\varepsilon}^{th} = \tilde{\alpha}(T - T^o)$$

où \tilde{S} est le tenseur d'élasticité initiale, \tilde{H}_i^m est le tenseur d'effet du dommage, η_i^m représente l'index de désactivation du dommage (0 dommage inactif, 1 dommage actif). $\tilde{\varepsilon}^{th}$ est le tenseur des déformations thermiques. $\tilde{\varepsilon}^o$ définit le moment de fermeture. $\tilde{\varepsilon}^r$ est le tenseur des déformations résiduelles liées à l'endommagement. $\tilde{\varepsilon}^s$, tenseur des déformations stockées, permet d'assurer la continuité de la réponse (σ , ε) au moment de la refermeture.

Un critère découplé est utilisé pour décrire l'évolution de chaque variable scalaire d'endommagement :

$$F_i(y_i, d_i^m) = f_i(y_i) - d_i^m \quad (\text{eq. 2})$$

Où y_i sont les forces motrices associées à l'endommagement matriciel. Ces forces thermodynamiques dépendent explicitement du tenseur des déformations efficaces qui correspond à la partie positive du tenseur des déformations [6]:

$$\varepsilon^+ = P \begin{pmatrix} \langle \varepsilon_I \rangle_+ & 0 & 0 \\ 0 & \langle \varepsilon_{II} \rangle_+ & 0 \\ 0 & 0 & \langle \varepsilon_{III} \rangle_+ \end{pmatrix} P^T \quad (\text{eq. 3})$$

où ε_I , ε_{II} et ε_{III} correspondent aux valeurs propres de ε et P la matrice de passage entre l'espace des déformations principales et l'espace de représentation initiale.

$\langle x \rangle_+ = 1$ si $x > 0$ et 0 sinon.

Dans le but d'introduire les effets de saturation communément observés dans les composites, les cinétiques d'évolution du dommage sont écrites sous une forme exponentielle :

$$f_i(y_i) = d_{c(i)}^m (1 - \exp(-\frac{\langle \sqrt{y_i} - \sqrt{y_{o(i)}} \rangle_+}{\sqrt{y_{c(i)}}})^{p(i)}) \quad (\text{eq. 4})$$

où $d_{c(i)}^m, y_{o(i)}, y_{c(i)}, p^{(i)}$ sont des paramètres du modèle à identifier.

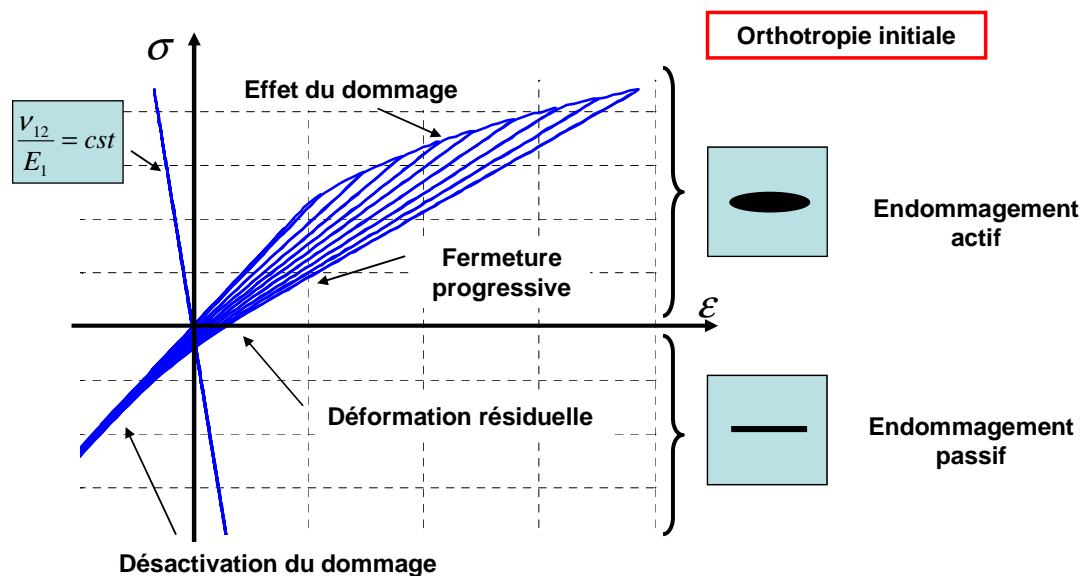


Fig. 1. Différents aspects pris en compte dans la modélisation du comportement des composites tissés.

2.3 Simulation d'un essai de torsion sur une éprouvette technologique

Par l'intermédiaire de simulations d'essais originaux sur des éprouvettes technologiques, nous avons pu mettre en évidence les apports des modèles proposés pour l'analyse de la tenue de structure composites tissés. Ces essais ont pour objectifs de reproduire les sollicitations vues par les pièces CMC pour des applications volet suiveur sur moteurs militaires. Le matériau utilisé pour fabriquer les pièces CMC testées par la suite est un composite tissé à fibres de carbone ex-PAN (polyacrylonitrile) et à matrice de carbure de silicium (SiC) élaboré par SPS. Ce matériau, dénommé Sepcarb-Inox A500, est considéré comme initialement orthotrope symétrique. Deux essais uniquement sont nécessaires à l'identification du modèle dans le plan (un essai dans les axes du renfort et un essai à 45° par rapport aux axes du renfort). De part la nature des constituants, le modèle le mieux adapté pour retranscrire le comportement non linéaire du matériau est ODM_LD (voir Fig. 2)

L'essai étudié par la suite est un essai de torsion de plaque. Celle-ci est soumise à un mouvement alternatif sur l'extrémité droite de +10mm/-3mm à 0.25 Hz autour de la position initiale à 23°C (voir Fig. 3a). La Fig 3b montre que les mécanismes inscrits dans la loi de comportement développée permettent bien de décrire la perte de rigidité due à l'endommagement progressif du matériau. Par contre, les boucles d'hystérésis mises en évidence expérimentalement ne sont pas retranscrites. Celles-ci sont attribuées aux phénomènes dissipatifs liés au frottement des lèvres des fissures matricielles induites par le chargement qui ont été délibérément négligé dans la formulation.

Cet essai de torsion alternée induit un cisaillement important au sein de la plaque. Les modes d'endommagement d_4^m et d_5^m prenant en compte un couplage entre les déformations longitudinales (et transversales) et le cisaillement se situent de part et d'autres de la structure (voir Fig. 4). Les modes de

dommage d_1^m et d_2^m sont plus locaux, ils se situent essentiellement dans le coin supérieur droit de l'éprouvette. Plus précisément, l'endommagement d_1^m est situé du côté de la plaque où le déplacement du vérin est imposé, d_2^m étant situé lieu de l'autre côté.

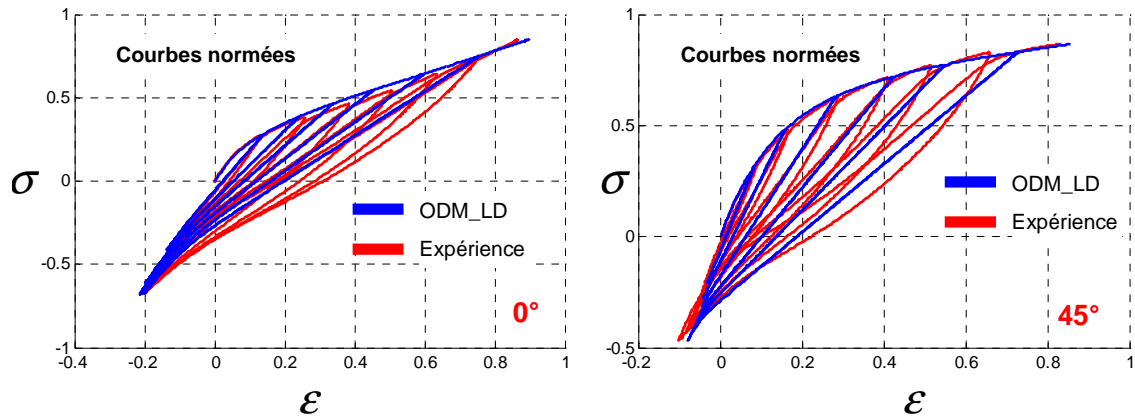


Fig. 2. Comparaison entre la réponse expérimentale et le modèle ODM LD pour un essai de traction/compression incrémentale dans le sens longitudinale et à 45° hors axes (tissé 3D C/SiC).

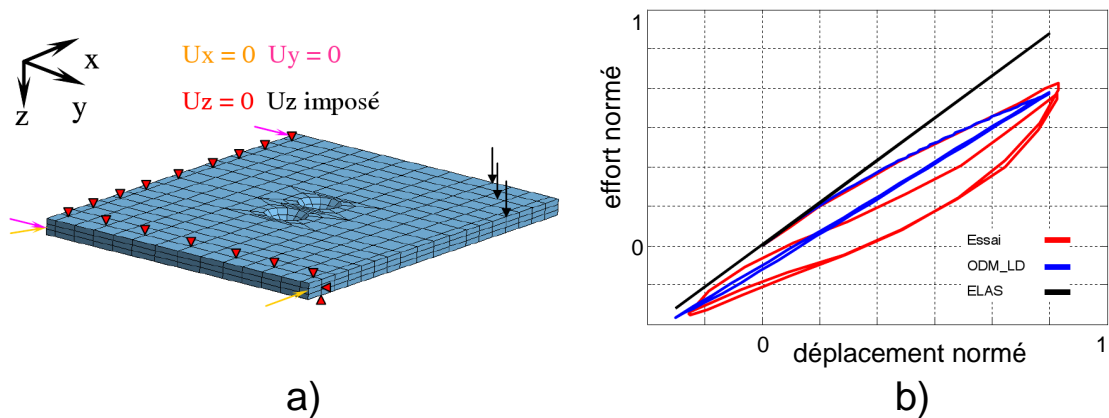


Fig. 3. Essai de torsion sur plaque C/SiC : a) Maillage et conditions aux limites b) confrontation essai/calcul.

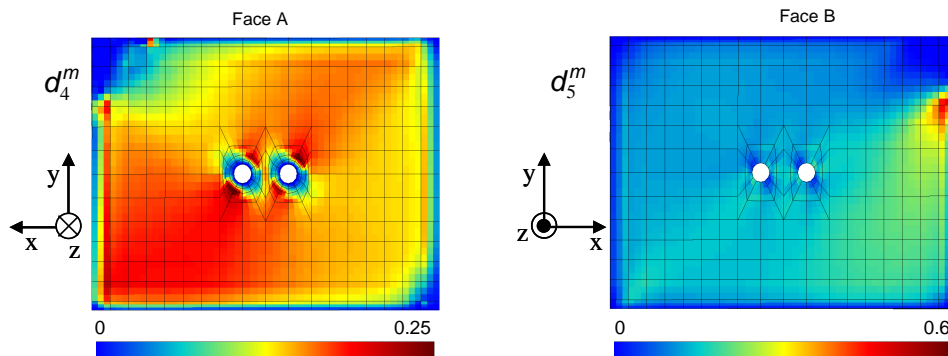


Fig. 4. Visualisation de l'endommagement matriciel induit par le chargement.

3 Prédiction de la tenue de structures composites tissés

3.1 De l'endommagement à la rupture progressive des composites tissés

Pour des structures présentant des singularités, la tenue de la structure est en général sous évaluée si un critère de rupture est utilisé pour déterminer les zones rompues. Afin de rendre compte du comportement global de la structure jusqu'à la rupture de la pièce, il est donc nécessaire d'introduire une nouvelle famille de variable interne d_i^f permettant de décrire les effets de la dégradation progressive des torons de fibres ou de la décohésion inter-torons. Ainsi une variable d'endommagement est introduite pour

chaque mode de ruine, tension et compression, et direction d'orthotropie du matériau. Les effets de ces types de dégradation sur le comportement sont beaucoup plus important et conduisent donc à s'orienter vers des modèles de type adoucissant.

Le tenseur d'ordre 4 $\Delta \tilde{\mathcal{S}}^f$ représente la variation du tenseur des souplesses dues à des ruptures de torons de fibres ou de la décohéation inter-torons. Ce tenseur s'écrit de la manière suivante :

$$\Delta \tilde{\mathcal{S}}^f = \sum_{i=1}^3 d_{it}^f \tilde{\mathcal{H}}_{it}^f + \sum_{i=1}^3 d_{ic}^f \tilde{\mathcal{H}}_{ic}^f \quad (\text{eq. 5})$$

avec $\tilde{\mathcal{H}}_i^f$ tenseurs d'effet du dommage induit par la rupture progressive des torons de fibre. Dans ce cas, nous considérons que l'effet des ruptures de torons est actif aussi bien en traction qu'en compression.

Des critères d'endommagement découplé sont définis pour l'évolution des variables scalaires d'endommagement associé à la rupture progressive :

$$\begin{cases} F(y_{it}^f, d_{it}^f) = f_i(y_{it}^f) - d_{it}^f, \text{ pour } i \in \{1, 3\} \\ F(y_{ic}^f, d_{ic}^f) = f_i(y_{ic}^f) - d_{ic}^f, \text{ pour } i \in \{1, 3\} \end{cases} \quad (\text{eq. 6})$$

La fonction f_i a une forme similaire à celle présentée eq. 4.

Afin de s'assurer de la cohérence thermodynamique, la formulation du modèle complet permettant de décrire le comportement des matériaux composites tissés jusqu'à rupture est redéfini de la manière suivante :

$$\tilde{\sigma} = \tilde{\mathcal{C}}^{\text{eff}} : (\tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}^o - \tilde{\varepsilon}^{\text{th}}) - \tilde{\mathcal{C}}^f : (\tilde{\varepsilon}^s + \tilde{\varepsilon}^r - \tilde{\varepsilon}^o) \quad (\text{eq. 7})$$

$$\text{avec } \tilde{\mathcal{C}}^f = \left(\tilde{\mathcal{S}} + \sum_{i=1}^3 d_{it}^f \tilde{\mathcal{H}}_{it}^f + \sum_{i=1}^3 d_{ic}^f \tilde{\mathcal{H}}_{ic}^f \right)^1$$

3.2 Traitement de la dépendance aux maillages des résultats

Le formalisme vu précédemment conduit à des modèles de types adoucissants. Or, la mise en oeuvre de ces modèles dans le cadre du calcul de structure par Éléments Finis conduit à des problèmes numériques c'est-à-dire la perte d'ellipticité des équations du problème d'équilibre dans le cas statique et à la perte d'hyperbolicité dans le cas dynamique. Ceci se traduit par une dépendance du résultat vis-à-vis du maillage (types d'éléments, taille des éléments, orientation du maillage).

Pour éviter la localisation artificielle de l'endommagement, nous avons mis en oeuvre la méthode de régularisation à effet retard [7]. L'équation définissant l'évolution de la variable d'endommagement « fibre » est la suivante (τ_i , homogène à un temps, étant un paramètre du modèle) :

$$\dot{d}_i^f = \frac{1}{\tau_i} (d_i^{f(nr)} - d_i^f) \quad (\text{eq. 8})$$

d_i^f correspond au dommage réel qui est pris en compte pour déterminer les propriétés dégradées du matériau et $d_i^{f(nr)}$ est le dommage obtenu par la loi classique sans effet retard.

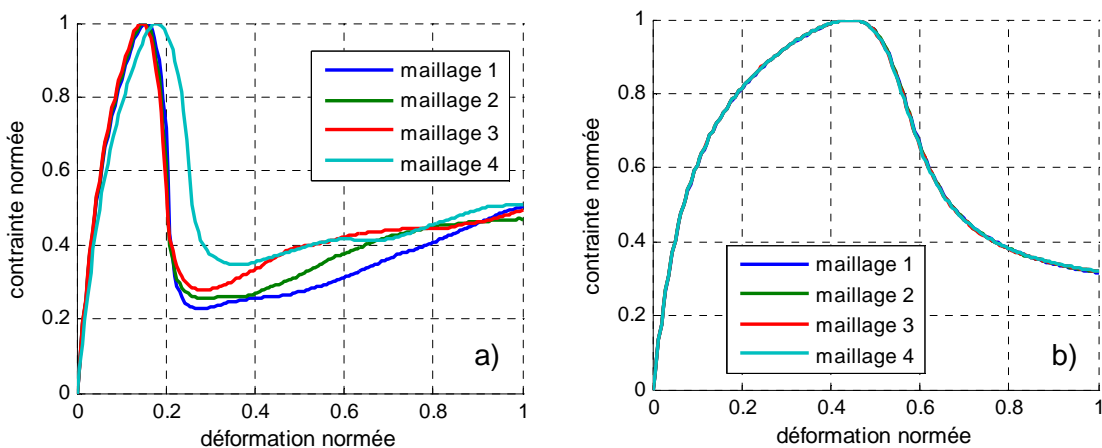


Fig. 5. Réponse contrainte/déformation de la simulation d'un essai de traction sur plaque trouée
a) $\tau_{it} = 0.1$, b) $\tau_{it} = 2$

La stratégie mise en place pour choisir la valeur du paramètre τ_{1t} consiste à effectuer un essai de traction sur plaque trouée pour quatre finesses de maillage différentes en bord de trou. Dans cette étude, les maillages utilisés sont composés d'éléments 2D quadratiques à intégration complète. La valeur de τ_{1t} choisit est deux fois supérieure à la plus petite valeur permettant de régulariser le problème (c'est-à-dire la valeur qui permet d'avoir une réponse contrainte/déformation identique pour chaque simulation) tout en introduisant le moins de dissipation artificielle.

Cette valeur, permet d'avoir une réponse de la structure identique indépendamment du choix du maillage (voir Fig. 5). De plus, la zone endommagée correspondant à la rupture des torons de fibre ainsi que la valeur de l'endommagement associé est identique pour différentes finesses de maillage (voir Fig. 6).

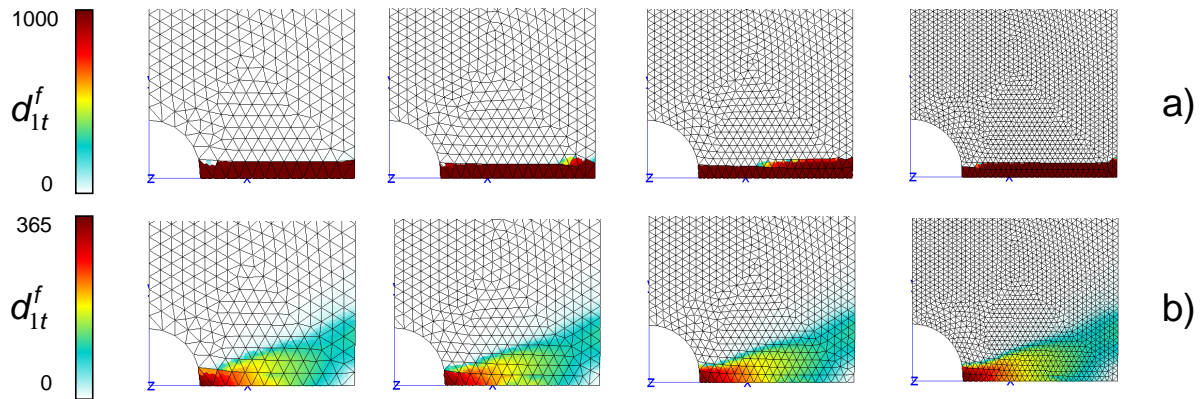


Fig. 6. Visualisation du dommage fibre en bord de trou induit par un essai de traction sur plaque trouée ($\varepsilon=0.65$) : a) $\tau = 0.1$; b) $\tau = 2$

3.3 Mise en évidence de l'apport de la transition endommagement/rupture

3.3.1 Présentation du cas test

Afin d'évaluer les capacités du modèle développé à prévoir la tenue de structure composite tissée, des tests sur structures à fort gradient ont été simulés. Plus précisément, il s'agit de simuler des tests de traction uni axiale sur plaques trouées non habitées.

Le matériau considéré dans cette application est un composite tissé équilibré CMC élaboré par CVI dénommé A40C. Cette classe de matériau considéré comme initialement orthotrope symétrique présente un comportement élastique endommageable. De plus, du fait du faible contraste entre les propriétés mécaniques des torons de fibres et de la matrice, l'endommagement est préférentiellement orienté par le chargement. Le comportement non linéaire du matériau est donc décrit par le modèle ODM_LD. L'identification du modèle requiert deux essais, un essai dans le sens du renfort et un autre à 45° par rapport aux axes du renfort (voir Fig. 7).

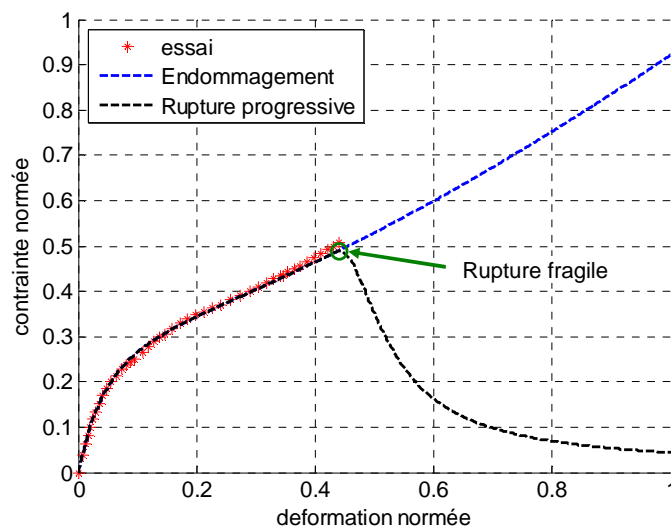


Fig. 7. Identification du modèle ODM_LD dans le sens longitudinale

3.3.2 Confrontation essai/calcul

Une comparaison essai/simulation¹ pour les diamètres de trou $\Phi = 4$ mm et $\Phi = 8$ mm est présentée Fig. 8. Tout d'abord, on constate que le comportement élastique endommageable est relativement bien décrit pour la plaque avec un diamètre de trou de 4 mm. Pour la plaque avec un diamètre de trou de 8 mm, on ne retranscrit pas parfaitement la réponse expérimentale. Cette erreur de prévision, comme nous le verrons par la suite, peut-être en partie due au caractère dispersé des résultats expérimentaux.

L'évaluation de la tenue de la structure par la simulation est faite en considérant que la ruine correspond au pic de chargement, les valeurs obtenues sont comparés à celle obtenue par l'intermédiaire d'un critère de rupture macroscopique de type critère de la contrainte maximale² (voir Tab. 1). Le critère de rupture fragile ne prenant pas en compte le caractère progressif de la rupture tend à sous estimer la tenue de la structure. Par contre les résultats sont sensiblement améliorés dans le cas de la simulation des essais de traction sur plaque jusqu'à rupture. En effet, il est possible de capter le moment de défaillance de la structure en intégrant la transition endommagement/rupture dans le processus de modélisation. L'écart entre simulation et expérience est inférieur à 4% aussi bien pour la contrainte et la déformation à rupture de la plaque avec un diamètre de trou de 4 mm. On note une plus grande disparité entre simulation et expérience pour la plaque avec un diamètre de trou de 8 mm. Celle-ci est moins sur la contrainte à rupture que sur la déformation à rupture. Mais dans l'ensemble ces résultats sont plutôt encourageants, d'autant qu'ils restent conservatifs ce qui est une des préoccupations majeures des industriels dans un processus de dimensionnement.

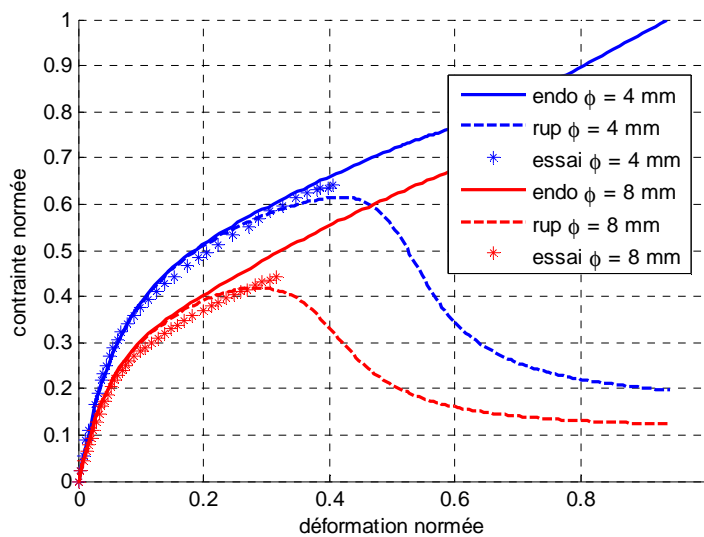


Fig. 8. Confrontation expérience/calcul pour des essais de traction sur plaque trouée CMC

Cette première comparaison permet de mettre en évidence l'apport d'une modélisation plus fine des mécanismes d'endommagement et de rupture sur l'étude de la tenue de la structure. Elle est toutefois déterministe. Or dans le but estimer la confiance dans la modélisation proposée, il convient d'évaluer l'impact des aléas sur la réponse obtenue. Ce point est l'objet de la section suivante.

	Contrainte à rupture			Déformation à rupture		
	Essai	Simulation	Critère	Essai	Simulation	Critère
$\Phi = 4$ mm	σ_r	0.96 σ_r	0.60 σ_r	ϵ_r	1.03 ϵ_r	0.24 ϵ_r
$\Phi = 8$ mm	σ_r	0.95 σ_r	0.65 σ_r	ϵ_r	0.90 ϵ_r	0.29 ϵ_r

Tab. 1. Comparaison simulation/expérience des contraintes et des déformations à rupture

4 Estimation de la confiance dans la prévision de la tenue de la structure

On distingue deux sources d'incertitudes : la variabilité et la méconnaissance. Notre attention s'est portée sur la variabilité. En effet, nous nous intéressons dans le cas présent à l'impact de fluctuations modérées des données d'entrée sur les sorties.

Pour évaluer l'impact de la variation des données d'entrée sur la sortie, les méthodes probabilistes de type Monte-Carlo sont couramment utilisées. L'inconvénient majeur de type d'approche est le coût de calcul qui peut s'avérer rédhibitoire en particulier dans le domaine du calcul de structures. Au sein du laboratoire, une démarche de transport adaptée au calcul de structures a été développée ces dernières années

¹ La mesure de la déformation correspond à la variation relative de longueur de l'éprouvette

² En considérant que la structure est rompue lorsqu'en un point de Gauss, le seuil du critère de rupture est atteint.

permettant en particulier des gains significatifs en terme de coûts de calcul [8]. Cette technique est basée sur l'utilisation de métamodèles plus ou moins complexes (surface de réponse, kriging, polynôme insaturé). Ce métamodèle est déterminé à partir d'un nombre limité (en général $3(n+1)$, n correspondant au nombre de paramètres incertains considérés dans le processus) de calculs Eléments Finis. Il est ensuite utilisé pour calculer les moments statistiques des sorties de manière analytique ou par une méthode de Monte-Carlo.

Une étude préalable nous a permis de sélectionner les paramètres les plus influents sur le calcul de structures :

- deux paramètres liés à la dispersion matériau ont été considérés, le module d'Young dans le sens longitudinale E_1 et la déformation à rupture X_t^ε intrinsèque au matériau. Sur chacun de ces coefficients matériaux, une dispersion de $\pm 5\%$ a été introduite;
- un paramètre lié à la tolérance géométrique, à savoir qu'une variation de $\pm 100\mu\text{m}$ a été introduite sur le diamètre du trou ;
- deux paramètres liés à la modélisation, l'un influent sur la cinétique d'évolution de l'endommagement matriciel d_{c-1}^m et l'autre influent sur la cinétique d'évolution de l'endommagement fibre d_{c-1t}^f . Pour chacun de ces paramètres une fluctuation de 5% a été considérée ;

Précédemment, nous avons présenté la démarche mise en place pour déterminer la valeur du paramètre de régularisation. Néanmoins, ce coefficient ayant une influence sur la réponse obtenue, ils nous a semblé judicieux de quantifier précisément les effets d'une variation de ce coefficient. Pour cela, la valeur de τ_{it} a été bornée sur l'intervalle [1.8, 2.2].

La dispersion introduite a pour but de simuler les fluctuations observées expérimentalement sur les composites tissés à matrice céramique (voir Fig. 9). La sélection des multipliants nécessaires à la simulation a été faite de manière à occuper au mieux le domaine d'incertitude par la méthode dite des sommets milieu pour laquelle 2/3 des points sont repartis près des sommets tandis que le 1/3 de points restants est reparti au centre du domaine d'incertitude. La Fig. 10 présente les enveloppes issues des simulations Eléments finis utilisés pour le calcul des métamodèles. La partie adoucissante des courbes issues des simulations n'est pas représentée pour améliorer la lisibilité de la figure. Les réponses fournies par le modèle sont peu sensibles aux perturbations introduites sur les données d'entrée. En effet, les enveloppes des réponses sont confinées autour de la solution nominale.

Dans cette démarche d'analyse d'incertitude, nous nous sommes focalisés sur deux indicateurs, la déformation à rupture ainsi que la contrainte à rupture. Des surfaces de réponse composées monôme d'ordre 1 se sont avérées suffisantes pour les deux indicateurs considérés. Le Tab. 2 récapitule l'influence de chaque coefficient de la surface de réponse associé à un paramètre incertain. Les deux paramètres les plus influents sur la contrainte à rupture sont le module d'Young et la valeur à saturation de l'endommagement matriciel. Ces deux paramètres déterminent la rigidité globale de la structure. Pour un déplacement donné, leur valeur jouera sur la contrainte à rupture. Les deux paramètres les plus influents sur la déformation à rupture sont le paramètre de régularisation et la déformation à rupture matériau. Le modèle formulé en déformation et le fait que le chargement soit piloté en déplacement explique la prépondérance de ces coefficients sur cette sortie.

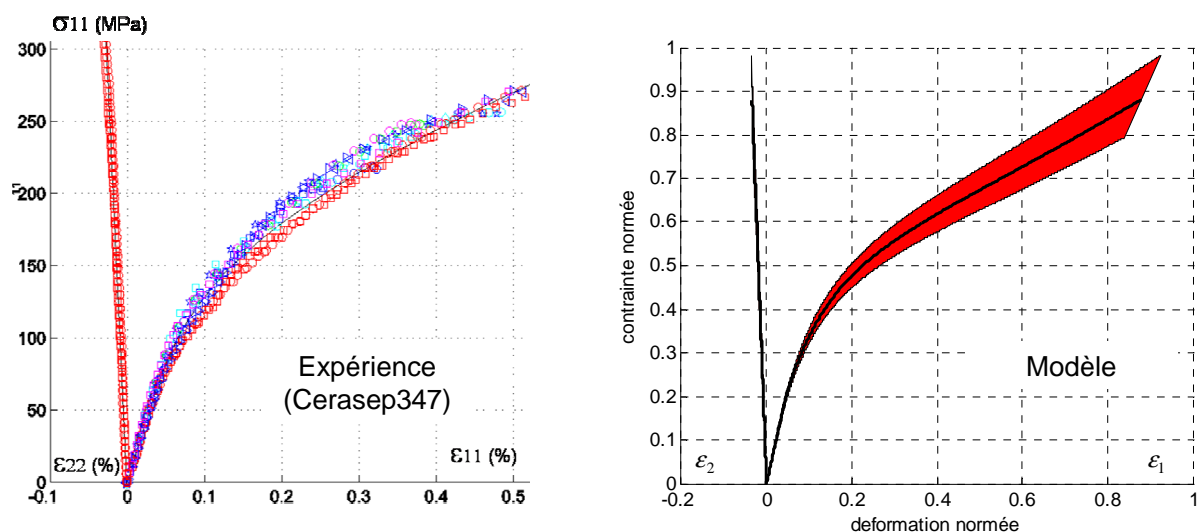


Fig. 9. Variabilité matérielle introduite dans la démarche d'analyse robuste

Paramètres incertains	Contrainte à rupture		Déformation à rupture	
	$\Phi = 4 \text{ mm}$	$\Phi = 8 \text{ mm}$	$\Phi = 4 \text{ mm}$	$\Phi = 8 \text{ mm}$
E1	40	37	0.1	0
d_{c1}^m	32.8	25.9	1.9	0.2
Xt	5.6	5.5	31.5	24.9
d_{c1t}^f	2	2.2	12	14.6
τ	8.1	8.9	40.4	52.9
Φ	9.4	18.6	12.5	6.3

Tab. 2. Influence des paramètres incertains sur la contrainte et la déformation à rupture

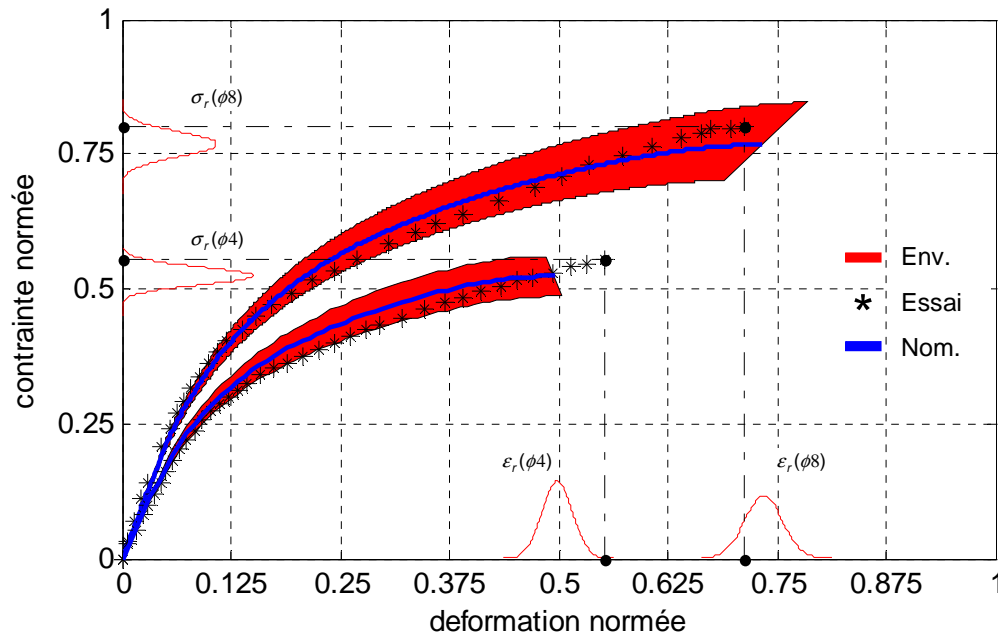


Fig. 10. Confrontation essai/calcul avec prise en compte de la variabilité sur les données d'entrées

Les métamodèles étant déterminés, il a été possible, par un processus de Monte Carlo, d'évaluer l'impact des incertitudes sur les deux indicateurs que nous avons étudiés : la déformation et la contrainte à rupture. La méconnaissance associée à la distribution statistique des données d'entrée nous ont conduit choisir des distributions uniformes sur chaque intervalle d'incertitude. Un million de tirages aléatoires ont été effectués dans le but de déterminer la façon dont se propagent les incertitudes. Les moments statistiques d'ordre 1 et 2 ainsi que les distributions de probabilité associées aux indicateurs de sortie présentées Fig. 10 ont ainsi pu être déterminés. Pour la plaque avec un trou de 4 mm, la mesure expérimentale se situe autour de l'écart type de la valeur obtenue par la simulation Eléments Finis. Alors que pour la plaque avec un trou de 8 mm, la mesure expérimentale se situe plutôt dans la queue de la distribution. Une conclusion définitive sur le positionnement des points expérimentaux par rapport à l'intervalle d'incertitude nécessiterait une collecte d'informations expérimentales supplémentaires.

5 Conclusion

Dans ce travail un modèle macroscopique de comportement et d'endommagement permettant de rendre compte de la réponse non linéaire des matériaux composites tissés est présenté. Le caractère prédictif de la formulation développé est mis en évidence par le biais de la simulation d'un essai de torsion original sur une éprouvette technologique. Néanmoins, pour retranscrire le comportement non linéaire des structures composites tissés jusqu'à rupture, il s'est avéré nécessaire de prendre en compte les effets de la rupture progressive des torons de fibres. La confrontation essai/calcul nous a permis de mettre en évidence l'apport de la formulation proposée dans l'évaluation de la tenue de structures composites tissés par rapport à une démarche consistant à appliquer un critère de rupture macroscopique en post processing de simulation. Cette dernière démarche s'avère beaucoup trop conservatrice. Des outils permettant le transport d'incertitude basée sur l'utilisation de métamodèle ont été mis en œuvre afin d'étudier l'impact de la

variabilité des données d'entrée les plus pertinentes et ainsi estimer la confiance dans la prévision de la tenue de l'éprouvette.

Par la suite, l'apport d'informations expérimentales supplémentaires devrait permettre d'affiner la variabilité introduite dans le processus d'évaluation de la tenue de la structure en définissant des intervalles d'incertitudes et des lois de probabilités. D'autre part dans notre approche la régularisation visqueuse est vue comme un paramètre numérique. La question de savoir si ce paramètre est à considérer comme un paramètre intrinsèque au matériau est ouverte. De plus, les mécanismes de rupture se font de manière brutale entraînant des phénomènes dynamiques. Par ailleurs, s'agissant de la cinétique d'endommagement la question de la remise en cause de l'hypothèse de l'état local se pose car son évolution est liée à l'état des points de Gauss voisins. C'est la raison pour laquelle des formulations non locales [9,10] de l'endommagement et la prise en compte de la transition statique/dynamique sont en cours d'étude.

Remerciement

Les auteurs tiennent à remercier Snecma Propulsion Solide pour la fourniture des données expérimentales.

Références

- [1] E. Greenhalgh and M. Hiley, « The assessment of novel materials and processes for the impact tolerant design of stiffened composite aerospace structures », *Composites Part A*, pp 151-161, 2002.
- [2] A.P. Mouritz, M.K. Bannister, P.J. Falzon, K.H. Leong, « Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites », *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, pp.1445-1461, 1999.
- [3] L. Marcin, N. Carrère, J.F. Maire, « A macroscopic visco-elastic-damage model for three-dimensional woven fabric composites », *In European Conference on Composite Materials*, 2008.
- [4] J.L. Chaboche & J.L. Maire, « A new micromechanics based CDM model and its application », *Aerospace Science and Technology*, vol. 6, pages 131–145, 2002.
- [5] G. Couegnat, « Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé ». Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2008.
- [6] J.W. Ju, « On energy-based coupled elastoplastic damage theories constitutive modelling and computational aspects ». *International Journal of Solids and Structures*, pages 803-833, 1989.
- [7] P. Ladevèze, O. Allix, J.-F. Deü, D. Lévêque, « A mesomodel for localisation and damage computation in laminates ». *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 183, pages 105–122, 2000.
- [8] N. Carrère, Y. Rollet, F.-H. Leroy, J.-F. Maire, « Efficient structural computations with parameters uncertainty for composite applications », *Composites Science and Technology*, In Press, Accepted Manuscript, Available online 4 October 2008.
- [9] N. Germain, « Modélisation non locale de l'endommagement dans les structures composites », Thèse de l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2006.
- [10] Peerlings R.H.J., De Borst R., Brekelmans W.A.M., De Vree J.H.P, « Gradient Enhanced Damage for Quasi-Brittle Materials », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol 39, pp 3391-3403, 1996.