

Identification et modélisation de l'influence de l'endommagement intralaminaire sur la propagation de délaminage dans les matériaux composites = Identification and modelling of the intralaminar damage effect on the delamination growth in composite materials

Cédric Huchette, Thomas Vandellos, Nicolas Carrère

▶ To cite this version:

Cédric Huchette, Thomas Vandellos, Nicolas Carrère. Identification et modélisation de l'influence de l'endommagement intralaminaire sur la propagation de délaminage dans les matériaux composites = Identification and modelling of the intralaminar damage effect on the delamination growth in composite materials. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 9 p. hal-00389103

HAL Id: hal-00389103 https://hal.science/hal-00389103

Submitted on 11 Jun2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Identification et modélisation de l'influence de l'endommagement intralaminaire sur la propagation de délaminage dans les matériaux composites

Identification and modelling of the intralaminar damage effect on the delamination growth in composite materials

Cédric Huchette¹, Thomas Vandellos¹ et Nicolas Carrère¹

1 : ONERA, Département des Matériaux et Structures Composites 29 avenue de la Division Leclerc – 92320 Châtillon CEDEX e-mail : <u>thomas.vandellos@onera.fr</u>, <u>huchette@onera.fr</u>, <u>carrere@onera.fr</u>

Résumé

Le délaminage reste un mécanisme d'endommagement difficile à modéliser car sûrement couplé à celui des plis. Plusieurs études théoriques soulignent que la présence de microdélaminage en pointe de fissure transverse peut avoir un effet sur la propagation du délaminage. Récemment, une approche expérimentale a confirmé l'influence de l'endommagement des plis sur la ténacité apparente de l'interface.

Nous proposons dans ce travail d'utiliser une formulation non locale non pas pour palier des problèmes de dépendance au maillage mais pour permettre l'échange d'information grâce aux degrés de libertés supplémentaires induit par ce type de formulation entre *(i)* les éléments volumiques chargés de prédire l'endommagement des plis et *(ii)* les éléments surfaciques modélisant l'endommagement de l'interface et ainsi coupler leurs cinétiques. Nous présentons tout d'abord dans ce travail le modèle retenu pour le comportement du pli et de l'interface puis nous détaillons au travers d'applications sur structures (cas d'une éprouvette entaillée et celui d'une plaque trouée) l'apport de ce couplage sur la prévision du délaminage.

Abstract

Tools for simulate the delamination onset and propagation in composite structure, one of the most critical damage in these materials, are not plainly satisfactory due to a lack of knowledge on the interaction with other damage like ply damage. Several theoretical studies underline the influence of transverse cracks and their local delamination on the evolution of the delamination front. Recently, an experimental approach has confirmed that the more the adjacent plies are damaged, the less the apparent tenacity of the interface is.

In this work, a non local formulation has been used not to avoid localisation problem but to share information between surface and volume elements thanks to additional nodal degrees of freedom induced by the non local framework. A non local cohesive zone model and the associated interface behaviour law tacking into account the local delamination have been developed. The ply behaviour is also based on a non local formulation and on previous local formulation that takes into account the thickness effect of the ply.

Theses models are then applied to the simulation of the damage growth on a notched coupon and on an open hole plate in order to demonstrate the contribution of this approach.

Mots Clés : Elément de zone cohésive, délaminage, endommagement, fissuration transverse, CMO **Keywords :** Cohesive zone model, delamination, damage, transverse craking, CFRP

1 Introduction

L'endommagement et la rupture des matériaux composites sont conduits par des mécanismes complexes et souvent couplés. Par exemple, le délaminage reste à l'heure actuelle un point du point de vue de la compréhension du phénomène physique. En particulier, plusieurs études théoriques [1,2] soulignent que la présence de microdélaminage en pointe de fissure transverse peut avoir un effet sur la propagation du délaminage (couplages).

Afin de démontrer expérimentalement ce couplage, mais surtout permettre de proposer une méthode d'identification des paramètres de modèle prenant en compte ces phénomènes, une approche

expérimentale a été proposée et mise en œuvre récemment à l'Onera [3]. En effet, les essais classiques de la mécanique de la rupture pour l'étude de la propagation du délaminage (DCB, ENF, ELS,...) se prêtent difficilement à une phase préliminaire d'endommagement de plis par la présence d'amorce de fissure prévue dès la fabrication de l'échantillon. Pour pallier la limitation des essais classiques de propagation de fissure, un protocole expérimental a été proposé. Son principe est illustré schématiquement sur la (Fig. 1).



Fig 1. Principe de l'essai de traction sur plaque entaillée pour l'étude de la propagation du délaminage en présence d'endommagement dans les plis adjacents

Cet essai est en fait une succession de deux sollicitations de traction. Lors de la première phase, le pli central de l'éprouvette de stratification croisée est endommagé à un niveau désiré en terme de fissuration transverse et de microdélaminage en s'appuyant sur les résultats d'études antérieures [4] pour le matériau utilisé (T700/M21). L'exploitation de ces essais par une campagne d'essais numériques [3] utilisant *(i)* des éléments de zones cohésives [5] pour la modélisation de la propagation du délaminage et *(ii)* le comportement équivalent des plis endommagés, ont permis de démontrer la dégradation des propriétés mécaniques de l'interface en présence d'endommagement intralaminaire (Fig. 2).



Fig. 2. Evolution de la dégradation des ténacités apparentes en mode I et II de l'interface 0%90° en fonction de l'endommagement du pli à 90° d'une stratification croisée

Cette étude souligne donc la nécessité de prendre en compte un couplage entre le comportement endommageable du pli et celui de l'interface. Lier le comportement de deux éléments différents dans une simulation par éléments finis n'est cependant pas trivial dans l'approche classique de la méthode des éléments finis. L'utilisation du formalisme non local nous permet un partage de l'information entre les éléments volumiques, simulant le comportement endommageable des plis et ceux surfaciques, simulant le délaminage. Dans une première partie nous présenterons le formalisme de la méthode non locale retenue et détaillerons les modèles de comportement développés et implémentés dans le code ZéBuLoN pour prendre en compte l'influence de l'endommagement des plis sur la propagation du délaminage. Nous démontrerons l'apport de cette formulation par la simulation de l'essai de traction sur éprouvette entaillée ainsi que celui d'une plaque trouée dans la deuxième partie de ce travail.

2 Modélisation non locale

Les premières approches concernant les méthodes non locales ont été proposées par Pijaudier-Cabot et Bazant [6]. Cependant le formalisme étant difficile à mettre en œuvre dans un code aux éléments finis, nous avons retenu le formalisme à gradient implicite proposé par Peerlings [7] mieux adapté et repris par Germain [8] pour les composites. Cette approche revient à résoudre les équations classiques de la mécanique et d'ajouter aux traditionnelles inconnues nodales, des degrés de liberté supplémentaires dits variables non locales (f_{nl}), dont l'évolution est régie par une équation de diffusion les reliant à des variables locales (f_l) (calculées en chaque point de Gauss par la loi de comportement) et par une condition de flux nul sur le bord du domaine Ω :

	$\int f_{nl} - c\nabla^2 f_{nl} = f_l$	$\sup \Omega$	
<	$\frac{\partial f_{nl}}{\partial n} = 0$	sur $\partial \Omega$	(eq. 1)

Ce type de formalisme permet d'éviter les problèmes de dépendance au maillage et de localisation lors de l'usage de loi de comportement adoucissante mais demande l'identification d'un paramètre matériau supplémentaire *c* correspondant au carré d'une longueur caractéristique. Dans notre approche, nous utilisons ce formalisme plus pour sa facilité de partage de l'information entre élément que pour éviter les problèmes de localisation.

Afin de développer un modèle couplant la propagation du délaminage à l'endommagement des plis adjacents, nous nous sommes basés sur un précédent modèle de pli permettant la prévision du taux de délaminage locale ($\overline{\mu}$) et du taux de fissuration transverse réduit du pli ($\overline{\rho}$) [4]. Connaissant l'endommagement dans les plis adjacents à l'interface et plus particulièrement le taux de délaminage local due au microdélaminage, nous avons défini la variable d'endommagement de l'interface effective $\tilde{\lambda}$ comme :

$$\hat{\lambda} = \lambda + \overline{\mu}$$
 (eq. 2)

avec λ la variable d'endommagement classiquement calculée dans la loi de comportement de l'interface et $\overline{\mu}$ le taux de délaminage déterminé à partir du comportement non local des éléments volumiques adjacents à l'interface. Il est donc nécessaire dans une première étape de réécrire le précédent modèle de comportement du pli dans un formalisme non local puis de proposer une formulation non locale du comportement de l'interface.

2.1 Modélisation du comportement du pli

Bien que le précédent modèle prenait en compte le comportement viscoélastique du pli, nous considérons le pli, dans une première approche, comme étant élastique isotrope transverse. La matrice de souplesse équivalente associée est définie comme une fonction de taux de fissuration :

(eq. 3)

$$\underline{\underline{\widetilde{S}}} = \underline{\underline{S}}^{0} + \overline{\rho} \underline{\underline{\underline{H}}}_{1}^{\overline{\rho}} + \overline{\rho}^{2} \underline{\underline{\underline{H}}}_{2}^{\overline{\rho}}$$

avec $\underline{\underline{S}}^{0}$ le tenseur de souplesse initiale du pli et $\underline{\underline{H}}_{i}^{\overline{\rho}}$ des tenseurs d'effet de l'endommagement définie par la relation suivante :

Les termes $h_{ij}^{\rho I}$ sont des paramètres identifiés par essais numériques sur cellules périodiques [4]. L'évolution de la variable d'endommagement $\overline{\rho}$ est définie par la relation suivante :

$$\overline{\rho} = K_{\sqrt{Y_{\overline{\rho}}}}$$
 (eq. 5)

avec *K* un paramètre matériau et $Y_{\overline{\rho}}$ la variable non locale reliée par la relation (eq 1) à la force thermodynamique $y_{\overline{\rho}}$ calculée localement par la relation suivante :

$$y_{\overline{\rho}} = \gamma_{\overline{\rho}} \left\langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_{I}}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_{I}}^{S}} \right\rangle_{+} + \left(1 - \gamma_{\overline{\rho}}\right) \left\langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_{II}}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_{II}}^{S}} \right\rangle_{+}$$
(eq. 6)

avec $\gamma_{\bar{\rho}}$ un paramètre matériau permettant le couplage de mode, $y_{\bar{\rho}_I}$ et $y_{\bar{\rho}_{II}}$ les forces thermodynamiques pour le mode *I* et *II*, et $y_{\bar{\rho}_I}^{S}$ et $y_{\bar{\rho}_{II}}^{S}$ les seuils d'amorçage de l'endommagement pour les mode *I* et *II*. $y_{\bar{\rho}_I}$, $y_{\bar{\rho}_{II}}$, $y_{\bar{\rho}_{II}}^{S}$ et $y_{\bar{\rho}_{II}}^{S}$ sont définis par les équations suivantes :

$$\begin{cases} y_{\bar{\rho}_{I}} = \frac{h_{22}^{\bar{\rho}_{I}}}{2} C_{22}^{0} \langle \varepsilon_{22} \rangle_{+}^{2} \\ y_{\bar{\rho}_{II}} = h_{66}^{\bar{\rho}_{I}} C_{66}^{0} \varepsilon_{12}^{2} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} y_{\bar{\rho}_{I}}^{S} = \max\left[\frac{y_{o_{I}}^{E}}{h}, y_{o_{I}}^{\sigma}\right] \\ y_{\bar{\rho}_{II}}^{S} = \max\left[\frac{y_{\bar{\rho}_{I}}^{E}}{h}, y_{o_{II}}^{\sigma}\right] \end{cases}$$
(eq. 7)

On remarquera que la relation (eq. 7) permet de prendre en compte les effets d'épaisseur classiquement constatés sur les composites stratifiés via un critère mixte énergie/contrainte [9] faisant intervenir l'épaisseur *h* du pli.

2.2 Modélisation du comportement de l'interface

La loi de comportement non local développée est basée sur le modèle local proposé par Tvergaard [5]. Dans les modèles classiques de zones cohésives, la relation entre les sauts de déplacements (normaux u_n et tangentiels u_t) et leurs efforts cohésifs correspondants (T_n et T_t) peut se mettre sous la forme suivante en fonction de la variable d'endommagement λ :

$$\begin{cases} T_n = E \frac{u_n}{\delta_n} F(\lambda) & \text{si } u_n \ge 0 \\ \text{et } T_t = \alpha E \frac{u_t}{\delta_t} F(\lambda) \\ T_n = KE \frac{u_n}{\delta_n} & \text{si } u_n < 0 \end{cases}$$
(eq. 8)

E, *KE* et αE sont les raideurs de l'interface en traction, compression et cisaillement. Dans le modèle de Tvergaard [5], la fonction *F* et la variable d'endommagement λ sont définies par la relation suivante dans laquelle $\langle \rangle$ sont les crochets de Mc Cauley :

$$F(\lambda) = (1 - \lambda)^2 \text{ avec } \lambda = \max_{\tau < t} \sqrt{\left\langle \frac{u_n}{\delta_n} \right\rangle^2 + \left(\frac{u_t}{\delta_t}\right)^2}$$
 (eq. 9)

Dans notre modèle, nous ne modifions le modèle local qu'en remplaçant la variable d'endommagement λ par $\tilde{\lambda}$ définie dans la relation (eq. 2). Il ne reste plus alors qu'à définir l'évolution de la variable $\overline{\mu}$:

$$\overline{\mu} = \max_{\tau < t} \left(1 - e^{-\frac{Y_{\rho}^{\text{eff}}}{\rho} \sqrt{\frac{Y_{\rho}^{\text{eff}}}{\rho}}} \right)$$
(eq. 10)

Relation dans laquelle *k* est un paramètre matériau et $Y_{\overline{\rho}}^{eff}$ est la force thermodynamique non locale effective puisque l'interface peut être en contact avec deux plis endommagés. Pour des raisons de simplicité nous avons définis $Y_{\overline{\rho}}^{eff}$ comme :

$$Y_{\overline{\rho}}^{eff} = \max\left(Y_{\overline{\rho}}^{\sup}, Y_{\overline{\rho}}^{\inf}\right)$$
(eq. 11)

C

Le schéma de principe des éléments non locaux développés est présenté sur la (Fig. 3).



Fig. 3. Description schématique des éléments développés et comportement normal de l'interface en fonction du niveau de microdélaminage.

La (Fig. 4) montre, quant à elle, le comportement normal de l'interface en fonction du niveau de microdélaminage induit par l'endommagement des plis adjacents. Cette figure souligne bien que plus le microdélaminage est important dans les plis adjacents et plus la ténacité apparente de l'interface (aire sous la courbe de comportement) est faible.



Fig. 4. Influence du microdélaminage sur le comportement de l'interface.

3 Applications

3.1 Plaque entaillée

Nous avons appliqué notre modèle à la simulation de l'essai de traction sur plaque entaillée dont le principe est décrit sur la (Fig. 1) pour un composite croisé $[0_2/90_2]_s$. Dans une première étape, le calcul simule le pré-endommagement des plis à 90° de l'éch antillon par un essai de traction. Dans une seconde étape, un chargement de traction à déplacement imposé est de nouveau réalisé mais avec la prise en compte de l'entaille dans les plis à 0° via l'utili sation d'une technique de « remove element ». Ces simulations montrent que le couplage fissuration transverse/délaminage, introduit dans notre approche, induit un amorçage plus tôt et une propagation plus rapide du délaminage (Fig. 5).



Fig. 5. Influence de l'endommagement du pli sur la cinétique du délaminage simulé.

Une comparaison partielle entre les résultats issus de la simulation et ceux de la campagne expérimentale est présentée sur la (Fig 6). Cette figure trace l'évolution de la longueur de délaminage en fonction du niveau d'endommagement présent dans les plis pour un déplacement imposé. La différence entre les résultats de la simulation et ceux expérimentaux s'explique par l'hypothèse des petits déplacements retenus dans le calcul. En effet, les éléments non locaux développés dans le code ZéBuLoN ne prennent actuellement pas en compte les grands déplacements. Cependant ces résultats permettent de démontrer au moins de manière qualitative l'apport de la prise en compte d'un couplage fissuration transverse/délaminage et de la formulation proposée.



Fig. 6. Comparaison simulation/essai pour un déplacement imposé de 0.52mm

3.2 Plaques trouées

Dans cette partie nous avons appliqué notre modèle non local pour la simulation de la propagation du délaminage dans une plaque trouée. Afin de démontrer l'influence de la prise en compte ou non du couplage inter/intra laminaire, nous avons réalisé trois simulations. Pour ces trois simulations, seule la valeur du paramètre matériau k (eq. 10) est différente. Dans la première simulation, le couplage peut être considéré

comme nul (*k*=1000) tandis que pour les deux autres simulations ce paramètres vaut 0.5 (« couplage faible ») et 0.1 (« couplage fort »). L'évolution des différents mécanismes d'endommagement pris en compte dans le modèle proposé dans la partie 2 est représentée sur les (Figs 8-10). La réalisation de ces calculs a nécessité le recours à la stratégie de calcul proposée par Vandellos [10].

En effet, les éléments de zones cohésives dans le calcul de structure permettent d'obtenir a priori l'amorçage et la propagation du délaminage dans la structure considérée mais cela au prix d'une augmentation conséquente du temps de calcul. De même, la prise en compte d'éléments non locaux a pour conséquence l'augmentation du nombre de degrés de liberté et donc augmente également le temps de résolution du problème numérique. Dans le cas considéré, des éléments volumiques et surfaciques non locaux sont utilisés pour simuler l'endommagement des plis et l'évolution du délaminage. Il est alors important de définir des stratégies de calculs performantes permettant d'éprouver sur des cas plus complexes et ceci pour un temps de calcul raisonnable les modèles développés. La (Fig 7) présente le maillage retenu et les différents types d'éléments utilisés.



Fig. 7. Présentation du maillage retenu et des éléments utilisés

Dans la zone dite « d'intérêt » (en jaune, rouge et orange sur la Fig. 7), tous les mécanismes d'endommagement du pli sont modélisés avec un maillage volumique plis à plis de la structure. Le délaminage peut uniquement se développer dans la zone rouge, zone dans laquelle est introduite, entre les éléments volumiques, des éléments de zones cohésives. C'est donc dans cette zone que la modélisation incluant les éléments volumiques et surfaciques non-locaux présentés précédemment est mise en œuvre.

En dehors de cette zone d'intérêt, le maillage est constitué d'éléments volumiques multicouches et classiques. Le comportement du pli est supposé linéaire élastique dans les éléments multicouche tandis que seul le comportement homogène équivalent du stratifié est considéré dans les éléments volumiques. La stratification retenue pour ces simulations est un stratifié croisé [0/90]_s.

La (Fig 8) présente l'évolution du délaminage en fonction du déplacement appliqué à l'éprouvette et du couplage considéré.



Fig. 8. Evolution du délaminage en fonction du déplacement appliqué à l'éprouvette

Comptes Rendus des JNC 16 — Toulouse 2009

Contrairement à l'exemple précédent, l'amorçage du délaminage est très peu influencé par la présence d'endommagement au sein des plis (Fig 9) et du microdélaminage induit par la valeur du paramètre de couplage k (Fig 10). En effet, lors de l'amorçage du délaminage, le niveau de fissuration transverse est faible et ne provoque donc que peu de microdélaminage. Cependant, l'influence de l'endommagement intralaminaire sur la propagation du délaminage est beaucoup plus remarquable pour des niveaux de chargements plus élevés pour lequel le niveau d'endommagement des plis est bien supérieur. Le front de fissure du délaminage se trouve alors modifier par la présence du microdélaminage (Fig. 8 et Fig.10).



Fig. 9. Evolution de la fissuration transverse dans le pli à 90°en fonction du déplacement appliqué à l'éprouvette

De plus la (Fig. 9) souligne l'influence du délaminage sur la cinématique d'endommagement des plis. Le niveau de fissuration transverse est bien supérieur dans les plis à 90° dans le cas d'un couplage f ort pour lequel la surface délaminée est bien plus importante que dans celui d'un couplage plus faible.

Enfin la (Fig. 10) démontre que le champ de microdélaminage est bien régi par celui de la fissuration transverse et de la valeur du paramètre de couplage k. Bien que le niveau d'endommagement des plis soit important dans les plis adjacents, le niveau de microdélaminage est quasiment nul pour une valeur très importante de k (k=1000) et confirme donc bien l'absence de couplage pour ce cas et évolue très fortement avec la diminution de ce paramètre pour atteindre des valeurs dépassant les 0.2 signifiant une interface dégradée de 20% (eq. 2).



Fig. 10. Evolution du microdélaminage en fonction du déplacement appliqué à l'éprouvette

4 Conclusion

Dans cet article, un modèle non local de pli et d'interface est proposé afin de prendre en compte l'influence de l'endommagement des plis sur l'amorçage et la propagation du délaminage. Le comportement du pli est modélisé par une formulation non locale développée sur la base de précédents travaux de l'Onera [4] et permettant de prendre en compte les effets d'épaisseur. Le comportement de l'interface est quand à lui basé sur la formulation de Tvergaard [5] et ne modifie que la définition de la variable d'endommagement du modèle originel. Pour cela, une variable d'endommagement de l'interface effective est définie simplement comme la somme de l'endommagement classiquement calculé et du microdélaminage induit par l'endommagement des plis adjacents. C'est par le caractère non local de notre formulation qu'il est possible de connaître le niveau de microdélaminage au niveau de l'interface.

Le modèle proposé a été mis en œuvre pour la simulation de deux applications. Dans la première, le modèle permet de reproduire de manière qualitative l'endommagement de l'interface observé expérimentalement sur l'éprouvette entaillée. L'amorçage et la propagation du délaminage sont bien modifiés par la prise en compte de l'endommagement du pli et du niveau de microdélaminage induit. La prise en compte des grands déplacements dans le modèle devrait permettre une comparaison avec la campagne expérimentale et ainsi offrir un protocole expérimental d'identification de tous les paramètres de couplage de la loi.

Dans le cas de la plaque trouée, c'est l'influence du paramètre de couplage *k* du modèle qui est soulignée puisque trois simulations de cette structure ont été réalisées avec trois valeurs différentes de ce paramètre. Comme pour le cas de l'éprouvette entaillée, la propagation du délaminage est accélérée par la présence d'endommagement dans les plis adjacents à l'interface mais non son amorçage. En effet pour le cas considéré, le seuil d'endommagement des plis était fixé suffisamment proche de celui du délaminage dans cette structure que même avec un couplage fort, le niveau de microdélaminage restait trop faible pour modifier l'amorçage du délaminage en bord de trou. Néanmoins, l'influence de l'endommagement des plis reste très important non seulement sur la vitesse de propagation du délaminage mais également sur la forme du front. Enfin, cette application a également montré l'influence du délaminage sur la cinétique d'endommagement des plis puisque plus la surface délaminanée est importante et plus le niveau d'endommagement des plis puisque plus la surface délaminanée est importante et plus le niveau d'endommagement des plis (fissuration transverse et microdélaminage) l'est également.

Références

- Ladevèze P., Lubineau G., Marsal D. "Towards a bridge between the micro- and mesomechanics of delamination for laminated composites ". *Composites Science and Technology*, Vol. 66, pp.698-712, 2006.
- [2] Okabe T., Nishikawa M., Takeda N. " Numerical modeling of progressive damage in fiber reinforced plastic cross-ply laminates ". *Composites Science and Technology*, Vol. 68, pp.2282-2289, 2008.
- [3] C.Huchette, F.Guinot "Experimental and numerical analysis on delamination growth in damaged composite material ", In : Proceeding of 13th European Conference on Composite Material (ECCM13), Sweden, Stockholm, ID 524, 2008.
- [4] Huchette, Cédric, " Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés ". *thèse de l'Université Paris 6,* 2005.
- [5] Tvergaard V. " Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal ". *Materials Science and Engineering A*, Vol. 125 %6, pp.203-213, 1990.
- [6] Pijaudier-Cabot G., Bazant Z.P. "Nonlocal Damage Theory ". *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 113, pp.1512-1533, 1987.
- [7] Peerlings R.H.J., De Borst R., Brekelmans W.A.M., De Vree J.H.P. "Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 39, pp.3391-3403, 1996.
- [8] Germain, Norbert, "Modélisation non locale de l'endommagement dans les structures composites ". *thèse de l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris,* 2006.
- [9] Leguillon D. " Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch ". European Journal of Mechanics A/Solids, Vol. 21 %6, pp.61-72, 2002.
- [10] T.Vandellos, C.Huchette, N.Carrère "Développement d'une stratégie de modélisation du délaminage dans les structures composites ", In : Comptes Rendus des 16èmes Journées Nationales sur les Composites, Toulouse, France; 2009.