



**HAL**  
open science

**Approche micromécanique statistique-probabiliste de la  
multifissuration des fils transversaux d'un CMC tissé =  
Micromechanical and stochastic approach to transverse  
multiple cracking in a woven CMC**

Pierre Pineau, Jacques Lamon

► **To cite this version:**

Pierre Pineau, Jacques Lamon. Approche micromécanique statistique-probabiliste de la multifissuration des fils transversaux d'un CMC tissé = Micromechanical and stochastic approach to transverse multiple cracking in a woven CMC. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 9 p. hal-00388478

**HAL Id: hal-00388478**

**<https://hal.science/hal-00388478>**

Submitted on 11 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Approche micromécanique statistique-probabiliste de la multifissuration des fils transversaux d'un CMC tissé

## *Micromechanical and stochastic approach to transverse multiple cracking in a woven CMC*

Pierre PINEAU, Jacques LAMON

Laboratoire des Composites ThermoStructuraux  
3 allée de la Boétie – 33600 PESSAC  
e-mail : [pineau, lamon]@lcts.u-bordeaux1.fr

### Résumé

Cet article propose une approche statistique-probabiliste de la multi fissuration des fils transversaux au sein d'un composite tissé à matrice céramique (CMC). Des simulations par une approche d'Essai Virtuel fondée sur la méthode des Éléments Finis appliquée à des cellules de calcul permettent d'identifier les populations de défauts. La microstructure fibres/pores/matrice est explicitement représentée et placée entre deux éléments de renfort. Un second type de cellules dans lesquelles la microstructure est remplacée par un matériau homogène élastiquement équivalent (MHE) permet d'aborder une stratégie de changement d'échelle. La transition d'échelle est basée sur une analyse statistique de la distribution des défauts dans la microstructure. Les fonctions caractéristiques sont identifiées et permettent de décrire les séquences de fissuration et de déterminer les probabilités d'apparition de fissures. Ces fonctions statistiques sont ensuite utilisées pour générer des tirages aléatoires de perturbations couplés aux simulations sur les cellules avec MHE. Une comparaison des deux approches permet ensuite de valider la représentativité des populations de défauts identifiées.

### Abstract

This article presents the basis of a new stochastic approach to multiple cracking in transverse tows in ceramic matrix composites (CMC). Distributions of defect populations in tows are identified through Finite Elements Analysis based Virtual Testing simulations. The microstructure fibres/voids/matrix of transverse tows is explicitly reproduced and placed between two reinforcing longitudinal tows. Second types of calculation cells of elastic equivalent homogeneous material (EHM) were constructed with a view to develop a multi-scale model of composite behavior. Scaling up is based on a stochastic analysis of defects populations in the microstructure. Thanks to identified dispersion functions we could describe multiple cracking schemes and determine failure probabilities. These functions are then used to generate random perturbations for simulations using EHM cells. Representativeness of defects populations is validated through a comparison of the two approaches.

**Mots Clés :** multifissuration transverse, approche statistique, population de défauts, fonctions de dispersion.

**Keywords:** transverse multiple cracking, stochastic approach, defect population, dispersion functions.

## 1. Introduction.

Bien qu'ils soient composés de matériaux fragiles, les matériaux composites tissés à matrice céramique (CMC) ont un comportement élastique endommageable. Lors d'une sollicitation mécanique des réseaux de fissures se développent dans la matrice. Leur progression est contrôlée en partie par l'effet de tissage. Au sein d'un fil, deux modes d'endommagement coexistent dans le sens des fibres ou dans le sens transverse : il s'agit de multi fissurations longitudinale et transverse. Les conditions nécessaires à l'établissement d'un phénomène de multifissuration sont deux effets conjoints, à savoir, d'une part la dispersion des données de rupture, et, d'autre part, le rechargement de la phase endommagée. Dans le cas de la multifissuration transverse (on désignera par ce terme la fissuration des fils transversaux, la fissuration longitudinale désigne la fissuration des fils longitudinaux), la dispersion est causée par la microstructure du matériau au niveau de l'arrangement fibres / pores / matrice et le rechargement est assuré par le tissage à l'échelle mésoscopique.

Cet article propose une approche statistique-probabiliste de la multifissuration transverse basée sur une procédure d'essai virtuel. L'essai virtuel est une succession de simulations par la méthode des éléments finis qui prennent en compte la distribution d'hétérogénéités dans la microstructure et les effets de rechargement. Les fissures sont introduites de façon explicite dans le maillage pour en identifier l'effet sur les champs de contraintes locaux. Une comparaison est ensuite effectuée par rapport au comportement moyen de la microstructure, dans une approche où elle est assimilée à un milieu homogène équivalent. L'approche statistique permet de décrire la microstructure au sens de la fissuration par des outils standards. Les relations entre les dispersions de données dans les deux approches sont étudiées. Les outils statistiques sont ensuite utilisés pour simuler la présence de défauts dans des calculs à l'échelle du tissage. Différentes simulations ont été réalisées qui permettent d'identifier des tendances dans l'effet de la microstructure, l'efficacité de la méthode de changement d'échelle.

## 2. Essai virtuel : simulation par éléments finis

### 2.1. Essai virtuel de multifissuration transverse : Approche Orientée Objet Hétérogène

La méthode d'Essai Virtuel consiste à remplacer des essais par une simulation la plus représentative possible du matériau, principalement en termes d'hétérogénéités locales à une échelle à laquelle les mécanismes physiques sont simples ou élémentaires et identifiés. Cette substitution est d'autant plus nécessaire que les expérimentations sont difficiles à mettre en œuvre, et ne sont pas possibles sur des portions de matériau telles que les fils transversaux dans les composites à renfort tissé. Dans le cas de la multifissuration transverse, les échelles micro et méso sont représentatives respectivement des causes (amorçage) et des effets (taille des fissures et de leur zone d'influence). La procédure d'essai virtuel est détaillée dans [2].

#### 2.1.1. Génération des cellules de calcul.

Les maillages sont réalisés à partir de micrographies du composite. Ici c'est une coupe transverse de fil extraite d'une micrographie de la coupe transverse d'un échantillon de composite SiC/SiC qui est considérée. Les fils contiennent environ 500 fibres d'un diamètre inférieur à  $15\ \mu\text{m}$  (Fig.1). Les frontières des fibres et pores sont identifiées par seuillage et une procédure numérique spécifique permet de mailler finement les détails microstructuraux du fil transverse (Fig. 2 droite). Les interphases qui sont présentes dans certaines configurations de composites ne sont pas représentées afin de pour réduire la taille des maillages. Pour prendre en compte l'effet de rechargement le fil transverse est placé entre deux éléments qui représentent les fils longitudinaux. La cellule de calcul est représentative des effets de transfert de charge au niveau d'un embavage, *i.e.* la zone de chevauchement des fils dans le tissage.

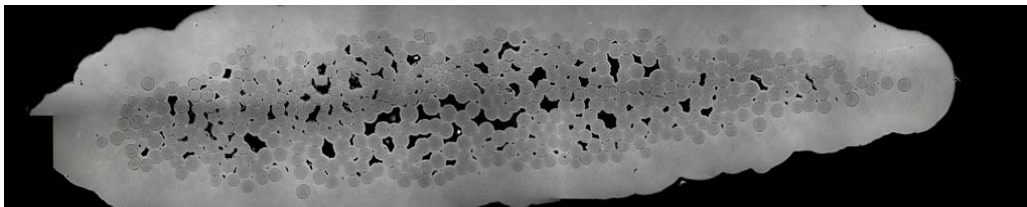


Fig. 1 : Coupe transverse d'un fil extraite d'un composite SiC/SiC

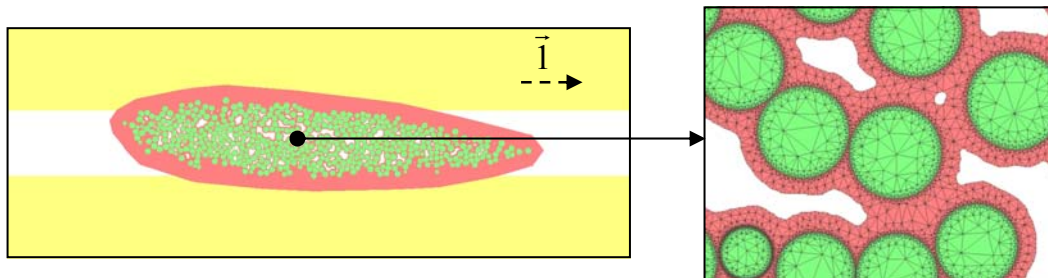


Fig. 2 : Cellule de calcul (gauche) et détail de la microstructure maillée (droite)

#### 2.1.2. Comportement et endommagement.

Il est possible avec de telles cellules de simuler différentes configurations de fibre et de matrice en jouant sur les propriétés mécaniques des constituants : C/SiC, SiC/SiC, C/C, etc... Cependant, dans certains CMCs, les fibres ont subi des traitements de surface afin de moduler la liaison avec la matrice. En outre, l'introduction d'une interphase de faible épaisseur permet aussi de contrôler la résistance de l'interface fibre/matrice, et par conséquent, le comportement mécanique des matériaux composites.

Le cas de calcul présenté ici concerne donc une configuration SiC/SiC à interface forte (Tab.1). Le modèle de calcul par méthode des Éléments Finis est linéaire élastique. La sollicitation est appliquée par des conditions de déplacement aux bords latéraux pour générer un effort de traction dans la direction des fils longitudinaux (direction  $\vec{I}$ ). Les fissures sont introduites de façon explicite dans le maillage pour représenter l'endommagement transverse des fils.

	$E$	$\nu$
SiC <sub>Fibres</sub>	200 GPa	0.12
SiC <sub>Matrice</sub>	350 GPa	0.2
Fil longitudinal	270 GPa	0.15

Tab. 1 : propriétés élastiques des constituants, d'après [2]

Les fissures d'endommagement transverse sont amorcées par les défauts : fibres et pores. Ils génèrent une concentration de contraintes à cause du contraste élastique avec la matrice.

L'amorce et la propagation des fissures d'endommagement transverse correspondent à une rupture fragile : un critère local en contrainte est utilisé. L'amorçage de la rupture est effective au niveau d'un défaut lorsque la contrainte critique locale dépasse la contrainte à rupture (eq. 1).

$$\sigma_R(i) \leq \sigma_C(i) \quad (\text{eq. 1})$$

La contrainte à rupture peut être considérée uniforme ou dispersée selon les couples de matériaux mis en jeu et la nature des interfaces.

La contrainte critique est définie par le maximum localisé de contraintes principales le long des interfaces (eq. 2)

$$\sigma_C(i) = \max_{\text{interface}(i)} (\sigma_I) \quad (\text{eq. 2})$$

La propagation des fissures est instantanée dans la matrice inter-fils. Elles sont stoppées au niveau de l'interface matrice/fil longitudinal. Elles sont déviées en fissures de décohésion le long des fils dans le cas d'une interface faible. Les fissures de décohésion ne sont pas donc pas présentes dans l'essai virtuel qui suit.

### 2.1.3. Essai virtuel de multifissuration.

Une procédure itérative de sélection de défauts actifs et d'introduction des fissures dans le maillage décrit la progression de l'endommagement transverse dans le fil. Le premier cas de calcul considère une contrainte à rupture constante de la matrice SiC (275 MPa). Les défauts prépondérants sont les pores au voisinage desquels les concentrations de contraintes sont les plus importantes par rapport aux fibres et à l'interface fibre/matrice qui a été choisie très forte. La progression des fissures de décohésion n'a donc pas été introduite.

On obtient une configuration à cinq fissures (Fig. 3 gauche) et la courbe décrivant le comportement contrainte/déformation est élastique par morceaux avec cinq ruptures de pente qui correspondent à l'apparition des fissures (Fig.3 droite).

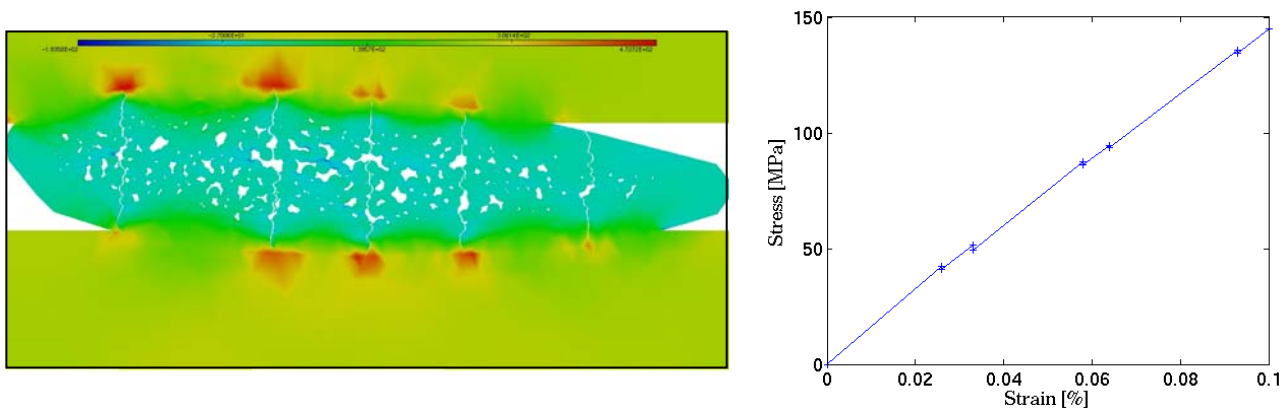


Fig. 3 : État de fissuration à  $\varepsilon = 0.1\%$  (gauche) et courbe contrainte/déformation de la cellule (droite).

Ensuite, des essais virtuels ont été réalisés en prenant en compte une dispersion dans les contraintes à rupture  $\sigma_R$  décrite par une loi normale (275, 10) pour laquelle 99% des données sont comprises entre 250 et 300MPa. Les séquences de fissuration obtenues sont identiques en termes de localisation des fissures : ce sont les mêmes défauts qui ont amorcé les fissures. Les contraintes locales à rupture sont différentes, mais les comportements sont très similaires. Cela s'explique par le fait que la densité de pores n'est pas très élevée et que ceux-ci sont les défauts prépondérants.

#### 2.1.4. Résultats et discussion.

L'effet d'une fissure à l'échelle des fils est très marqué. Elle génère une zone circulaire de relaxation de contraintes par l'introduction d'un bord libre. Les défauts présents à l'intérieur sont moins actifs. Ils génèrent de faibles contraintes. Cet effet est reflété par une marche dans la partie inférieure de la dispersion des grandeurs critiques pour la configuration avec une seule fissure (Fig. 4). On considère cette zone de relaxation comme une zone d'exclusion pour l'amorçage d'une nouvelle fissure. On peut estimer un pas de fissuration minimal de l'ordre de la demi-hauteur du fil incluant l'épaisseur de la matrice inter-fils, c'est-à-dire le rayon du cercle. Un critère de saturation peut ainsi être énoncé qui correspond à des interfaces fibre/matrice forts et donc sans décohésion inter-fils. Le nombre de fissures maximal est ainsi explicité (eq. 3) en fonction de la longueur de contact  $L$  entre fil transverse et fil longitudinal suivant laquelle s'exerce le de transfert de charge et de la hauteur du fil  $h$ . Dans le cas présent, le nombre maximal de fissures  $N_{max}$  vaut 6. Si les fissures de décohésion inter-fils se développaient, et si la largeur des zones d'exclusion devenait plus grande que  $h$ , le nombre maximal de fissures diminuerait.

$$N_{max} = E\left(\frac{2L}{h} + 1\right) \quad (\text{eq. 3})$$

$E(..)$  est la partie entière.

La multifissuration modifie fortement la dispersion des grandeurs critiques. Les concentrations de contraintes sont de plus en plus faibles et sont de moins en moins nombreuses lorsque l'endommagement progresse (Fig. 4).

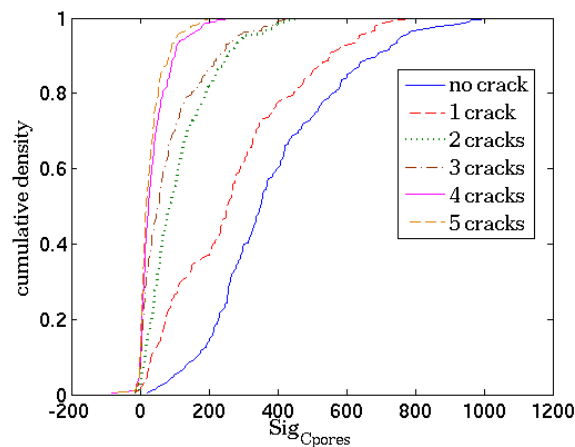


Fig. 4 : Modification de la population des grandeurs critiques en fonction du nombre de fissures dans le fil transversal.

## 2.2. Calculs sur le milieu homogène équivalent

La dispersion des grandeurs locales résulte du couplage entre les effets de l'hétérogénéité de la microstructure et du tissage. La description des populations de défauts doit être intrinsèque et indépendante du chargement et de l'état d'endommagement pour être transposable à l'échelle supérieure.

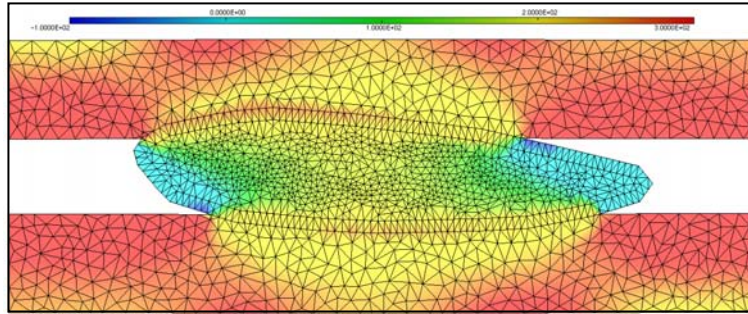
Le découplage des effets micro et méso a été réalisé en identifiant la perturbation que génère un défaut par rapport au champ de contrainte moyen. Ensuite, de nouvelles cellules de calcul sont développées.

### 2.2.1. Cellule de calcul

Les cellules de calcul sont copiées directement sur les précédentes, mais le fil constitué de fibres/matrice/pore est simplement remplacé par le MHE. Les propriétés mécaniques sont estimées par équivalence des conditions aux limites entre les deux séries de simulations (Tab. 2). Ces cellules de calcul donnent accès aux gradients de contraintes induits à l'échelle mésoscopique par les effets de tissage (Fig. 5).

	$E$	$\nu$
Fil transverse	200 GPa	0.16
SiC <sub>Matrice</sub>	350 GPa	0.2
Fil longitudinal	270 GPa	0.15

Tab. 2 : propriétés élastiques des constituants

Fig. 5 : Champ de contrainte  $\sigma_{11}$  dans le MHE, [-100,300] MPa

### 2.2.2. Principe de modélisation

Les fissures sont introduites dans le MHE en considérant une population de défauts identifiée par le découplage d'échelle des données obtenues par l'essai virtuel. Des tirages aléatoires définissent une distribution de perturbations qui simulent l'action de la microstructure. L'identification et la caractérisation des perturbations sont réalisées au préalable à l'aide d'outils statistiques.

## 3. Approche statistique probabiliste de la fissuration transverse

Les populations de défauts et leurs dispersions sont décrites ici par des outils statistiques standards. En comparant les gradients micro et méso, nous définissons des indicateurs intrinsèques de microstructure. Les différentes dispersions sont combinées ensuite pour donner des probabilités de rupture pour chaque défaut, voire pour un ensemble de défauts donnés.

### 3.1. Définition des grandeurs statistiques

#### 3.1.1. Grandeurs locales

Pour un défaut, le coefficient de concentrations de contraintes  $K(i)$  est défini en fonction de la contrainte critique identifiée dans l'approche de l'essai virtuel et la contrainte dans le MHE (eq. 4) à la position  $(x(i), y(i))$  du défaut  $i$ .

$$\sigma_C(i) = K_C(i) \cdot \sigma_{MHE}(x(i), y(i)) \quad (\text{eq. 4})$$

La contrainte dans le MHE est elle-même décomposée en fonction du coefficient d'effet de tissage  $\kappa(x, y)$  et de l'intensité de la sollicitation sur la cellule  $\Sigma^\infty$  (eq. 5).

$$\sigma_{MHE}(x, y) = \kappa(x, y) \cdot \Sigma^\infty \quad (\text{eq. 5})$$

Les dispersions des valeurs sont décrites par les fonctions de densité cumulée de population,  $F_{\sigma_C}$ ,  $F_{K_C}$ ,  $F_{\sigma_{MHE}}$ ,  $F_{\kappa}$ . Les coefficients  $K_C$  et  $\kappa$  sont des paramètres intrinsèques respectivement pour les structures micro (essai virtuel) et méso (milieu homogène équivalent).

#### 3.1.2. Sévérité des défauts et rupture

La sévérité d'un défaut se définit par rapport à un critère de rupture. La combinaison des (eq. 1,4,5) permet d'écrire ce critère en fonction des grandeurs définies précédemment (eq. 6).

$$\frac{\sigma_R}{K_C} \leq \kappa \cdot \Sigma^\infty \quad (\text{eq. 6})$$

On définit ainsi la sévérité microscopique  $S_m$  du défaut qui correspond à la contrainte équivalente pour amorcer une fissure selon le concept de la contrainte élémentaire [3] (eq. 7). C'est un descripteur intrinsèque de la microstructure au sens de la fissuration. La population des sévérités est caractérisée par la fonction  $F_{S_m}$ .

$$S_m = \frac{\sigma_R}{K_C} \quad (\text{eq. 7})$$

### 3.2. Probabilité de rupture associée à un défaut

#### 3.2.1. Combinaison des fonctions de dispersion

La fonction  $F_{K_C}$  est identifiée en explicitant les valeurs de  $K_C$ , mais la distribution des contraintes à ruptures locales  $\sigma_R$  est choisie. Les deux données sont indépendantes c'est-à-dire que la contrainte à rupture locale ne dépend pas de la concentration de contrainte. On exprime la fonction de distribution des sévérités en fonction de celles des  $K_C$  et  $\sigma_R$  par l'intermédiaire de probabilités conditionnelles (eq. 8,9).

$$F_{S_m}(s) = \int_{K_C} F_{\sigma_R}(s.k).f_{K_C}(k).dk \quad (\text{eq. 8})$$

$$f_{S_m}(s) = \int_{K_C} k.f_{\sigma_R}(s.k).f_{K_C}(k).dk \quad (\text{eq. 9})$$

#### 3.2.2. Probabilité de rupture associée à un défaut

La probabilité de rupture associée à un défaut s'exprime soit en fonction de la contrainte critique et de la contrainte à rupture, soit en fonction de la sévérité et de la contrainte dans le MHE (eq. 10).

$$P_{\text{rupture\_defaut}}(i) = p(\sigma_R(i) \leq \sigma_C(i)) = p(S_m(i) \leq \sigma_{MHE}(i)) \quad (\text{eq. 10})$$

Par définition cette expression dépend de la fonction de dispersion des sévérités (eq. 11).

$$P_{\text{rupture\_defaut}}(i) = F_{S_m}(\sigma_{MHE}(i)) \quad (\text{eq. 11})$$

Cette écriture prend en compte les grandeurs que l'on cherche à transposer de la microstructure au fil homogène. La fonction qui décrit les sévérités correspond aux perturbations que l'on cherche à intégrer aux maillages MHE.

## 4. Calcul sur cellules homogènes et perturbation discrète : approche HPD.

La confrontation des deux approches permet dans un premier temps d'identifier la fonction de dispersion des sévérités. Des tirages sont ensuite réalisés pour effectuer l'essai virtuel dans le matériau homogène. Les différentes configurations sont ensuite comparées.

### 4.1. Identification des fonctions de dispersion

La population  $K_C$  est obtenue en combinant les deux approches (eq. 4). Certaines valeurs sont inférieures à 1, ce qui signifie qu'il n'y a pas de concentration de contrainte. En fait certains défauts sont situés dans une zone d'influence d'un défaut plus important. Chaque défaut n'est pas décrit de façon indépendante, la dispersion prend en compte les interactions au sein de la microstructure.

La fonction de dispersion choisie pour caractériser cette population est une loi *lognormale*, qui décrit typiquement une grandeur aléatoire strictement positive. L'écriture de sa fonction densité cumulée est en fait celle d'une loi normale pour la grandeur  $\ln(K_C)$  (eq. 12).

$$p(k \leq K_C) = F_{K_C}(K_C) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{K_C} e^{-\frac{(\ln(k)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{k} dk \quad (\text{eq. 11})$$

Les valeurs identifiées sont  $\mu = 1.015$  pour la moyenne et  $\sigma = 0.457$  pour la variance. Il y a un bon accord entre la fonction analytique et les données issues de l'essai virtuel (Fig. 6). On note que la loi identifiée a tendance à surestimer la population des défauts le plus sévères.

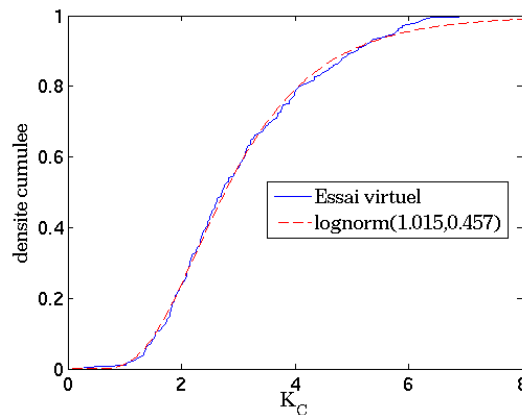


Fig. 6 : Dispersion de  $K_C$  et identification de la fonction de distribution.

## 4.2 Cas de calculs

Divers cas de calculs ont mis en œuvre en jouant sur les dispersions des grandeurs  $K_C$  et  $\sigma_R$  qui sont introduites dans le MHE. Un premier cas de calcul reprend la distribution  $K_C$  identique à celle de l'essai virtuel et une contrainte à rupture constante dans le fil. Par la suite des tirages aléatoires sont effectués pour la distribution de  $K_C$  identifiée § 4.1. La contrainte à rupture est choisie constante ou dispersée. Les différents résultats sont ensuite confrontés pour valider la correspondance entre les approches hétérogène et homogène.

### 4.1.1. $K_C$ de l'essai virtuel et $\sigma_R$ constant.

Ce cas de calcul a pour but d'estimer la qualité de la transition hétérogène/[homogène-avec-perturbation]. La distribution des  $K_C$  calculés par l'approche de l'essai virtuel a permis d'identifier la fonction  $F_{K_C}$ .  $\sigma_R$  est constante et égale à 275MPa. Cette configuration est la stricte copie en version MHE de l'essai virtuel présenté auparavant. Les fissures sont successivement activées par les mêmes défauts que § 2.1.3 et le schéma de fissuration est identique à la taille de maillage près (Fig. 7 gauche). La loi de comportement est très proche de la précédente obtenue (Fig. 7 droite). Les déformations à rupture sont plus importantes dans le milieu hétérogène (Tab. 3).

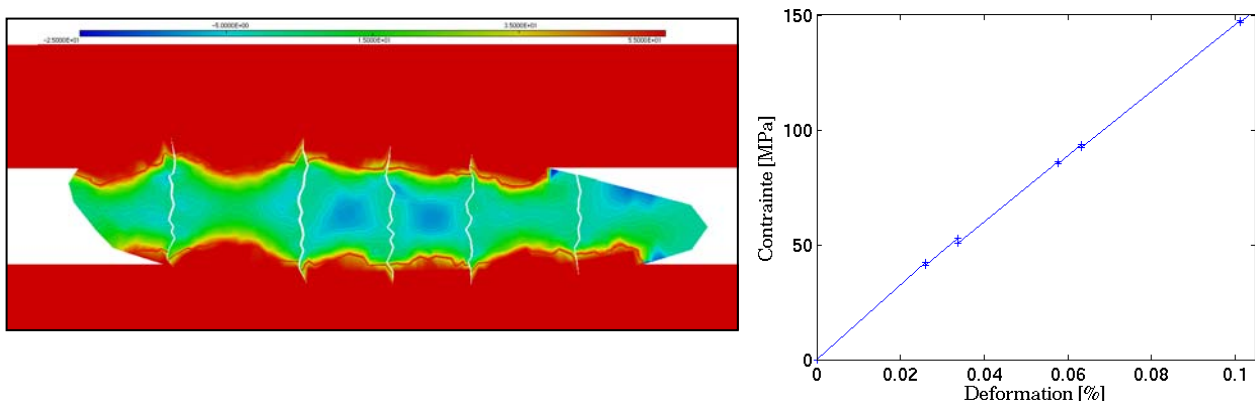


Fig. 7 : Champ de contraintes  $\sigma_{11}$  (gauche) et courbe contrainte/déformation de la cellule (droite).

### 4.1.2. $K_C$ par tirage aléatoire et $\sigma_R$ constante.

Ce cas de calcul permet de tester la qualité de l'identification de la perturbation. La distribution  $K_C$  est générée par un tirage aléatoire suivant la loi *lognormale* (eq. 12) ( $\mu = 1.015$ ,  $\sigma = 0.457$ ). La contrainte



$\sigma_R$  est égale à 275MPa. Le schéma de fissuration est similaire et la courbe de comportement dans la même gamme que les cas précédents. On remarque des fissures très resserrées au centre du fil transverse (Fig. 8) ainsi qu'une limite de non-linéarité plus élevée (Tab. 3).

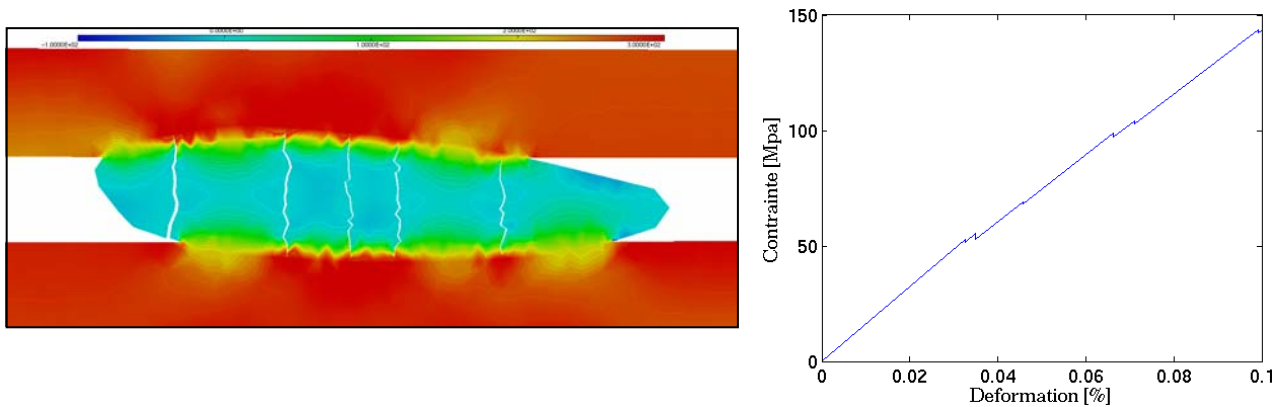


Fig. 8 : Champ de contraintes  $\sigma_{11}$  (gauche) et courbe contrainte/déformation de la cellule (droite).

#### 4.1.3. $K_C$ par tirage et $\sigma_R$ aléatoire.

Ce dernier cas de calcul prend en compte toutes les dispersions. La distribution  $K_C$  est identique à celle de la simulation précédente ; la distribution  $\sigma_R$  est générée par un tirage aléatoire suivant une loi normale ( $\mu = 275, \sigma = 10$ ) pour la quelle 99% des valeurs sont comprises entre 250 et 300MPa. La courbe de comportement est proche des calculs précédents (Fig. 9, Tab. 3).

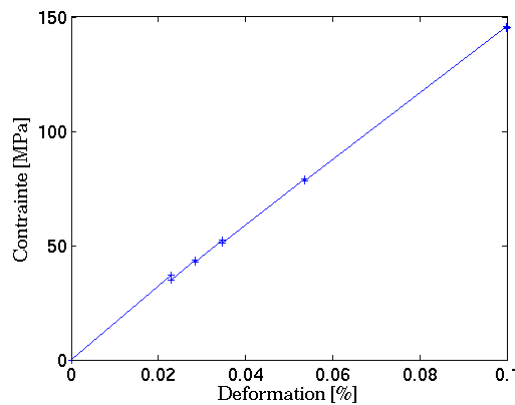


Fig. 9 : Courbe contrainte/déformation de la cellule.

#### 4.1.4. Confrontation des différents cas.

Les courbes de comportement sont très proches les unes des autres, la différence se faisant au niveau des taux de déformation lorsqu'apparaissent les ruptures successives (Tab. 3). La limite d'élasticité se situe entre 0.02 et 0.035%, ce qui correspond aux observations expérimentales pour le composite tissé SiC/SiC. D'autres cas de calcul doivent compléter ceux-ci car un tirage aléatoire n'est pas suffisant pour donner une vue d'ensemble de tendances. Les écarts entre les différentes valeurs sont donc systématiquement acceptables. De façon générale, la méthode de changement d'échelle propose une très bonne correspondance avec l'essai virtuel. La méthode est validée en terme de comportement mécanique.

En ce qui concerne le pas de fissuration, la condition d'exclusion dans les zones de relaxation de contraintes n'est pas satisfaite pour les tirages aléatoires de  $K_C$ . Il semble qu'il y ait un lien entre les défauts les plus sévères et leur position dans le fil. Une étude de covariance pourrait confirmer cette hypothèse. De façon plus générale la prise en compte de fissures de décohésion augmenterait la taille des zones de relaxation. La distance inter fissures serait ainsi plus grande et le schéma de fissuration conforme aux attentes (eq. 3).

Fissure	1	2	3	4	5
Essai virtuel, $\sigma_R = 275$ MPa	0.0261	0.0329	0.0583	0.0640	0.0930
$K_C$ es. virtuel, $\sigma_R = 275$ MPa	0.0261	0.0339	0.0576	0.0633	0.101
$K_C$ tir.aléatoire, $\sigma_R = 275$ MPa	0.0326	0.0350	0.0663	0.0712	0.0993
$K_C$ tir. aléatoire, $\sigma_R$ dispersé	0.0228	0.0284	0.0347	0.0537	0.0999

Tab. 3 : Déformations globales aux apparitions de fissures.

## 5. Conclusions.

Une procédure d'essai virtuel a été développée. Elle permet de simuler la multifissuration transverse dans les fils transversaux de composites tissés à matrice céramique. Les effets de microstructure fibres/matrice/pores sont pris en compte dans les maillages éléments finis. La rupture est fragile au niveau des défauts et la propagation des fissures instantanée. Les fissures sont introduites de façon itérative dans les maillages ce qui correspond à la progression de l'endommagement transverse. Le comportement mécanique des constituants est linéaire élastique, ce qui permet des calculs simples et rapides.

Cet essai virtuel est la base d'une approche statistique de la fissuration. Les défauts sont identifiés et leur distribution caractérisée. En particulier un coefficient de concentration de contraintes  $K_C$  est défini pour chaque défaut ainsi qu'une sévérité  $S_m$ . La sévérité combine  $K_C$  à la résistance locale à rupture  $\sigma_R$ . L'intérêt est que ces deux valeurs sont intrinsèques à la microstructure et la caractérisent au sens de l'amorce de fissures. Il est possible ensuite d'exprimer une probabilité de fissure associée à chaque défaut en fonction de la sollicitation ou à travers une procédure de tirage aléatoire de sélectionner les défauts qui amorcent des fissures.

Ces grandeurs statistiques identifiées sont ensuite introduites dans des cellules de calcul où la microstructure a été remplacée par un matériau homogène équivalent. Cette stratégie de changement d'échelle donne de très bons résultats et présente également un intérêt pour identifier des tendances (niveau d'apparition et position des fissures, nombre de fissures par fil). En particulier la dispersion des grandeurs correspondant aux amorces de fissures est mise en lumière. Leur plage de variation est identifiée et la limite élastique des cellules de calcul est en accord avec les expérimentations.

Certaines améliorations concernant la description statistique des défauts sont à faire. L'indépendance de la population des concentrations de contraintes et de leur position semble devoir être remise en cause, mais l'aspect statistique des résistances locales semble bien pris en compte.

Les voies ouvertes par le changement d'échelle sont nombreuses et prometteuses. L'évolution des populations de défauts lors de la progression de l'endommagement pourra être décrite de façon analytique par le jeu des relations entre les fonctions de dispersions. Une analyse des valeurs extrêmes, par exemple par l'hypothèse du maillon faible, permettra de sélectionner et identifier les défauts les plus sévères pour décrire la population de fissures plutôt que la distribution de tous les défauts.

## Références

- [1] P. Pineau, J. Lamon, G. Couegnat, « Transverse multicracking of tows in woven CMCs : from observation to virtual testing ». À paraître, in : *Proceedings of 17th International Conference on Ceramic Composites (ICCM17)*, 29 Juillet 2009, Edinburgh.
- [2] Bobet J.L., Lamon J., "Thermal residual stresses in ceramic matrix composites - I: Axisymmetrical model and finite element analysis" *Acta. Metall. Mater.* **43**(1995)-2241-2253.
- [3] J. Lamon, « Mécanique de la rupture fragile et de l'endommagement : approches statistiques-probabilistes ». *Hermès, Lavoisier*, Paris, 2007.