



**HAL**  
open science

**Approche hybride multiéchelle pour l'analyse de la tenue de structures composites sous sollicitations complexes 3D = Multiscale hybrid failure approach for strength analysis of composite structures subjected to complex 3D loadings**

Frédéric Laurin, Nicolas Carrère, Jean-François Maire

► **To cite this version:**

Frédéric Laurin, Nicolas Carrère, Jean-François Maire. Approche hybride multiéchelle pour l'analyse de la tenue de structures composites sous sollicitations complexes 3D = Multiscale hybrid failure approach for strength analysis of composite structures subjected to complex 3D loadings. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 10 p. hal-00388008

**HAL Id: hal-00388008**

**<https://hal.science/hal-00388008>**

Submitted on 11 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Approche hybride multiéchelle pour l'analyse de la tenue de structures composites sous sollicitations complexes 3D

## *Multiscale hybrid failure approach for strength analysis of composite structures subjected to complex 3D loadings*

F. Laurin<sup>1</sup>, N. Carrère<sup>1</sup> et J.-F. Maire<sup>1</sup>

1 : ONERA/DMSC

ONERA 29 avenue de la division Leclerc, 92322 Châtillon Cedex France  
e-mail : [laurin@onera.fr](mailto:laurin@onera.fr), [carrere@onera.fr](mailto:carrere@onera.fr), [mair@onera.fr](mailto:mair@onera.fr)

### Résumé

Bien que l'utilisation des matériaux composites ne cesse de croître pour la conception de structures primaires, la prévision de la ruine de structures sous sollicitations tridimensionnelles, rencontrées dans les zones de reprise de plis ou dans les rayons de cornières, reste un problème majeur dans le dimensionnement des pièces composites. L'objectif de cette étude est donc de proposer une approche multiéchelle de la rupture, basée sur une représentation micromécanique hybride des mécanismes de ruine, permettant de prévoir la rupture de stratifiés sous sollicitations complexes 3D et de prendre en compte l'effet de la pression hydrostatique sur la tenue de structures composites. L'idée majeure de ce type d'approche consiste à introduire à l'échelle mésoscopique les effets des ruptures intervenant à l'échelle micromécanique (comme les effets de décohésions fibre/matrice sur le comportement non linéaire et les résistances du pli unidirectionnel). Cette approche a été comparée avec succès à des essais, issus de la littérature, sur stratifiés sous sollicitations planes complexes. De plus, des simulations sur stratifiés sous chargements 3D complexes ont été effectuées afin de vérifier la pertinence des modélisations proposées.

### Abstract

While the use of fibre-reinforced composites has spread increasingly in the design of primary structures, the strength analysis of structures subjected to 3D loadings, encountered in tapered specimens or in corner L-angle specimens, still remains a major problem in the design of composite parts. The aim of the present study consists in proposing a multiscale failure approach, physically based on a hybrid micromechanical representation of the failure mechanisms, which permits to predict accurately the final failure of laminates subjected to 3D complex loadings and to describe the effect of the hydrostatic pressure on the strength of composite structures. The main idea of this model is to introduce the effect of the failure occurring at the micromechanical scale (effects of local fibre/matrix debondings on the non linear behaviour and strengths) at the mesoscopic scale. This failure approach has been compared successfully on test results of laminates subjected to multiaxial in-plane loadings extracted from the literature. Moreover, some simulations on laminates subjected to 3D complex loadings have been performed in order to insure the relevance of the proposed modelling.

**Mots Clés :** Rupture, Endommagement, Multiéchelle, Pression hydrostatique.

**Keywords :** Failure, Damage, Multiscale, Hydrostatic pressure.

## 1 Introduction

En raison de leurs propriétés spécifiques élevées, l'utilisation des matériaux composites, et particulièrement les stratifiés d'unidirectionnels (UD), n'a cessé de croître, durant ces dernières années, pour la conception de structures hautes performances et ce, pour un large spectre d'applications industrielles. Néanmoins, de par la nature spécifique de ces matériaux et la complexité des mécanismes de ruine mis en jeu, le manque de confiance dans les outils existants d'analyse de la tenue de structures composites a conduit à l'utilisation de marges de sécurité importantes induisant un manque de compétitivité des solutions composites. Les capacités des approches de la rupture existantes à prévoir la ruine de stratifiés sous sollicitations planes multiaxiales ont été évaluées dans le cadre du premier « World Wide Failure Exercise » (WWFE) [1]. Une première approche multiéchelle de la rupture a été proposée par l'Onera et a été comparée avec succès aux différents cas tests définis dans le cadre du premier WWFE [2]. Toutefois, la

prévision de la ruine de structures composites sous sollicitations complexes tridimensionnelles rencontrées dans les zones de reprises de plis ou dans les rayons de cornières composites, ou pour des chargements multiaxiaux plans superposés à de la pression hydrostatique rencontrés notamment dans les applications navales ou aéronautiques, demeure un problème majeur dans le dimensionnement de structures composites.

Par conséquent, l'objectif de cette étude consiste à proposer une approche multiéchelle de la rupture basée sur une représentation micromécanique hybride des mécanismes de ruine permettant de prévoir la rupture de stratifiés sous chargements complexes 3D, et notamment les sollicitations planes multiaxiales superposées à de la pression hydrostatique. Ce type d'approche permet de prévoir la ruine de stratifiés à partir de la connaissance des propriétés thermomécaniques des plis unidirectionnels le constituant et prend également en compte l'effet de la dégradation des plis rompus sur le comportement macroscopique et sur la prévision de la ruine finale.

L'approche hybride multiéchelle de la rupture proposée peut être décomposée en cinq étapes principales (voir Fig. 1) à savoir (i) la méthode de passage méso/macro permettant de déterminer, à partir du chargement 3D appliqué au stratifié, le chargement imposé aux plis le constituant, (ii) la loi de comportement mésoscopique pour déterminer les champs de contraintes et de déformations, (iii) la détermination des micro-dommages et de leur effets sur le comportement et les résistances du pli UD, (iv) un critère de rupture mésoscopique permettant de prévoir la ruine des plis et (v) le modèle d'endommagement permettant de dégrader progressivement les propriétés mécaniques du pli rompu au sein du stratifié jusqu'à la rupture finale. Le modèle proposé sera détaillé dans la section 2.

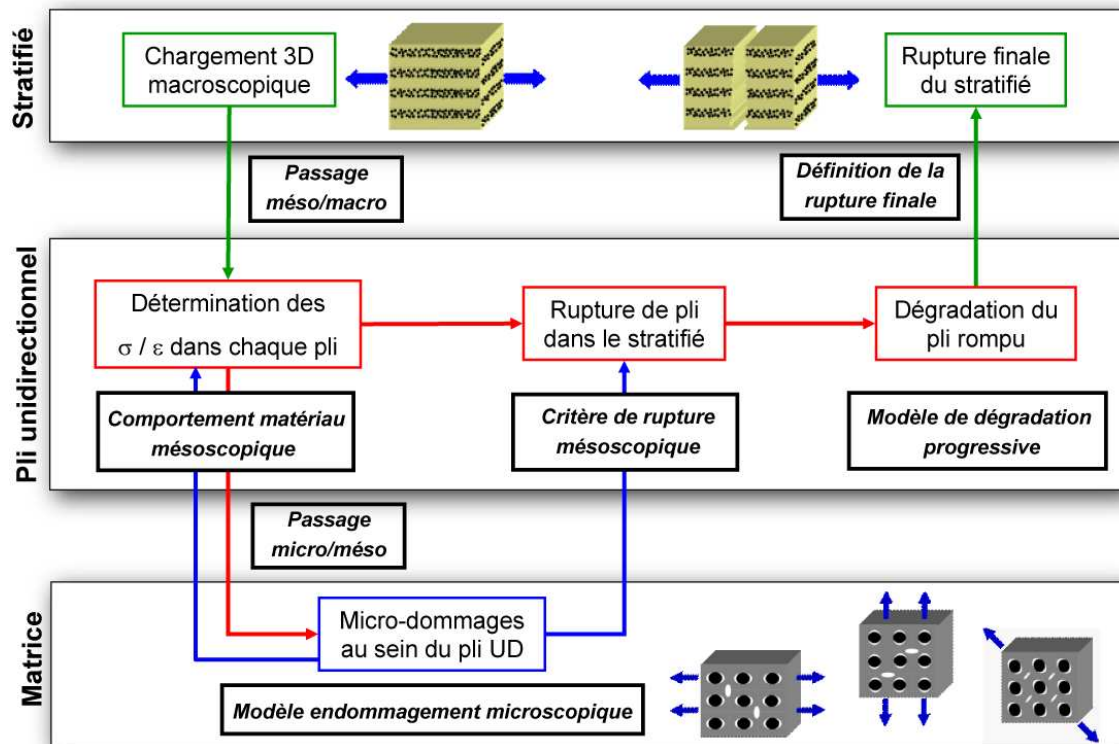


Fig. 1. Principe général de l'approche hybride multiéchelle de la rupture proposée.

Dans la section 3, une procédure d'identification de l'approche hybride multiéchelle est proposée et les différents essais nécessaires à la détermination de l'ensemble des paramètres du modèle sont présentés.

Enfin, les prévisions de la rupture de stratifiés sous sollicitations planes multiaxiales sont comparées aux résultats expérimentaux des cas tests définis dans le cadre du premier WWFE. Par la suite, des simulations sur stratifiés sous sollicitations tridimensionnelles sont présentées et la représentativité des résultats obtenus est discutée.

## 2 Approche hybride multiéchelle de la rupture

### 2.1 Modélisation des micro-dommages du pli UD

L'idée majeure de l'approche hybride multiéchelle de la rupture consiste à introduire à l'échelle mésoscopique les effets des ruptures intervenant à l'échelle micromécanique sur le comportement et la rupture du pli.

Afin de modéliser les micro-dommages observés au sein des plis, pouvant être des décohésions fibre/matrice ou de la micro-fissuration intervenant dans la matrice, la loi d'endommagement scalaire proposée (voir eq. 1 et 2) dépend de la déformation élastique de la matrice ( $\varepsilon_m^e$ ), obtenue par une simple méthode de localisation [3], et suppose que l'orientation des fissures est fixée par l'architecture du matériau [4].

$$y_i = (y_i^{npy} + a_{yi} y_i^{tpy})^{1/py} \text{ avec } \begin{cases} y_i^n = \frac{1}{2} C_{mii} \varepsilon_{mi}^{e+2} \\ y_i^t = \frac{1}{2} (b_i C_{mij} \varepsilon_{mj}^{e+2} + b_i^p C_{mii} \varepsilon_{mi}^{e+2}) \end{cases} \text{ pour } \begin{cases} i = (2,3) \\ j = (4,5) \end{cases} \quad (\text{eq. 1})$$

$$\mu_i = d_i^c \left( 1 - e^{\left( \frac{\langle \sqrt{y_i} - \sqrt{y_i^0} \rangle^+}{\sqrt{y_i^c}} \right)^{p_i}} \right) \text{ avec } \dot{\mu}_i \geq 0 \text{ pour } i = (2,3) \quad (\text{eq. 2})$$

où  $C_m$  est la matrice de rigidité de la matrice,  $\varepsilon_{mi}^{e+}$  correspond à la partie positive du tenseur de déformation élastique de la matrice,  $y_i$  les forces thermodynamiques associées et  $\langle \cdot \rangle^+$  sont les crochets de Macauley. La loi d'endommagement proposée est thermo dynamiquement admissible, prend en compte l'aspect unilatéral du dommage et distingue les effets des micro-fissures ouvertes ou fermées.

### 2.2 Loi de comportement à l'échelle du pli

Afin de prévoir la rupture des différents plis au sein du stratifié, il est essentiel de décrire de façon satisfaisante le comportement non linéaire des plis. Une loi de comportement non linéaire thermo-viscoélastique est utilisée à l'échelle du pli et reportée dans l'eq. 3.

$$\sigma = \tilde{C} : (\varepsilon - \varepsilon^{th} - \varepsilon^{ve}) \text{ avec } \begin{cases} \varepsilon^{th} = \alpha (T - T_0) \\ \dot{\varepsilon}^{ve} = g(\sigma) \sum_i \xi_i \text{ avec } \dot{\xi}_i = \frac{1}{\tau_i} (m_i g(\sigma) \tilde{S}_R^{UD} : \sigma - \xi_i) \end{cases} \quad (\text{eq. 3})$$

$$g(\sigma) = 1 + \left( \frac{\langle \sigma_{eq} \rangle^+}{\sigma_0^{UD}} \right)^{p^{UD}} \text{ avec } \sigma_{eq} = \sqrt{{}^t \sigma : M_d^{UD} : \sigma} + c^{UD} \text{tr}(\sigma) \quad (\text{eq. 4})$$

$$\tilde{S}_R^{UD} = S_R^{UD} + \sum_{i=2}^3 \mu_i H_i^{ve} \quad (\text{eq. 5})$$

où  $\sigma$  est la contrainte mésoscopique,  $\tilde{C}$  la rigidité élastique mésoscopique,  $\varepsilon$  la déformation totale,  $\varepsilon^{th}$  la déformation thermique (avec  $\alpha$  le tenseur de dilatation,  $T_0$  la température libre de contrainte et  $T$  la température de l'essai),  $\varepsilon^{ve}$  la déformation non linéaire visqueuse [5] (supposée être la somme des déformations des mécanismes élémentaires visqueux ( $\xi_i$ ) définis par leur temps de relaxation  $\tau_i$  et leur poids  $m_i$ ).

La loi viscoélastique proposée a deux sources distinctes de non linéarité :

- une non linéarité inhérente à la viscosité de la matrice (eq. 4) et décrite par la fonction non linéaire  $g(\sigma)$ . La contrainte équivalente ( $\sigma_{eq}$ ) distingue une partie déviatorique ( $M_d^{UD}$ ) et une partie hydrostatique afin de prendre en compte les effets de la pression hydrostatique sur le comportement du pli. On notera que les paramètres de la loi viscoélastique du pli UD sont hérités par homogénéisation des paramètres identifiés de la loi viscoélastique de la matrice.
- une non linéarité due au couplage entre les micro-dommages ( $\mu_i$ ) pour  $i=(2,3)$  et la souplesse visqueuse du matériau ( $\tilde{S}_R^{UD}$ ), de par l'introduction des tenseurs des effets des micro-dommages sur la viscosité ( $H_i^{ve}$ ), présentée dans l'eq. 5.

## 2.3 Critère de rupture du pli

La prévision de la rupture du pli au sein du stratifié est effectuée à partir d'un critère de rupture, basé sur les hypothèses de Hashin [6], distinguant la rupture en mode fibre ( $f_1^\pm$ ), en mode interfibre plan ( $f_2^\pm$ ) et hors-plan ( $f_3^\pm$ ).

### 2.3.1 Critères de rupture interfibre

Au sein du mode de rupture interfibre sont distingués les mécanismes de ruine plan et hors-plan en traction et compression (voir Fig. 2).

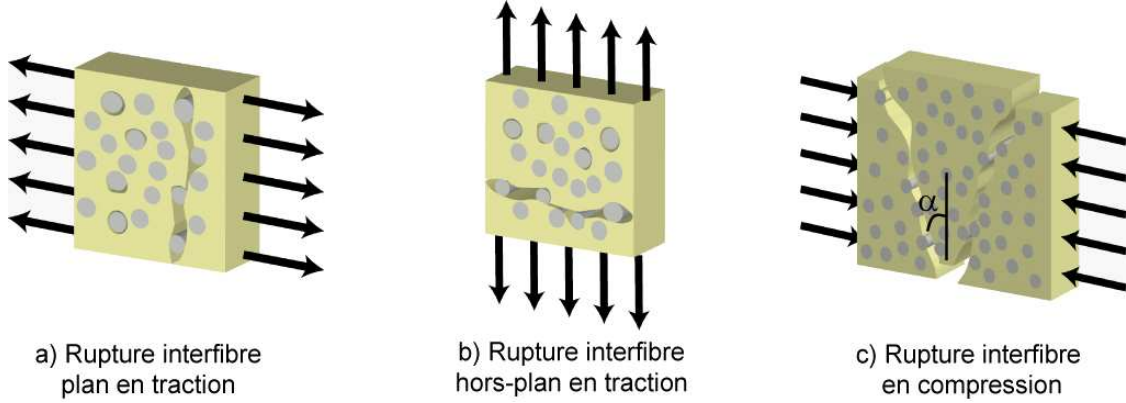


Fig. 2. Mécanismes de rupture interfibre en traction plan (a), hors-plan (b) et en compression (c).

Les critères de rupture interfibre en traction plan ( $f_2^+$ ) et hors-plan ( $f_3^+$ ) sont des critères exprimés en contrainte et présentés dans l'eq. 6.

$$f_i^+ = \frac{Y_{i+}^{eq}}{Y_{i+}^0} = 1 \text{ avec } \begin{cases} Y_{i+}^{eq} = {}^t\sigma : F^{i+} : \sigma \\ \tilde{Y}_{i+}^0 = Y_{i+}^0 (1 - \mu_f) \end{cases} \text{ et } \mu_f = 1 - e^{-\left(\frac{\langle \sigma_{i1}^f - \sigma_{i1}^{0f} \rangle^+}{\sigma_{i1}^{0f}}\right)^m} \text{ pour } i = (2,3) \quad (\text{eq. 6})$$

$$\begin{cases} F_{22}^{2+} = \eta_2 / \tilde{Y}_t^2, F_{23}^{2+} = 1 / \tilde{S}_{23}^2 \text{ et } F_{12}^{2+} = 1 / \tilde{S}_{12}^2 \\ \text{les autres composantes du tenseur } F^{2+} \text{ sont nulles} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \tilde{Y}_t = Y_t^0 / (1 + h_{2t} \mu_2)^2 \\ \tilde{S}_{23} = S_{23}^0 / (1 + h_{23t} \mu_2)^2 \\ \tilde{S}_{12} = S_{12}^0 / (1 + h_{12t} \mu_2)^2 \end{cases} \quad (\text{eq. 7})$$

$$\begin{cases} F_{33}^{3+} = \eta_3 / \tilde{Z}_t^2, F_{23}^{3+} = 1 / \tilde{S}_{23}^2 \text{ et } F_{13}^{3+} = 1 / \tilde{S}_{13}^2 \\ \text{les autres composantes du tenseur } F^{3+} \text{ sont nulles} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \tilde{Z}_t = Z_t^0 / (1 + h_{3t} \mu_3)^2 \\ \tilde{S}_{23} = S_{23}^0 / (1 + h_{23t} \mu_3)^2 \\ \tilde{S}_{13} = S_{13}^0 / (1 + h_{13t} \mu_3)^2 \end{cases} \quad (\text{eq. 8})$$

$$\text{avec } \eta_2 = \begin{cases} 1 & \text{si } \sigma_{22} \geq 0 \\ 0 & \text{si } \sigma_{22} < 0 \end{cases} \text{ et } \eta_3 = \begin{cases} 1 & \text{si } \sigma_{33} \geq 0 \\ 0 & \text{si } \sigma_{33} < 0 \end{cases} \quad (\text{eq. 9})$$

où  $F^{i+}$  sont les tenseurs de rupture associés (eq. 7 et 8) et dépendent des résistances effectives en traction plan ( $\tilde{Y}_t$ ), hors-plan ( $\tilde{Z}_t$ ), cisaillement plan ( $\tilde{S}_{12}$ ) et hors-plan ( $\tilde{S}_{13}$  et  $\tilde{S}_{23}$ ). Ces résistances effectives sont fonction des résistances « virtuelles » du matériau ( $Y_t^0$ ,  $Z_t^0$ ,  $S_{12}^0$ ,  $S_{13}^0$  et  $S_{23}^0$ ) en supposant qu'aucun micro-dommage n'apparaisse dans le pli UD, et fonction des micro-dommages ( $\mu_2$ ,  $\mu_3$ ) qui dégradent les résistances interfibre effectives du pli UD.

Les variables  $\tilde{Y}_{i+}^0$  représentent les seuils des critères de rupture et sont fonction des ruptures prématurées de fibres ( $\mu_i$ ). Ces ruptures prématurées de fibres sont dues à un effet statistique sur les résistances et induisent des décohésions fibre/matrice facilitant ainsi l'apparition des premières méso-fissures dans le pli UD.

Les critères de rupture interfibre en compression plan ( $f_2^-$ ) et hors-plan ( $f_3^-$ ) sont des critères en énergie exprimés respectivement dans les plans de rupture (3,2) et (2,3) suivant un angle  $\pm\alpha$  par rapport à l'axe 2 ou 3 (voir Fig. 2) et sont présentés respectivement dans les eq. 10 et 11.

$$\max_{\pm\alpha} \left( g_n^{2-} \tau_n^{(3,2)\pm\alpha} \gamma_n^{(3,2)\pm\alpha} \right) + \max_{\pm\alpha} \left( g_t^{2-} \tau_t^{(3,2)\pm\alpha} \gamma_t^{(3,2)\pm\alpha} \right) = \tilde{Y}_{2-} \quad \text{si } \sigma_2 < 0 \quad (\text{eq. 10})$$

$$\max_{\pm\alpha} (g_n^{3-} \tau_n^{(2,3)\pm\alpha} \gamma_n^{(2,3)\pm\alpha}) + \max_{\pm\alpha} (g_t^{3-} \tau_t^{(2,3)\pm\alpha} \gamma_t^{(2,3)\pm\alpha}) = \tilde{Y}_{3-} \quad \text{si } \sigma_3 < 0 \quad (\text{eq. 11})$$

$$\text{avec } \tilde{Y}_{i-} = Y_{i-}^0 \frac{1 - \mu_f}{1 + h_{i-}(\mu_2 + \mu_3)} \quad \text{avec } i = (2,3) \quad (\text{eq. 12})$$

où  $\tau_n^{(2,3)\pm\alpha}$ ,  $\tau_t^{(2,3)\pm\alpha}$ ,  $\gamma_n^{(2,3)\pm\alpha}$ ,  $\gamma_t^{(2,3)\pm\alpha}$  et  $\tau_n^{(3,2)\pm\alpha}$ ,  $\tau_t^{(3,2)\pm\alpha}$ ,  $\gamma_n^{(3,2)\pm\alpha}$ ,  $\gamma_t^{(3,2)\pm\alpha}$  sont respectivement les contraintes et déformations de cisaillement normales et tangentielles dans les plans (2,3) et (3,2) suivant un angle  $\pm\alpha$  par rapport à l'axe 2 ou 3.

Les seuils des critères interfibre en compression  $\tilde{Y}_{i-}$  (eq. 12) dépendent des micro-dommages ( $\mu_2$ ,  $\mu_3$ ) dans le pli mais également du micro-dommage ( $\mu^f$ ) du aux ruptures prématurées de fibres. L'angle des plans de rupture en compression transverse plan et hors-plan est supposé égal à  $\alpha=45^\circ$  par simplicité. De plus, il a été vérifié que l'influence du choix de l'angle (par exemple un angle de  $\alpha=53^\circ$  comme proposé par Puck [7]) reste relativement limitée sur les prévisions du critère de rupture.

### 2.3.2 Critères de rupture fibre

Pour le mode de rupture fibre, il est indispensable de distinguer, de par la nature différente des mécanismes mis en jeu, les mécanismes de ruine en traction et en compression (voir Fig. 3).

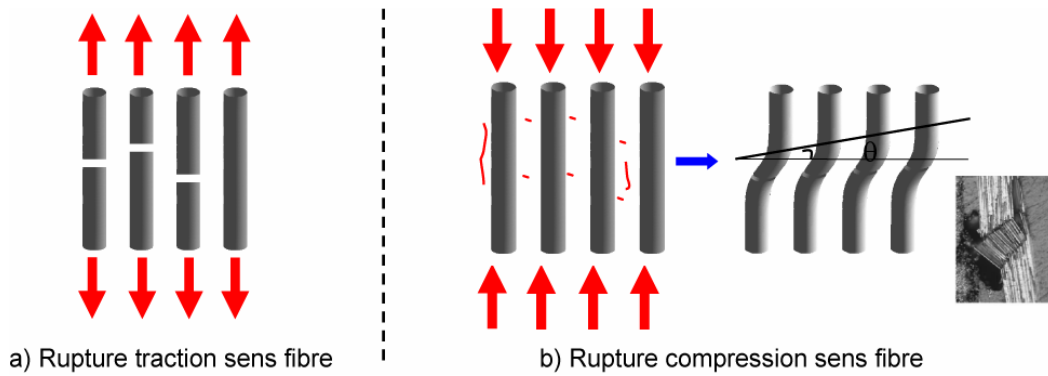


Fig. 3. Mécanismes de rupture en traction (a) et compression (b) sens fibre.

Le critère de *rupture fibre en traction* ( $f_1^+$ ) est un critère en contrainte présenté dans l'eq. 13, où  $F^{1+}$  est un tenseur de rupture (eq. 14) et dépend de la résistance longitudinale du pli UD ( $X_t^{UD}$ ), de la résistance longitudinale du toron de fibre ( $X_t^{yarn}$ ) et des micro-dommages ( $\mu_2$ ,  $\mu_3$ ).

$$f_1^+ = \frac{Y_{1+}^{eq}}{Y_{1+}^0} = 1 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} Y_{1+}^{eq} = {}^t \sigma : F^{1+} : \sigma \\ Y_{1+}^0 = 1 \end{cases} \quad (\text{eq. 13})$$

$$\begin{cases} F_{11}^{1+} = \eta_1 / \tilde{X}_t^2 \quad \text{avec} \quad \eta_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } \sigma_{11} \geq 0 \\ 0 & \text{si } \sigma_{11} < 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \tilde{X}_t = X_t^{UD} e^{-h_{1t}(\mu_2 + \mu_3)} + X_t^{yarn} (1 - e^{-h_{1t}(\mu_2 + \mu_3)}) \\ \text{les autres composantes du tenseur } F^{1+} \text{ sont nulles} \end{cases} \quad (\text{eq. 14})$$

En effet, il a été démontré expérimentalement que la résistance effective en traction longitudinale est dépendante de l'état de dégradation de la matrice [8]. Ce couplage permet d'obtenir des prévisions de la rupture finale conservatives, notamment pour les matériaux Verre/Epoxy.

La rupture en compression longitudinale d'un pli UD est due à la création d'une bande de cisaillement dans les fibres [9] (voir Fig. 3b). Le critère de *rupture fibre en compression* ( $f_1^-$ ) est un critère formulé en énergie (eq. 15), exprimé dans les plans de rupture (1,i) pour  $i=(2,3)$  orienté suivant un angle  $\pm\theta$  par rapport à l'axe 1.

$$\max_{\pm\theta} (g_n^{1-} \tau_n^{(1,i)\pm\theta} \gamma_n^{(1,i)\pm\theta}) + \max_{\pm\theta} (g_t^{1-} \tau_t^{(1,i)\pm\theta} \gamma_t^{(1,i)\pm\theta}) = \tilde{Y}_{1-} \quad \text{pour } i = (2,3) \quad (\text{eq. 15})$$

$$\tilde{Y}_{1-} = Y_{1-}^0 \frac{1 - \mu_f}{1 + h_{1-}(\mu_2 + \mu_3)} \quad (\text{eq. 16})$$

où  $\tau_n^{(1,i)\pm\theta}$ ,  $\tau_t^{(1,i)\pm\theta}$ ,  $\gamma_n^{(1,i)\pm\theta}$  et  $\gamma_t^{(1,i)\pm\theta}$  sont respectivement les contraintes et déformations de cisaillement normales et tangentielles dans les plans (1,i). Le seuil du critère fibre en compression  $\tilde{Y}_{1-}$  (eq. 16) dépend des micro-dommages ( $\mu_2$ ,  $\mu_3$ ) et du micro-dommage ( $\mu^f$ ) due aux ruptures prématurées de fibres (exprimé

dans l'eq. 6) comme proposé pour les seuils du critère interfibre en compression (eq. 12). L'angle du plan de rupture en compression longitudinale est supposé égal à  $\theta=45^\circ$  par simplicité. Il a été vérifié que l'influence du choix de l'angle reste relativement limitée sur les prévisions du critère de rupture.

Il est important de noter que les couplages entre les différents mécanismes de ruine résultent de l'influence des micro-dommages sur les différentes résistances des critères de rupture fibre et interfibre.

## 2.4 Dégradation des propriétés du pli rompu

Les propriétés mécaniques d'un pli rompu au sein du stratifié, en mode interfibre, sont dégradées progressivement jusqu'à la rupture finale du stratifié. Le modèle de dégradation utilisé est basé sur les lois d'endommagement développées à l'Onera [10], et consiste à augmenter la souplesse élastique du matériau ( $S^0$ ) par deux termes représentant les effets de rupture interfibre plan et hors-plan (voir eq. 17).

$$\tilde{S} = S^0 + \sum_{i=2}^3 d_i H_i^{eff} \quad \text{avec} \quad d_i = \alpha_i \left\langle \frac{\sqrt{Y_i^{eq}}}{\sqrt{Y_i^0}} - 1 \right\rangle^+ \quad \text{et} \quad \dot{d}_i \geq 0 \quad (\text{eq. 17})$$

Au sein de chaque mode de dégradation, on distingue la cinétique de fissuration ( $d_i$ ) et les effets de cette fissuration ( $H_i^{eff}$ ). Les variables  $\alpha_i$  sont des paramètres matériau nécessitant un essai sur stratifié pour être identifiées alors que les coefficients des tenseurs des effets sont obtenus par une approche micro-mécanique. On notera que ce modèle est thermo dynamiquement admissible, prend en compte l'aspect unilatéral du dommage et distingue les effets des méso-fissures ouvertes ou fermées.

## 2.5 Méthode de changement d'échelles mésoscopique/macroscopique

Afin de passer de l'échelle du pli UD à l'échelle du stratifié soumis à des sollicitations tridimensionnelles, la théorie classique des stratifiés ne peut être utilisée. Par conséquent, une méthode de changement d'échelle méso/macro, basée sur les travaux de Dvorak [11], valable pour des chargements 3D et adaptée au cas de comportements non linéaires, est proposée.

Les relations de changement d'échelles permettant de déterminer les contraintes ( $\sigma_r$ ) et déformations totales ( $\varepsilon_r$ ) du pli  $r$  à partir de la connaissance des contraintes ( $\Sigma$ ) et déformations ( $E$ ) du stratifié sont reportées dans l'eq. 18, où  $C_s$  et  $\varepsilon_s^{nl}$  sont respectivement la rigidité élastique et la déformation non linéaire du pli  $s$ ,  $A_r$  et  $B_r$  sont les tenseurs de localisation du pli  $r$  et  $D_{rs}$  et  $F_{rs}$  sont les tenseurs d'influence, et  $n$  est le nombre de plis au sein du stratifié.

$$\sigma_r = B_r : \Sigma - \sum_{s=1}^n F_{rs} : C_s : \varepsilon_s^{nl} \quad \text{et} \quad \varepsilon_r = A_r : E - \sum_{s=1}^n D_{rs} : \varepsilon_s^{nl} \quad (\text{eq. 18})$$

Les tenseurs de localisation et d'influence sont déterminés analytiquement à partir de la connaissance des propriétés élastiques du pli UD et en supposant que tous les plis ont les mêmes déformations planes et contraintes hors-plans, exprimées dans le repère du chargement.

La validité de cette méthode de changement d'échelles a été démontrée au travers de comparaisons avec des simulations par éléments finis (EF) sur différentes plaques stratifiées soumises à des chargements tridimensionnels (maillage pli à pli utilisé). Loin des bords des plaques, les résultats obtenus par calcul EF sont en très bon accord avec les résultats de la méthode analytique proposée et ce, pour différentes lois de comportement non linéaires.

## 3 Procédure d'identification du modèle

L'approche hybride multi-échelle de la rupture proposée nécessite la détermination d'un grand nombre de paramètres. Toutefois, le nombre de paramètres à identifier est drastiquement réduit par des considérations mécaniques telles que l'hypothèse d'isotropie transverse du pli UD.

Une procédure d'identification des paramètres de l'approche hybride de la rupture, utilisant des essais simples à mettre en œuvre aux différentes échelles du problème, a été établie :

- Pour identifier les paramètres de la loi viscoélastique de la matrice, deux essais de traction et de compression sur la *matrice* doivent être réalisés.
- Afin d'identifier les paramètres de la loi viscoélastique du pli UD, des lois d'évolution des micro-dommages et de leurs effets sur la viscosité, deux essais de compression transverse et de cisaillement plan sur *pli UD* doivent être réalisés.
- Pour la détermination des résistances du pli UD sans micro-dommage et des effets des micro-dommages sur les résistances mésoscopiques effectives, il est nécessaire de connaître les cinq résistances uni-axiales du *pli UD* usuellement déterminées.

- Pour identifier les paramètres des cinétiques de dégradation des plis rompus au sein du stratifié, un essai sur stratifié est nécessaire.

De plus, l'approche multiéchelle de la rupture plan proposée précédemment [2] a été validée sur les cas tests définis dans le premier WWFE, et nécessite peu d'essais réalisés à l'échelle du pli UD. Par conséquent, un certain nombre de résultats de simulations sur stratifiés sous sollicitations multiaxiales planes a été utilisé en tant qu'essais virtuels pour identifier des termes de couplages de l'approche 3D hybride de la rupture.

L'ensemble des paramètres de l'approche hybride multiéchelle de la rupture a été identifié à partir des résultats d'essais sur les constituants et sur les plis élémentaires fournis par les organisateurs du second WWFE [12] (voir Fig. 4) et à partir d'essais virtuels simulés avec l'approche multiéchelle de la rupture plan.

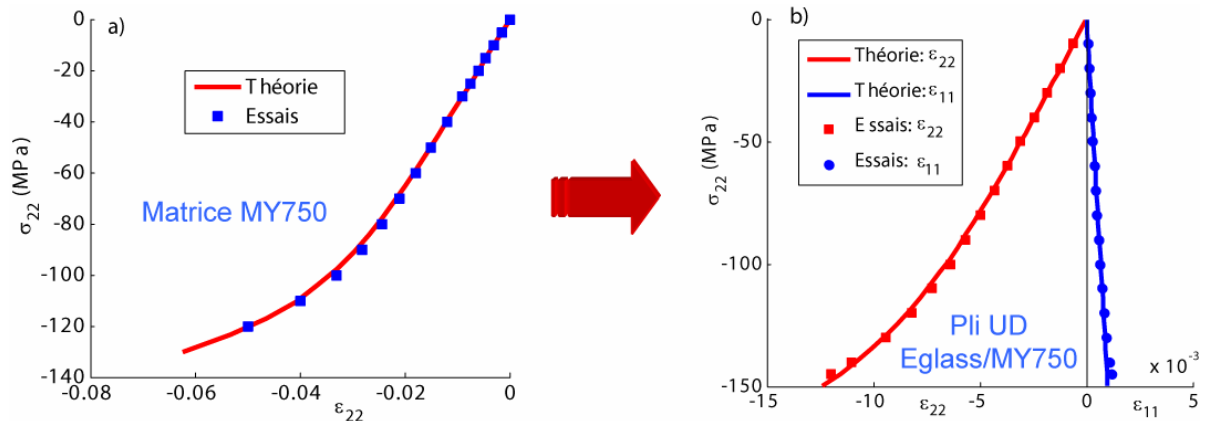


Fig. 4. Identification des paramètres (a) du modèle de viscoélasticité de la matrice sur un essai de compression et (b) du modèle des micro-dommages et de la viscoélasticité du pli UD sur un essai de compression transverse sur pli UD.

## 4 Comparaisons essais/calculs

Dans le cas de structures stratifiées ne présentant pas de singularités géométriques, les ruptures de plis en mode fibre ainsi qu'en compression interfibre sont considérées comme catastrophiques pour le stratifié. De plus, lorsque la perte de rigidité macroscopique devient trop importante ( $>50\%$ ), le stratifié sera considéré comme rompu. Cette dernière définition de la rupture d'un stratifié est essentielle pour prévoir la rupture de stratifiés de type  $[\pm\theta]_s$ .

### 4.1 Essais sur stratifiés sous sollicitations multiaxiales dans le plan.

Afin d'évaluer les capacités prédictives de l'approche hybride multiéchelle de la rupture proposée, des comparaisons avec les résultats d'essais issus du premier WWFE (stratifiés sous sollicitations planes multiaxiales) ont été effectuées.

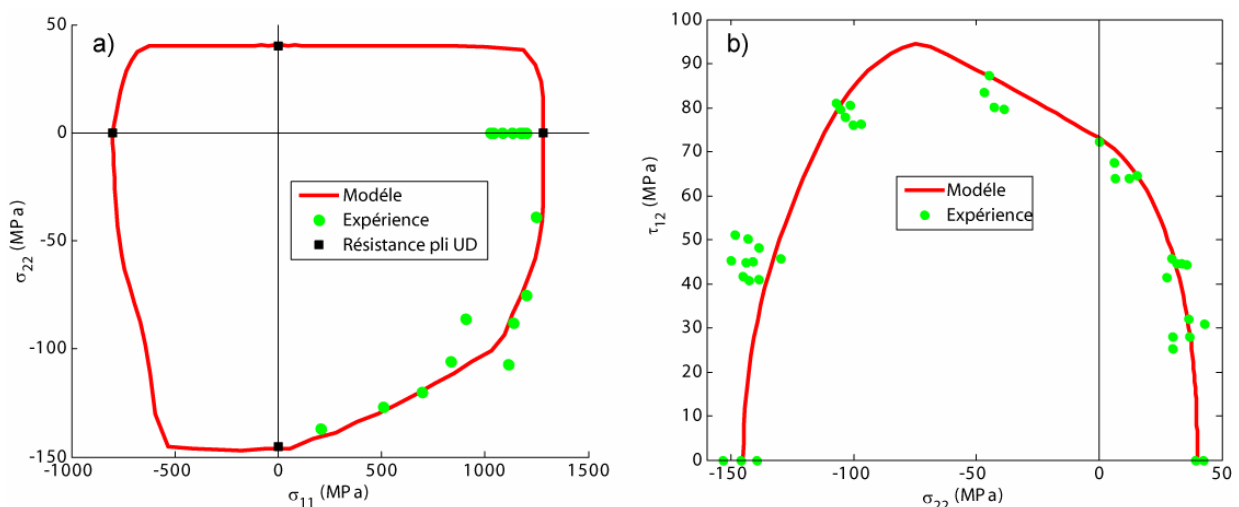


Fig. 5. Comparaisons essais/calculs des enveloppes de rupture d'un pli UD (a) en Eglass/MY750 dans le plan des contraintes  $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$  [13] et (b) en Eglass/LY556 dans le plan des contraintes  $(\sigma_{22}, \tau_{12})$  [13].



Les Fig. 5a et 5b présentent la comparaison des enveloppes de rupture prévues de plis UD soumis à différentes sollicitations multiaxiales avec des résultats d'essais issues de la littérature [13]. La Fig. 5 montre que les prévisions de l'approche hybride sont en très bon accord avec les données expérimentales disponibles sur plis UD. On notera que le couplage entre les différents mécanismes de ruine est essentiellement dû aux effets des micro-dommages sur les résistances du critère mésoscopique utilisé.

La Fig. 6a présente la prévision du comportement d'un stratifié  $[0^{\circ}90^{\circ}]_s$  en Eglass/MY750 sous sollicitation de traction uniaxiale. Le comportement macroscopique simulé et la séquence de rupture des plis du stratifié  $[0^{\circ}90^{\circ}]_s$  prévue sont en très bon accord avec les résultats d'essais. Le couplage entre la résistance effective longitudinale en traction et l'état de dégradation de la matrice permet d'obtenir une prévision de la rupture finale conservative sur ce cas test contrairement à la majorité des approches évaluées dans le cadre du premier WWFE [1].

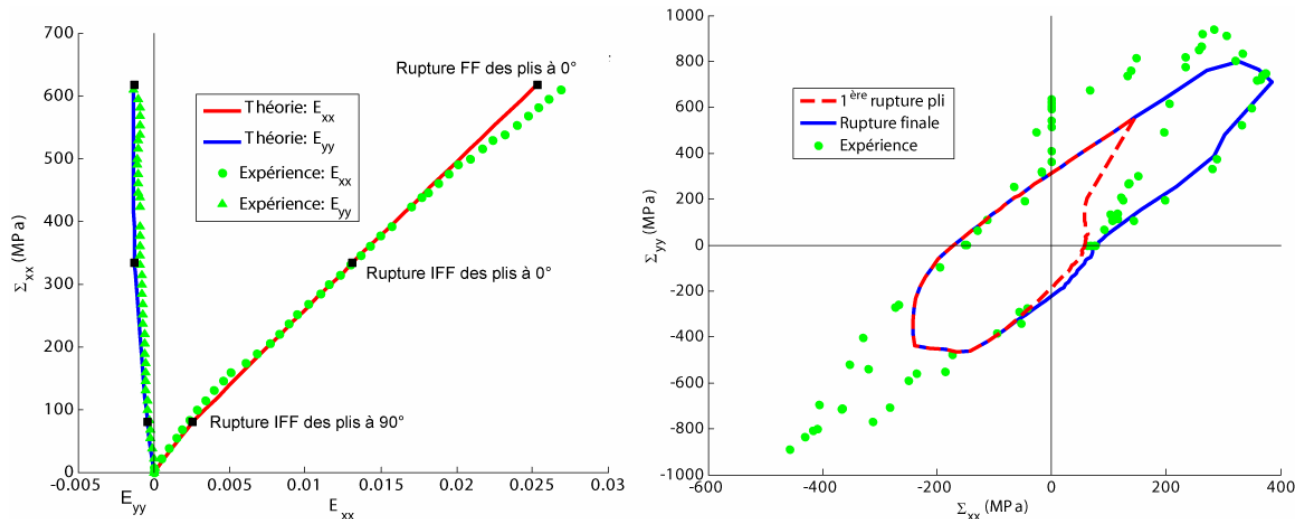


Fig. 6. Comparisons essais/calculs (a) du comportement macroscopique d'un stratifié  $[0^{\circ}90^{\circ}]_s$  en Eglass/MY750 sous sollicitation de traction uniaxiale [13] et (b) l'enveloppe de rupture d'un stratifié  $[\pm 55^{\circ}]_s$  en Eglass/MY750 dans le plan des contraintes macroscopiques  $(\Sigma_{xx}, \Sigma_{yy})$  [13].

La Fig. 6b présente l'enveloppe de rupture d'un stratifié  $[\pm 55^{\circ}]_s$  en Eglass/MY750 dans le plan des contraintes macroscopiques  $(\Sigma_{xx}, \Sigma_{yy})$  qui est en bon accord avec les données expérimentales et permet d'obtenir des prévisions conservatives, notamment en compression.

#### 4.2 Simulations sur stratifiés sous sollicitations multiaxiales hors-plan.

Dans cette section, des simulations sur plis UD et stratifiés sous sollicitations complexes 3D sont présentées afin de vérifier la représentativité du modèle proposé vis-à-vis des mécanismes mis en jeu.

La Fig. 7a présente l'influence de la pression hydrostatique sur le comportement en cisaillement plan d'un pli UD en T300/PR319 et sur la rupture du pli. On constate (i) que la pression hydrostatique induit une diminution de la non linéarité due à la viscosité, le comportement simulé tendant vers le comportement élastique et (ii) la résistance apparente de cisaillement plan augmente car l'ajout de pression hydrostatique tend à retarder l'apparition des micro-dommages au sein du pli UD.

La Fig. 7b présente l'enveloppe de rupture d'un stratifié  $[0^{\circ}90^{\circ}]_s$  en IM7/8551-7 dans le plan des contraintes macroscopiques hors-plan  $(\Sigma_{zz}, \Sigma_{yz})$ . Un important renforcement de la résistance de cisaillement hors-plan apparente est observé pour des chargements combinés de cisaillement et compression hors-plan car la compression tend à retarder l'apparition des micro-dommages. A partir d'un certain niveau de contrainte de compression hors-plan, la rupture finale est due à la rupture de tous les plis en compression interfibres et l'ajout de cisaillement interlaminaire facilite la ruine du stratifié. La Fig. 7b présente également l'enveloppe de rupture macroscopique obtenue sans prendre en compte les contraintes résiduelles de cuisson (CRC) qui est relativement similaire mais induit une prévision de la rupture moins conservative, notamment pour les chargements de compression. On notera également que l'effet de la viscosité sur le comportement et la rupture de stratifiés sous chargement de compression hors-plan est relativement important.

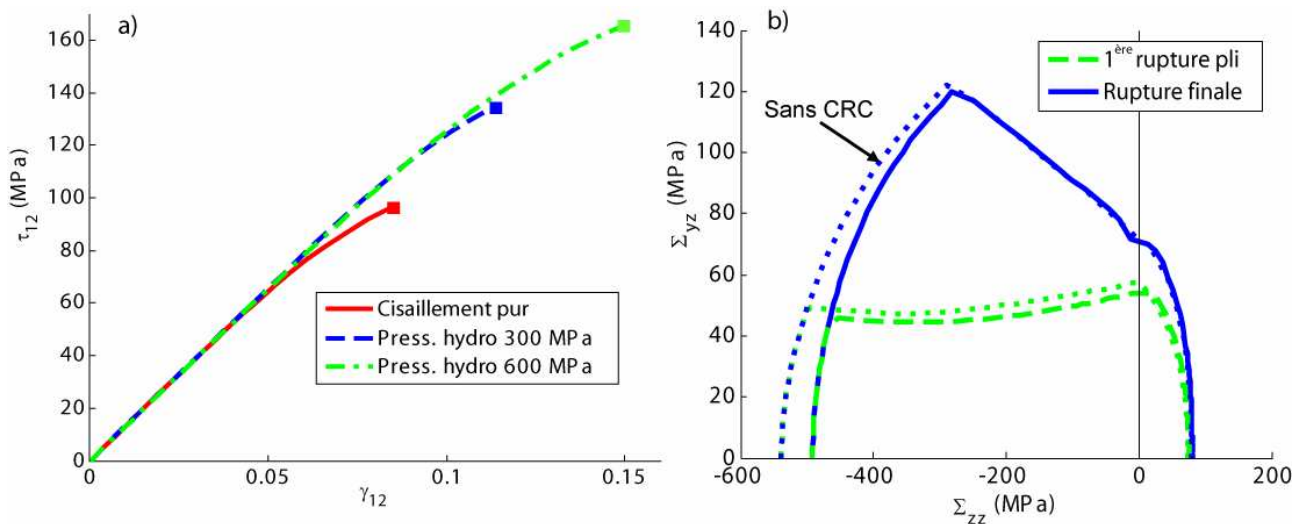


Fig. 7. Simulations (a) du comportement à rupture d'un pli UD en T300/PR319 sous sollicitation combinée de cisaillement plan et de pression hydrostatique, et (b) de l'enveloppe de rupture d'un stratifié  $[0^\circ/90^\circ]_s$  en IM7/8551-7 dans le plan des contraintes macroscopiques  $(\Sigma_{zz}, \Sigma_{yz})$ .

## 5 Conclusions

Une approche hybride multiéchelle de la rupture, permettant de prévoir la ruine de stratifiés sous sollicitations complexes tridimensionnelles, a été proposée. L'idée majeure de ce type d'approche consiste à prendre en compte les effets des ruptures intervenant à l'échelle microscopique (décohésion fibre/matrice ou fissuration au sein de la matrice) à l'échelle du pli unidirectionnel.

Les micro-dommages intervenant au sein des plis sont modélisés par une loi d'endommagement dont le moteur de la force thermo dynamique est la déformation élastique de la matrice, obtenue par une loi simple de localisation. La loi de comportement du pli unidirectionnel proposée prend en compte les contraintes résiduelles de cuisson et la viscoélasticité de la matrice. Les micro-dommages ont une forte influence sur le comportement non linéaire du pli UD et permettent de rendre compte de l'effet de la pression hydrostatique sur le comportement mésoscopique. Le critère de rupture du pli UD utilisé distingue les modes de ruine fibre et interfibre plan et hors-plan. Les mécanismes de rupture en traction et compression sont également modélisés séparément. L'influence des micro-dommages sur les résistances effectives du pli UD constitue la principale originalité de l'approche proposée et permet de rendre compte de nombreux couplages entre les différents modes de rupture comme le renforcement de la résistance d'un pli UD sous un chargement de compression transverse / cisaillement plan ou l'effet bénéfique de la pression hydrostatique sur la rupture. La loi de dégradation, définie à l'échelle du pli UD, est basée sur les lois d'endommagement thermo dynamiques proposées à l'Onera et permet de décrire de façon satisfaisante les séquences de rupture des plis au sein du stratifié et la dégradation progressive de la rigidité macroscopique, jusqu'à la rupture finale de la pièce.

Les prévisions de l'approche hybride de la rupture ont été comparées avec succès aux différents cas tests définis dans le cadre du premier WWFE qui s'intéressait à la tenue de plaques stratifiées sous sollicitations multiaxiales planes. De plus, un certain nombre de simulations sur plis UD et stratifiés sous sollicitations 3D complexes ont été effectuées afin de vérifier la représentativité des différents mécanismes activés, tels que l'influence de la pression hydrostatique sur le comportement et la résistance ou l'influence de la compression hors-plan sur la tenue en cisaillement interlaminaire.

Les essais sous sollicitations hors-planes sont complexes à réaliser et relativement peu courants dans la littérature. Néanmoins dans le cadre du second WWFE, un grand nombre de résultats d'essais 3D a été collecté par les organisateurs au travers de 12 cas tests [12] sur 5 matériaux différents. L'approche hybride multiéchelle de la rupture a été proposée dans le cadre de cet exercice [14] et la confrontation avec les résultats expérimentaux, effectuée dans un second temps, permettra de déterminer les capacités prédictives du modèle.

## Références

- [1] P.D. Soden, A.S. Kaddour et M.J. Hinton. "Recommendations for designers and researchers resulting from the world-wide failure exercise". *Composites Science and Technology*, Vol. 64, No. 3, pp. 589-604, 2004.
- [2] F. Laurin, N. Carrere et J.-F. Maire. "A multiscale progressive failure approach for composite laminates based on thermodynamical viscoelastic and damage". *Composites Part A*, Vol. 38, No. 1, pp. 198-209, 2007.
- [3] T. Mori et K. Tanaka. "Average stress in matrix and average elastic energy of materials with mis-fitting inclusions". *Acta Metallurgica*, Vol. 21, pp. 571-574, 1973.
- [4] J.-L. Chaboche et J.-F. Maire. "A new micromechanics based CDM model and its application to CMC's". *Aerospace Science and Technology*, Vol. 6, No. 2, pp. 131-145, 2002.
- [5] J.-F. Maire. "Etude théorique et expérimentale du comportement de matériaux composites en contraintes planes". *Thèse de doctorat de l'Université de Franche-Comté*, 1992.
- [6] Z. Hashin. "Failure criteria for unidirectional fiber composites". *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 47, pp. 329-334, 1980.
- [7] A. Puck et H. Schurmann. "Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models". *Composites Science and Technology*, Vol. 62, No. 12, pp. 1633-1662, 2002.
- [8] D. Leveque, A. Mavel, C. Petipas, J.-F. Maire et A. Schieffer. "Prévision de la durée de vie et performances résiduelles des composites carbone/résine", *rapport interne Onera RT66/7086 DMSC/Y*, 2000.
- [9] S. Pimenta, R. Gutkin, S.T. Pinho et P. Robinson. "A micromechanical model for kink-band formation: Part I - Experimental study and numerical modelling". *Composites Science and Technology*, en ligne.
- [10] J.-F. Maire et J.-L. Chaboche. "A new formulation of continuum damage mechanics (CDM) for composite materials". *Aerospace Science and Technology*, Vol. 1, No. 4, pp. 247-257, 1997.
- [11] G.J. Dvorak et Y. Benveniste. "On transformation strains and uniform fields multiscale elastic media". *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. A437, pp. 291-310, 1992.
- [12] A.S. Kaddour et M.J. Hinton. "3D properties of unidirectional composite laminae and test problems used in the WWFEII". *Composites Science and Technology*, à paraître.
- [13] P.D. Soden, M.J. Hinton et A.S. Kaddour. "Biaxial test results for strength and deformation of a range of E-glass and carbon fibre reinforced composite". *Composites Science and Technology*, Vol. 62, No. 12, pp. 1489-1514, 2002.
- [14] N. Carrere, F. Laurin et J.-F. Maire. "Micromechanical based hybrid mesoscopic 3D approach for non linear progressive failure analysis of composite structures". *Composites Science and Technology*, accepté dans le cadre du second « World Wide Failure Exercise ».