



**HAL**  
open science

## **Vers des composites céramiques virtuels = Toward virtual ceramic composites**

Martin Genet, Pierre Ladevèze, Gilles Lubineau

### ► **To cite this version:**

Martin Genet, Pierre Ladevèze, Gilles Lubineau. Vers des composites céramiques virtuels = Toward virtual ceramic composites. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 9 p. <hal-00387775>

**HAL Id: hal-00387775**

**<https://hal.science/hal-00387775v1>**

Submitted on 11 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Vers des composites céramiques virtuels

## *Toward virtual ceramic composites*

Martin Genet<sup>1</sup>, Pierre Ladevèze<sup>12</sup> et Gilles Lubineau<sup>1</sup>

1 : LMT-Cachan (ENS-Cachan, CNRS, Université Paris 6, PRES UniverSud Paris)  
61 avenue du Président Wilson – 94235 Cachan CEDEX  
e-mail : {genet, ladeveze, lubineau}@lmt.ens-cachan.fr

2 : Chaire de la fondation EADS, Advanced Computational Structural Mechanics

### Résumé

Un premier pas vers un modèle multi-échelle et multi-physique –un matériau virtuel– des composites à matrice céramique auto-cicatrisante est présenté dans ce document. Chaque mécanisme –mécanique ou chimique– qui agit sur la durée de vie du matériau à une échelle donnée –fibre ou fil– est introduit dans un cadre de modélisation unique, séparé en deux grandes parties. La partie mécanique est basée sur une représentation hybride –mélangeant des modèles continus et discrets– des réseaux de fissures à l'échelle des fils. Les descriptions de l'état de contrainte et des chemins d'accès de l'oxygène au sein du matériau fissuré ainsi obtenues sont les données d'entrée de la partie physico-chimie. Cette dernière est basée sur un modèle multi-physique –couplant la mécanique et la chimie mises en jeu– de la propagation sous-critique des défauts de surface des fibres, ainsi que sur un modèle de l'environnement chimique immédiat des fibres, permettant ainsi de traiter les propagations réaction- et diffusion-controlled. Elle fournit pour le moment des prévisions de durée de vie des fibres.

### Abstract

A first step toward a multi-scale and multi-physic model –a virtual material– for self-healing ceramic matrix composites is presented. Each mechanism –mechanical, chemical– that act on the material's lifetime at a given scale –fiber, yarn– is introduced in a single modeling framework, divided into two main parts. The mechanical part is based on an hybrid representation –melting continuous and discrete models– of crack networks at yarn scale. The obtained descriptions of the stress state and of oxygen access paths within the cracked material are the entry data for the chemical part. This part is based on a multi-physic model –coupling the underlying mechanics and chemistry– of the sub-critical propagation of fibers surface defects, as well as on a model of the fiber close environment, allowing to deal with reaction- and diffusion-controlled propagations. For now it provides lifetime predictions for fibers.

**Mots Clés :** Composites à matrice céramique – Modélisation multi-échelle – Prédiction de durée de vie – Mécanique de l'endommagement – Micro-mécanique.

**Keywords :** Ceramic matrix composites – Multi-scale modeling – Lifetime prediction – Damage mechanics – Micromechanics.

## 1. Introduction

Snecma Propulsion Solide, société du groupe Safran, a développé une famille de composites SiC/[Si-B-C] appelés matériaux *auto-cicatrisants* [1]. Les composites sont fabriqués à partir d'une préforme fibreuse tissée, densifiée par une matrice céramique multi-séquencée. Lors d'un chargement mécanique, un premier réseau de fissures apparaît dans la matrice inter-fil, orthogonalement à la direction de traction [2] (voir Fig. 1). Puis un second réseau apparaît dans la matrice intra-fil, orienté par les fibres [2] (voir Fig. 1). Les fibres sont protégées mécaniquement par l'utilisation d'une interphase de [C] qui dévie les fissures –on parle de fusible mécanique– [2, 3]. Ce procédé améliore largement la contrainte à rupture du matériau. Cependant, en atmosphère oxydante les fibres sont sujettes à de la rupture sous-critique [4]. Le processus d'auto-cicatrisation consiste à combler les fissures avoisinants les fibres avec le produit de l'oxydation de certains composants de la matrice, limitant ainsi la diffusion de l'oxygène vers les fibres –on parle de fusible chimique– [5]. Ce processus améliore largement la durée de vie du matériau [5].

Afin de réduire les coûts d'optimisation matériau et de certification des structures, l'industrie a besoin d'outils de prédiction de durée de vie spécifiques: ils doivent être extrapolants –valable pour de grandes durées de vie, au-delà du domaine d'identification– et robustes –valable pour toute une famille de matériaux avec une identification légère–.



Fig. 1. Réseaux de fissures.

Des modèles mésos ont été développés à Cachan dans des travaux antérieurs [6,7,8,5]. Un modèle continu avec endommagement anisotrope et effet de fermeture des fissures a été introduit [6] pour prédire le comportement mécanique du matériau à l'échelle de la structure, avec une cinématique d'endommagement définie *a priori*. Un autre modèle, à cinématique d'endommagement non définie *a priori*, a été introduit [7] pour faciliter l'introduction d'informations micros. Ensuite, un lien entre l'endommagement mécanique et la morphologie –densité, ouverture– du réseau de fissure qui permet à l'oxygène d'arriver sur les fibres chargées, ainsi que les mécanismes chimiques tels que la cicatrisation de la matrice et la dégradation des fibres, ont été introduits [8] pour prédire la durée de vie du matériau. Des travaux de développements et d'identification sont toujours en cours [5]. Cependant, la partie mécanique de ces modèles étant complètement macroscopique, ils sont limités dans la description des micro-mécanismes qui pourtant jouent un rôle majeur sur la durée de vie du matériau. Ce document présente une première version d'un modèle multi-échelle et multi-physique –appelé matériau virtuel– pour la prédiction de durée de vie des composites à matrice céramique auto-cicatrisante. L'objectif est de définir un cadre de modélisation suffisamment large pour introduire chaque mécanisme –mécanique, chimie– qui agit sur la durée de vie du matériau à une échelle donnée –fibre, fil– avec une représentation spécifique –continue, discrète–. Fortement basé sur la physique mise en jeu, cette base de donnée matériau offrira des outils de prédiction extrapolants et robustes. Elle dispose pour le moment de deux grandes parties –mécanique, chimie– qui sont présentés ici dans leur état actuel de développement.

La partie mécanique est présentée section 2. Elle est basée sur une représentation hybride des réseaux de fissures à l'échelle des fils: certains sont représentés explicitement alors que d'autres sont représentés de manière homogénéisée, dans le but de se focaliser sur les informations essentielles. En plus de fournir des données précises sur l'état mécanique du matériau au long du chargement, cette partie fournit les informations essentielles –chargement mécanique sur les fibres et chemin d'accès de l'oxygène au sein du matériau– pour la partie physico-chimie. Cette dernière est présentée section 3. Pour le moment, elle consiste en un modèle de rupture sous-critique des fibres induite par l'oxydation et la contrainte, basé sur un modèle de propagation sous-critique des fissures, ainsi que sur un modèle de l'environnement chimique immédiat des fibres. Cette partie doit finalement fournir des prévisions de durée de vie du matériau.

## 2. Partie mécanique

Afin de prédire l'état mécanique du matériau et d'en extraire les données d'entrée de la partie physico-chimie, des calculs éléments-finis sont effectués sur des cellules à l'échelle fil. Les maillages éléments-finis, fournis par le LCTS [9], sont très proches de la réalité des fils tissés et de la matrice déposée par voie gazeuse (voir Fig. 2a). Les mécanismes suivants sont introduits au sein des cellules avec une représentation spécifique:

- Les fissures matricielles inter-fils, étudiées à leur échelle propre et ayant une orientation non connue *a priori* [2], sont modélisées explicitement par des zones de localisation d'un modèle continu d'endommagement anisotrope. Ce modèle est présenté section 2.1.
- Les fissures longitudinales intra-fils, également étudiées à leur échelle propre –il y a deux ou trois fissures par fil [10]– mais ayant une orientation connue –le long des fibres [2]–, sont modélisées explicitement par l'utilisation de surfaces de rupture discrètes [11, 12]. Pour le moment cette partie n'a pas été mise en œuvre, elle n'est donc pas présentée dans ce document.
- Les fissures transversales intra-fils, étudiées à une échelle supérieure mais ayant un rôle majeur sur les micro-mécanismes mécanique –à travers la zone de décohésion induite entre les fibres et la matrice [13,3]– et chimique –à travers l'arrivée de l'oxygène sur les fibres [5]–, sont modélisées microscopiquement puis homogénéisées à travers un pont micro-macro [14], donc calculées macroscopiquement. Ce modèle est présenté la section 2.2.



## 2.2 Fissuration transverse intra-fils

Les points fondamentaux concernant les fissures transverses intra-fils sont les suivants:

- Elles sont orthogonales aux fibres.
- Elles ne cassent pas les fibres, qui sont protégées par l'interphase de [C] [2, 3], donc une raideur persiste dans le matériau à l'emplacement de la fissure.
- Leur comportement (ouverture, déformation inélastique, etc) est piloté par la zone de décohésion fibre-matrice qui les entoure [3, 8, 13].

Dans le but de construire un modèle macroscopique à partir d'une représentation microscopique de ces fissures et des décohésions induites, un pont micro-macro [14] est construit. La théorie est décrite ici dans le cas unidirectionnel, et les champs de contrainte sont décrits dans le cadre du modèle *shear lag* avec une constante de cisaillement constante [13], notée  $\tau$ .

Considérons un système fibre-matrice soumis à de la traction, contenant des fissures matricielles multiples et les zones de décohésion associées (voir Fig. 3a). Suivant l'approche développée dans [18], l'énergie interne d'un tel système est séparée entre les énergies élastiques stockée et récupérable:

$$E^i = E^s + E^r$$

Cette séparation de l'énergie est faite pour tout état ( $A$ ) en séparant le problème définissant l'état ( $A$ ) en un problème purement frottant définissant l'état conceptuel ( $A'$ ) et un problème purement élastique définissant le chemin ( $AA'$ ) (voir Fig. 3). Le problème frottant possède une déformation inélastique, notée  $\epsilon^i$ , variable interne du modèle homogénéisé, et des contraintes auto-équilibrées définissant une énergie élastique stockée. De plus, dans l'hypothèse du *shear lag* l'énergie élastique du problème ( $AA'$ ) s'écrit simplement:

$$2E^r = \bar{E} (\epsilon - \epsilon^i)^2$$

Où  $\bar{E}$  est le module de Young moyen du système composite sain. Finalement, la loi de comportement du composite endommagé dérive du potentiel d'énergie élastique récupérable:

$$\sigma = \frac{\partial E^r}{\partial \epsilon} = \bar{E} (\epsilon - \epsilon^i)$$

La difficulté majeure vient du fait que la déformation inélastique  $\epsilon^i$  ne dérive pas du potentiel d'énergie élastique stockée, parce que ce n'est pas un potentiel d'état mais qu'il dépend évidemment de l'histoire du chargement. Ainsi, l'introduction de variables internes additionnelles est nécessaire. Cependant, dans la plupart des cas pratique, il est possible de calculer  $\epsilon^i$  en utilisant très peu de variables internes supplémentaires. Pour ce faire, on écrit:

$$\epsilon^i = \frac{u^i}{l}$$

Où  $u^i$  est le déplacement inélastique associé à une unique fissure, et  $l$  la distance moyenne inter-fissures. Ainsi, calculer  $\epsilon^i$  revient à calculer  $u^i$  et  $l$ .

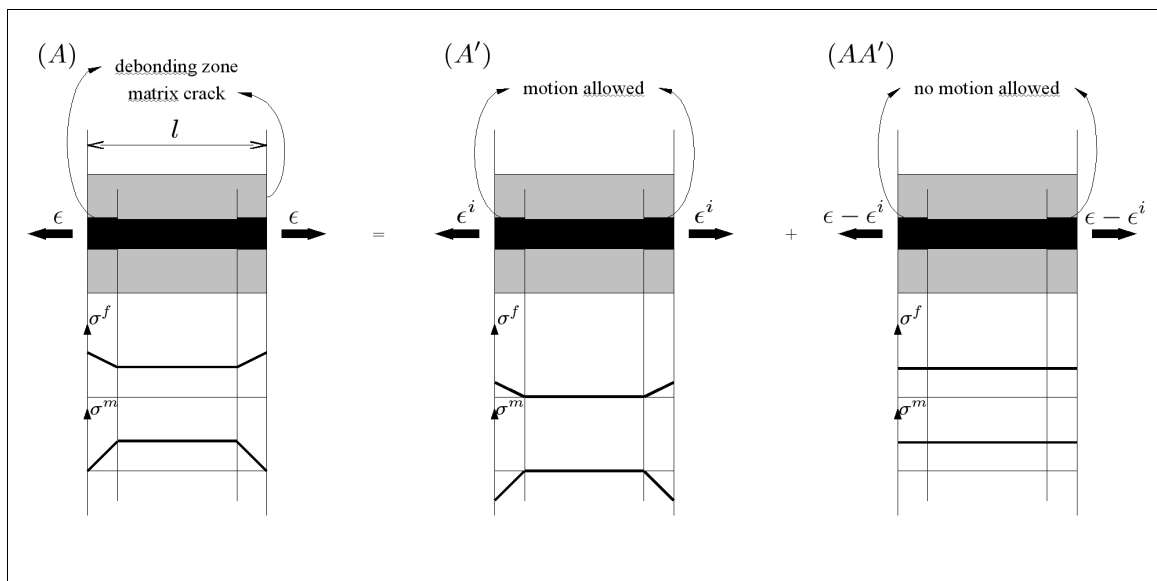


Fig. 3(a). Décomposition du problème frottant ( $A$ ) en un problème purement frottant ( $A'$ ) et un problème purement élastique ( $AA'$ ), champs de contrainte.

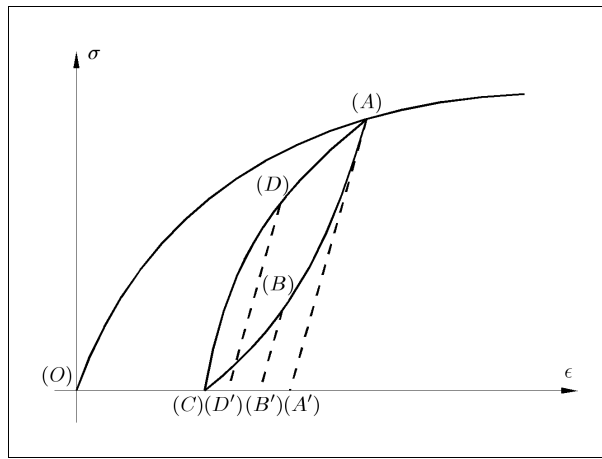


Fig. 3(b). Courbe contrainte-déformation.

Tout d'abord, l'approximation *shear lag* conduit à des expressions simples pour  $\dot{u}^i$  dans la plupart des cas pratiques. Par exemple (voir Fig. 3b):

- le long du chemin (OA),  $\dot{u}^i = \frac{r_f E_m^2 V_m^2 \sigma \dot{\sigma}}{\bar{E}^2 E_f V_f^2 \tau}$ ;
- le long du chemin (AC),  $\dot{u}^i = -\frac{r_f E_m^2 V_m^2 (\sigma - \sigma^A) \dot{\sigma}}{2 \bar{E}^2 E_f V_f^2 \tau}$ ;
- et le long du chemin (CA),  $\dot{u}^i = \frac{r_f E_m^2 V_m^2 \sigma \dot{\sigma}}{2 \bar{E}^2 E_f V_f^2 \tau}$ .

Il est important de remarquer que pour de tels chemins –charges-décharges complètes–, une seule variable interne supplémentaire est nécessaire pour décrire les champs de contrainte et donc le déplacement inélastique: la contrainte maximale appliquée, notée  $\sigma^A$ . Pour des chargements plus perturbés, davantage de variables internes doivent être introduites.

Ensuite, la distance moyenne entre les fissures peut être approximée par la loi suivante (voir Fig. 4):

$$l = \begin{cases} +\infty & \text{if } \sigma < \sigma_c \\ L_0 \ln 2 (\sigma_0/\sigma)^m & \text{if } \sigma_c < \sigma < \sigma_l \\ l_c & \text{if } \sigma > \sigma_l \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \sigma_c = \sigma_0 \left( \frac{L_0 \ln 2}{L} \right)^{1/m} \\ \sigma_l = \sigma_0 \left( \frac{L_0 \ln 2}{l_c} \right)^{1/m} \\ l_c = \left( \frac{\sigma_0 r_f}{\tau} \right)^{m/m+1} L_0^{1/m+1} \end{cases}$$

Où  $L_0$ ,  $\sigma_0$  et  $m$  sont les coefficients de Weibull classiques, et  $L$  la longueur du fil composite.

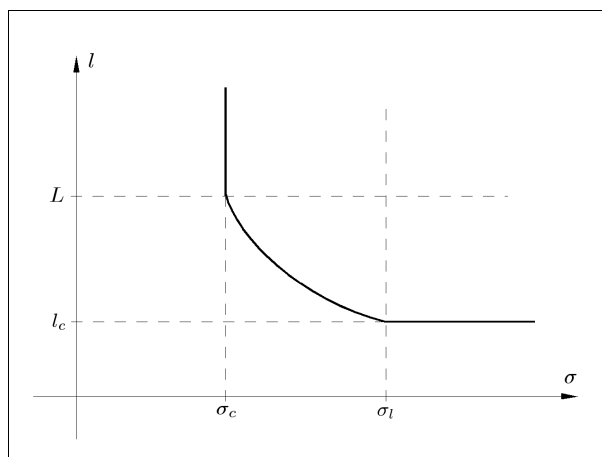


Fig. 4. Loi de distance inter-fissures moyenne en fonction de la contrainte appliquée.

Finalement, le modèle microscopique est écrit dans un formalisme purement macroscopique, ce qui signifie qu'il peut être simulé comme un modèle continu standard. Cependant, il convient de souligner que ce modèle est uniquement basé sur des paramètres microscopiques connus, et que ses variables internes sont fortement liées à la représentation microscopique des fissures. Par exemple, à chaque étape du calcul, la densité et l'ouverture des fissures sont parfaitement connus. La Fig. 5 présente le résultat du modèle avec les paramètres de [19], et valide l'approche. Des travaux sont en cours pour l'étendre au cas tridimensionnel, et pour mettre en œuvre l'ensemble du modèle dans la plateforme C++ du LMT.

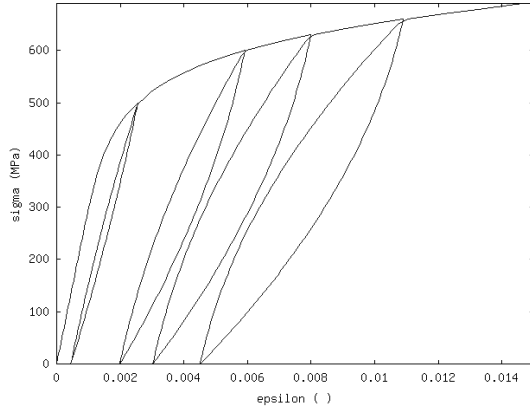


Fig. 5(a). Courbe contrainte-déformation, cas des charges-décharges.

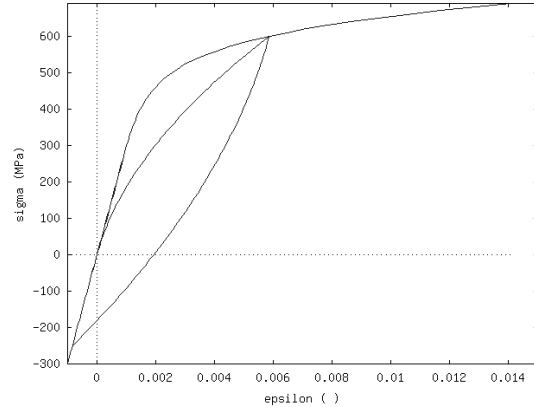


Fig. 5(b). Courbe contrainte-déformation, cas de la traction-compression.

### 3. Partie physico-chimie

Les fibres SiC utilisées dans les CMCs souffrent de rupture sous-critique –elles cassent à une contrainte inférieure à leur contrainte à rupture– en atmosphère oxydante [4]. Cela est dû à la propagation sous-critique de leurs défauts de surface –ils se propagent avec un facteur d'intensité des contraintes inférieur au facteur critique classique– (voir Fig. 7(a)). Cette propagation est induite par une réaction d'oxydation assistée par le chargement mécanique [4, 20]. Un cadre de modélisation est présenté pour simuler la propagation sous-critique de fissures, en remplacement du cadre très répandu basé sur une loi de type Paris [4, 20]. Il est écrit dans le cadre de la mécanique de la rupture, et est basé sur une loi matériau décrivant la dégradation du front de défaut résultant de l'oxydation. Il est présenté en détail dans un article à paraître.

Considérons une section de fibre contenant un défaut (voir Fig. 7b), dont la taille est noté  $a$ . Ce défaut induit dans la fibre une singularité de contrainte, dont le facteur d'intensité des contraintes s'écrit:

$$K = \sigma Y \sqrt{a}$$

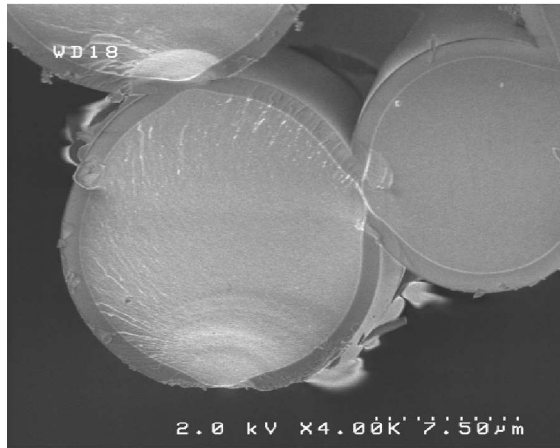
Où  $\sigma$  est la contrainte appliquée sur la fibre et  $Y = 2/\sqrt{\pi}$  le facteur de forme [4, 20]. Cette loi fournit la valeurs de la taille initiale du plus gros défaut de la fibre, notée  $a_0$ , en fonction de la contrainte à rupture de la fibre  $\sigma_r$  (probabiliste) (voir Fig. 7b):

$$a_0(\sigma_r) = \left( \frac{K_c}{\sigma_r Y} \right)^2$$

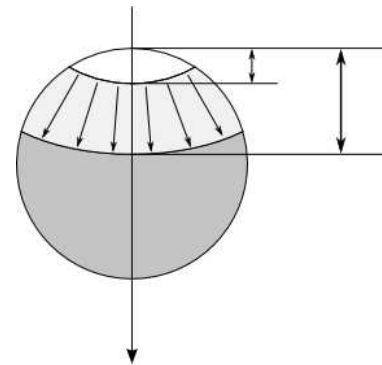
Ainsi que la valeur de la taille critique des défauts, notée  $a_c$ , en fonction de la contrainte appliquée  $\sigma$  (voir Fig. 7b):

$$a_c(\sigma) = \left( \frac{K_c}{\sigma Y} \right)^2$$

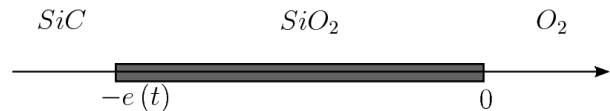
Où  $K_c$  est le facteur d'intensité des contraintes critique classique (sans oxydation).



(a) Observation [22]: défaut de surface et couche d'oxyde



(b) Schéma: croissance des défauts de surface



(c) Schéma: croissance de la couche d'oxyde

Fig. 7. Section de fibre avec défaut de surface et couche d'oxyde

La propagation sous-critique résulte de l'équilibre entre deux mécanismes:

- L'oxygène arrivant sur le front de défaut, qui réduit les propriétés mécaniques locales du matériau; ce qui favorise la propagation.
- La croissance du défaut elle-même, qui apporte un front de défaut sain; ce qui pénalise la propagation.

Cet équilibre est correctement décrit par une loi matériau qui donne l'évolution du facteur d'intensité des contraintes sous-critique –inférieur au facteur critique du fait de l'oxydation, noté  $K_{sc}$ – en fonction des deux grandeurs qui pilotent l'intensité de chaque mécanisme, c'est-à-dire la vitesse du défaut –notée  $v$ – et le flux d'oxygène arrivant sur la fibre –noté  $\phi$ –:

$$\frac{K_{sc}}{K_c} = \lambda \left( \frac{v}{\phi} \right)^n$$

Où  $\lambda$  et  $n$  sont des paramètres à identifier expérimentalement. Ainsi, le défaut propage dans le cadre de la mécanique de la rupture:

$$K = K_{sc}$$

Considérant un flux d'oxygène constant au cours du temps, ce cadre retombe sur la loi de Paris couramment utilisée dans la littérature [4, 20]. Cependant, dans cette étude le flux d'oxygène est obtenu par une adaptation du modèle de Deal-Grove [21] à la réaction  $SiC_{(s)} + O_{2(g)} \rightarrow SiO_{2(s)} + CO_{2(g)}$  (voir Fig. 7c). Ce problème de réaction diffusion prédit que la croissance de la couche d'oxyde autour de la fibre est d'abord linéaire et piloté par la réaction d'oxydation à la surface de la fibre –le flux d'oxygène est alors constant et lié au coefficient de réaction–, puis en racine et piloté par la diffusion d'oxygène dans la couche d'oxyde –le flux d'oxygène est alors décroissant et lié au coefficient de diffusion ainsi qu'à l'épaisseur de la couche–. Le modèle ainsi construit peut traiter la propagation dite *reaction-controlled* de même que la propagation dite *diffusion-controlled* –qui augmente la durée de vie des fibres aux hautes températures–, sans ajouter de paramètres supplémentaires [22]. De plus, le modèle peut naturellement traiter des environnements de fibre variables dans le temps –température, concentration d'oxygène–, ce qui est nécessaire pour l'introduction des mécanismes de cicatrisation.

Les prédictions du modèle sont présentées Fig. 8, en comparaisons aux résultats expérimentaux de [4]. Il est important de remarquer que le modèle est très proche des résultats expérimentaux, même aux hautes dans le cas de propagation *diffusion-controlled* aux hautes températures, avec seulement deux paramètres.

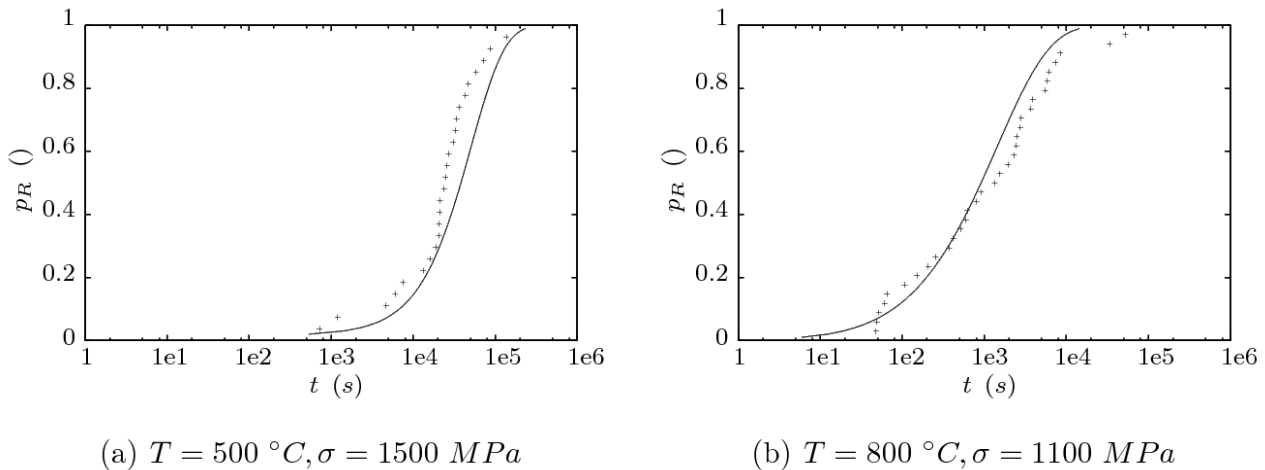


Fig. 8. Probabilité de rupture des fibres en fonction du temps pour différents chargement, modèle vs. résultats expérimentaux [4]

#### 4. Conclusions

Une première version d'un matériau virtuel pour la prédiction de durée de vie des composites à matrice céramique auto-cicatrisante a été présentée. Le modèle est divisé en deux grandes parties: une partie mécanique et une partie physico-chimie.

La partie mécanique fournit les données d'entrée pour la partie physico-chimie: chargement mécanique sur les fibres et morphologie du réseau de fissures. L'analyse est effectuée à l'échelle des fils:

- La représentation de la morphologie du matériau utilise directement les travaux de [9].
- Les fissures matricielles inter-fils sont traitées par l'utilisation d'un modèle continu d'endommagement anisotrope. Des travaux sont en cours sur le contrôle de la localisation de l'endommagement.
- Les fissures longitudinales intra-fils sont traitées explicitement par l'utilisation de surfaces potentielles de rupture discrètes (non encore réalisé).
- Les fissures transverses intra-fils et les décohésions fibre-matrice associées sont traitées de manière homogénéisée par l'utilisation d'un modèle continu construit à partir d'une représentation micro et d'un pont micro-macro. Le cas unidirectionnel a été validé, et des travaux sont en cours sur la construction du pont dans le cas tridimensionnel.

La partie physico-chimie fournit des prévisions de durée de vie pour le matériau. L'analyse est effectuée à l'échelle de la fibre: un modèle de durée de vie des fibres couplant les chargements mécanique et chimique est construit dans un nouveau cadre de modélisation pour la propagation sous-critique de fissures. Le modèle a été validé, et des travaux sont en cours pour traiter l'ensemble des mécanismes de cicatrisation.

#### Remerciements

Le travail présenté dans le document a été partiellement financé par la DGA à travers une bourse de thèse attribuée à M. Genet, et par Snecma Propulsion Solide.

#### Références

- [1] Dambrine B. "Which composite materials in turbojets of Snecma Moteurs?", *JNC14*, France, 2006.
- [2] Ladevèze P., Gasser A., Allix O., "Damage mechanisms modelling for ceramic composites". *Journal of Engineering Material Technology*, 116:331-336, 1994.
- [3] Carrère N., Martin E., Lamon J., "The influence of the interphase and associated interfaces on the deflection of matrix cracks in ceramic matrix composites". *Composites: Part A*, 23:1105-1114, 2000.
- [4] Gauthier W., Lamon J., "Delayed failure of silicon carbide fibres in static fatigue at intermediate temperatures (500-800°C) in air". *Mechanical Properties and Performance of Engineering Ceramics and Composites III*, Lara-Curzio E., Salem J., Zhu D., John Wiley & Sons, 28:423-431, 2008.
- [5] Baranger E., Cluzel C., Ladevèze P., Mouret A., "Prediction of the lifetime of self-healing ceramic matrix composites". *ECCOMAS Thematic Conference on Mechanical Response of Composites*, 2007.

- [6] Ladevèze P., "Modeling and simulation of the mechanical behaviour of CMCs". *High-Temperature Ceramic-Matrix Composites*, 47:53-63, 1995.
- [7] Ladevèze P., "An anisotropic damage theory with unilateral effects: applications to laminate and three- and four-dimensional composites", *Continuum damage mechanics of materials and structures*, Allix O., Hild F., Elsevier, 2002.
- [8] Ladevèze P., Letombe S., Cluzel C., "A CMC damage model based on micro and macromechanics for high-temperature and complex loading", *4<sup>th</sup> International Conference on High Temperature Ceramic Matrix Composites*, 2001.
- [9] Couégnat G., Carrère N., Martin E., Lamon J., "Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé", *JNC15, Marseille, France, 2007*.
- [10] Pineau P., Lamon J., "Approche micromécanique statistique probabiliste de la multifissuration transverse des fils d'un CMC tissé", *JNC16, Toulouse, France, 2009*.
- [11] Hashin Z., "Analysis of cracked laminates: a variational approach". *Mechanics of Materials*, 1985.
- [12] Lubineau G., Violeau D., Ladevèze P., "Illustrations of a microdamage model for laminates under oxidizing thermal cycling", *Composites Science and Technology*, 2007.
- [13] Aveston J., Cooper G.A., Kelly A., "Single and multiple fracture", *Conference of the National Physical Laboratory on the properties of fiber composites*, 4:15-26, 1971.
- [14] Ladevèze P., Lubineau G., "On a damage mesomodel for laminates: micro-meso relationships, possibilities and limits", *Composites Science and Technology*, 61:2149-2158, 2001.
- [15] Chaboche J.-L., Maire J.-F., "A new micromechanics based CDM model and its application to CMC's", *Aerospace Science and Technology*, 6:131-145, 2002.
- [16] Leclerc H. "Toward higher performance FEM implementations using lazy evaluation and symbolic programming", *8th World Congress on Computational Mechanics*, 2008.
- [17] Bordeu F., Boucard P.-A., Lubineau G., Leclerc H., "A high performance strategy for the simulation of composites at mesoscale", *6th International Conference on Engineering Computational Technology*, 2008.
- [18] Vivier G., Trumel H., Hild F., "On the stored and dissipated energies in heterogeneous rate-independent systems: Theory and simple examples", *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 20:411-427, 2009.
- [19] Lissart N., Lamon J., "Damage and failure in ceramic matrix minicomposites: experimental study and model", *Acta Material*, 45:1025-1044, 1997.
- [20] Watchman J.B. "*Mechanical properties of ceramics*". John Wiley & Sons, 1996.
- [21] Deal B. E., Grove A. S., "General relationship for the thermal oxidation of silicon", *Journal of Applied Physics*, 36:3770-3778, 1965.
- [22] Laforêt A., Lamon J., "Static fatigue of multifilament tows at high temperatures above 900°C", *13<sup>th</sup> European Conference on Composite Materials*, 2008.