



**HAL**  
open science

**Modèle de calcul analytique sur des réservoirs composite multicouche épais soumis à une pression interne et à des contraintes thermiques résiduelles = Analytical calculation of thick multi-layered composite tank under internal pressure and thermal residual stresses**

Aurélie Pilato, Nicolas Perry, Jean-Christophe Wahl, Christophe Bois

► **To cite this version:**

Aurélie Pilato, Nicolas Perry, Jean-Christophe Wahl, Christophe Bois. Modèle de calcul analytique sur des réservoirs composite multicouche épais soumis à une pression interne et à des contraintes thermiques résiduelles = Analytical calculation of thick multi-layered composite tank under internal pressure and thermal residual stresses. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 8 p. hal-00385379

**HAL Id: hal-00385379**

**<https://hal.science/hal-00385379>**

Submitted on 11 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modèle de calcul analytique sur des réservoirs composite multicouche épais soumis à une pression interne et à des contraintes thermiques résiduelles

## *Analytical calculation of thick multi-layered composite tank under internal pressure and thermal residual stresses*

Aurélie Pilato, Nicolas Perry, Jean-Christophe Wahl et Christophe Bois

Laboratoire Génie Mécanique et Matériaux de Bordeaux (LGM<sup>2</sup>B)  
Université Bordeaux 1 – 15 rue Naudet, CS10207 - 33175 GRADIGNAN CEDEX  
e-mail : aurelie.pilato@etu.u-bordeaux1.fr, nicolas.perry@iut.u-bordeaux1.fr  
jean-christophe.wahl@iut.u-bordeaux1.fr, christophe.bois@iut.u-bordeaux1.fr

### Résumé

Dans le cadre du développement de la filière hydrogène, il est envisagé d'utiliser des réservoirs à haute pression (700 bars) pour stocker une masse importante d'hydrogène sous forme gazeuse. Pour supporter une pression d'éclatement égale à trois fois la pression d'usage comme l'exige la réglementation, il est nécessaire d'augmenter considérablement l'épaisseur du réservoir. L'enjeu de la présente étude est de mettre au point un outil de calcul analytique permettant de réaliser des boucles d'optimisation d'un ensemble de paramètres (matériaux, nombre - épaisseur et orientations des différentes couches) et de retrouver les valeurs de pression d'éclatement observées sur des essais. Pour cela, nous utilisons un modèle analytique épais qui est enrichi par la prise en compte de l'état de contraintes résiduel d'origine thermique ainsi que de l'hétérogénéité des propriétés mécaniques dans l'épaisseur de la structure.

Des essais permettant de quantifier ces variations au sein de l'épaisseur sont en cours de réalisation pour enrichir le modèle analytique épais, notamment par rapport à la fraction volumique de fibres et aux propriétés transverses du matériau. L'étude se limite dans un premier temps à la partie cylindrique du réservoir, la virole.

### Abstract

As part of the hydrogen field development, it is planned to use high pressure tanks (700 bars) to stock an important mass of hydrogen under gaseous form. To reach a burst pressure which is three times the use pressure as demands in the regulation, it is necessary to considerably increase the tank thickness. Beyond a certain value, the burst pressures do not raise any more. The aim of the present study is to develop an analytical calculation tool allowing to accomplish optimization curls of group of parameters (materials, number, thickness and orientations of the different coats) and to find the same values of burst pressure than the ones obtained on tests. For it, we use a comparatively classical analytical model which is enriched by the addition of the thermal residual state of stress as well as the heterogeneity of mechanical properties in the thickness of the structure.

Tests allowing to quantify these variations within the thickness are under way of realization to improve the thick analytical model, particularly about the fibre volume fraction and transverse properties of the material. At first, the study is limited to the cylindrical part of the tank.

**Mots Clés :** réservoir épais, modèle analytique, dimensionnement de réservoirs, enroulement filamentaire, contraintes thermiques résiduelles

**Keywords:** thick tank, analytical calculation, tank dimensioning, filament winding, residual thermal stresses

## 1. Introduction

Afin de positionner l'hydrogène comme nouveau vecteur énergétique, il est nécessaire de s'intéresser à son stockage. Une des voies envisagées est le stockage sous forme gazeuse à haute pression (700 bars de pression de service), ce qui nécessite, pour satisfaire à la réglementation actuelle, de dimensionner les réservoirs avec une pression d'éclatement de 2100 bars.

L'étude porte sur un réservoir constitué d'un liner polymère et d'un renfort bobiné en voie humide de carbone/époxy. La structure est composée de N couches d'orientations différentes (alternées circumférentielles et hélicoïdales). L'un des ratios caractéristiques permettant de quantifier le caractère épais

de la structure est le rapport des rayons externe et interne que l'on nommera  $b/a$  (fig. 1). Lorsque celui-ci est supérieur à 1,1 la structure peut être qualifiée d'épaisse [1].

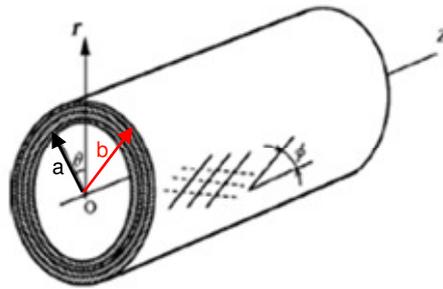


Fig. 1. Schéma représentatif de la partie virole [3].

L'augmentation d'épaisseur de la structure nous éloigne alors du modèle classique adapté aux parois fines qui a pour hypothèses fortes que les contraintes radiales sont négligeables et les contraintes circonférentielles uniformes dans l'épaisseur.

Roy et Tsai présentent la valeur de la pression d'éclatement en fonction du rapport  $b/a$  pour les modèles de paroi fine et de paroi épaisse. Ceci permet de déterminer le domaine de validité de l'hypothèse de paroi fine (Fig. 2).

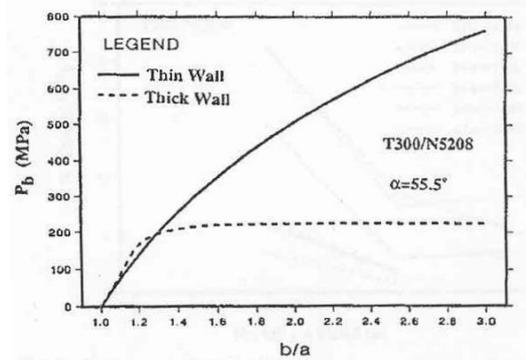


Fig. 2 : Pression d'éclatement  $P_b$  en fonction du ratio  $b/a$  et du type de modèle (fin ou épais) [1]

La pression d'éclatement du réservoir, calculée à partir d'un critère de rupture de Tsai Wu, montre qu'à partir d'un rapport  $b/a$  de 1,3 les modèles fin et épais divergent fortement [1]. Pour l'application visée, même après optimisation du choix des matériaux et de la stratification, le rapport  $b/a$  s'approche de 1,5.

Dans une première partie, nous nous attacherons à préciser le modèle analytique épais proposé par Xia [3] et enrichi par l'intégration des contraintes thermiques résiduelles. Ensuite, des essais de caractérisation et d'analyse des propriétés du matériau nous permettront d'identifier les éléments influant sur le comportement de la structure épaisse afin d'agrémenter encore le précédent modèle.

## 2. Modèle de calcul analytique adapté aux composites épais

### 2.1 Modèle analytique mécanique

Quelques auteurs ont traité de l'amélioration du modèle analytique pour tubes minces aux structures tubulaires épaisses soumises à une pression interne [1-5]. Le modèle choisi [3] permet de calculer l'ensemble des champs de contraintes et de déformations présents dans la partie cylindrique du réservoir à partir des propriétés mécaniques, de la géométrie et du chargement imposé.

Pour obtenir les propriétés mécaniques du stratifié, on émet les hypothèses suivantes :

- les couches à  $\pm\theta$  sont assimilées à deux couches distinctes orientées respectivement à  $+\theta$  et  $-\theta$ ,
- des hypothèses classiques d'isotropie transverse par rapport aux propriétés hors plan du matériau permettent de représenter en première approximation le module d'élasticité et les coefficients de Poisson dans le sens de l'épaisseur.

Le chargement mécanique correspond à l'effet d'une pression interne sur un réservoir même si seule la partie virole est étudiée. Ainsi, on applique une pression interne sur le rayon intérieur et un chargement axial dû à l'application de celle-ci sur les fonds.

Après simplification du champ de déplacements (les déplacements radiaux  $u_r(r)$ , les déplacements circonférentiels  $u_\theta(r,z)$  et les déplacements axiaux  $u_z(z)$ ), la construction du système se base sur des

équations classiques d'équilibre et des relations entre les déformations et les déplacements. On obtient alors l'équation donnant les déplacements radiaux en fonction de la position dans l'épaisseur et des constantes du matériau ( $\beta$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont calculées à partir des propriétés du matériau et  $D$ ,  $E$ ,  $\varepsilon_0$  et  $\gamma_0$  sont des variables d'intégration) :

$$u_r^{(k)}(r) = D^{(k)} r^{\beta(k)} + E^{(k)} r^{-\beta(k)} + \alpha_1^{(k)} \varepsilon_0 r + \alpha_2^{(k)} \gamma_0 r^2 \quad (\text{eq. 1})$$

Les conditions limites (eq. 2 à 5), d'équilibre axial (eq. 6) et de torsion nulle (eq. 7) sont alors insérées dans la résolution du système sur l'ensemble des couches du stratifié afin de calculer les constantes d'intégration :

$$\sigma_r^{(1)}(a) = -p_0 \quad (\text{eq. 2})$$

$$\sigma_r^{(N)}(b) = 0 \quad (\text{eq. 3})$$

$$u_r^{(k)}(r_k) = u_r^{(k+1)}(r_k) \quad (\text{eq. 4})$$

$$u_\theta^{(k)}(r_k) = u_\theta^{(k+1)}(r_k)$$

$$\sigma_r^{(k)}(r_k) = \sigma_r^{(k+1)}(r_k) \quad (\text{eq. 5})$$

$$2\pi \sum_{k=1}^N \int_{r_{k-1}}^{r_k} \sigma_z^{(k)}(r) \times r \times dr = \pi a^2 p_0 \quad (\text{eq. 6})$$

$$2\pi \sum_{k=1}^N \int_{r_{k-1}}^{r_k} \sigma_{z\theta}^{(k)}(r) \times r^2 \times dr = 0 \quad (\text{eq. 7})$$

Nous avons validé ce modèle en comparant le calcul analytique avec un calcul par éléments finis sous Abaqus pour une structure simple (une seule couche circonférentielle) pour un rapport  $b/a=1,2$  (Fig. 3-5).

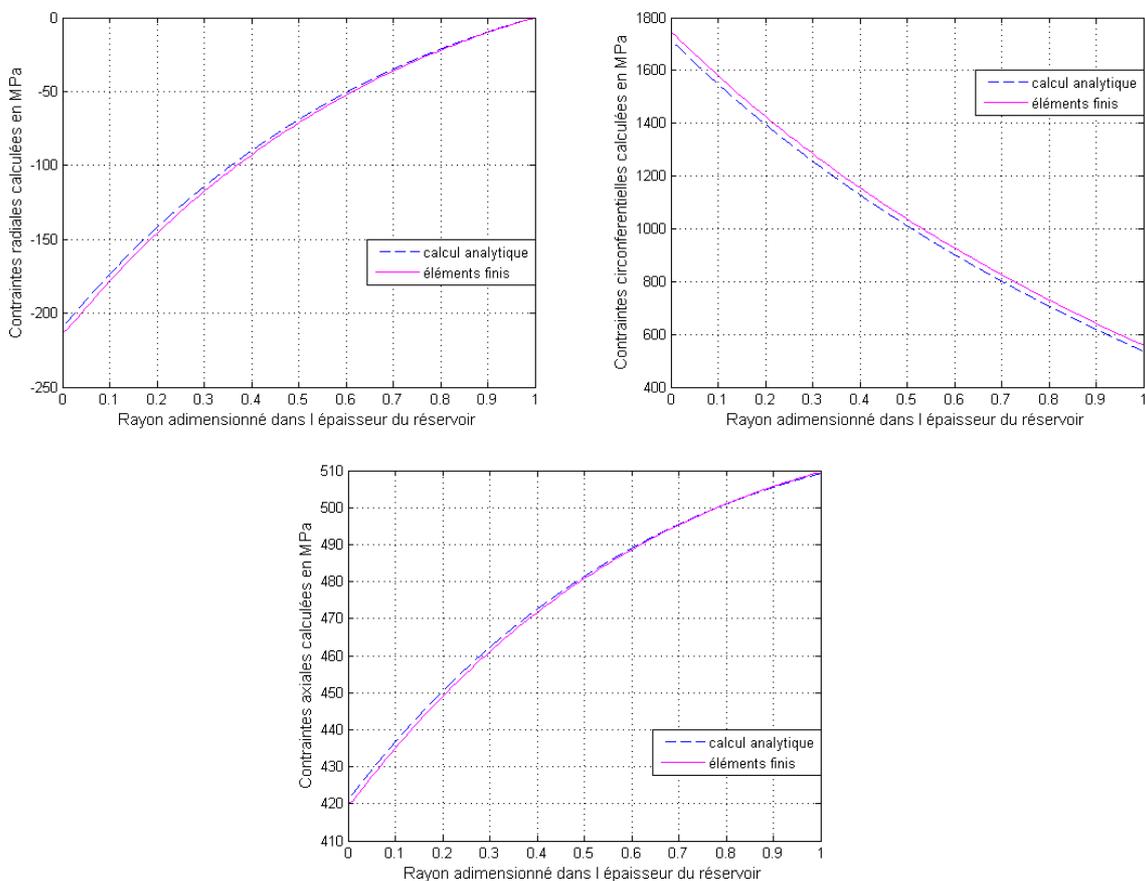


Fig. 3-5. Comparaison des contraintes dans l'épaisseur de la structure à partir du calcul analytique et du calcul par éléments finis Abaqus® pour un matériau T300/N5208, un rayon interne de 50mm, un rapport  $b/a$  de 1,2 et une pression interne de 2100bars.

## 2.2 Modèle intégrant les contraintes résiduelles d'origine thermique

Lors de la cuisson du composite, le matériau se fige à une température proche de celle du dernier palier de polymérisation. Les grandes disparités entre les coefficients de dilatation thermique sens fibres et sens transverse entraînent des contraintes d'origine thermique lorsque la pièce refroidit. Le niveau de contraintes initial lié au fait que le système se soit figé à une température supérieure à celle d'utilisation de la structure a été ajouté au modèle mécanique présenté ci-dessus en utilisant, en partie, la démarche proposée par Bakaiyan [2]. On obtient alors une autre équation (eq. 8) pour les déplacements radiaux en fonction de la position dans l'épaisseur, du gradient de température (eq. 9) et des constantes du matériau ( $\beta$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$  et  $\alpha_5$  sont calculées à partir des propriétés du matériau et  $D$ ,  $E$ ,  $\epsilon_0$  et  $\gamma_0$  sont des variables d'intégration) :

$$u_r^{(k)}(r) = D^{(k)} r^{\beta(k)} + E^{(k)} r^{-\beta(k)} + \alpha_1^{(k)} \epsilon_0 r + \alpha_2^{(k)} \gamma_0 r^2 + r \Delta T (-\alpha_1 \alpha_z + \alpha_3 \alpha_\theta + \alpha_4 \alpha_r + \alpha_5 \alpha_{z\theta}) \quad (\text{eq. 8})$$

$$\Delta T = T_{\text{polymerisation}} - T_{\text{utilisation}} \quad (\text{eq. 9})$$

L'exemple représentatif choisi pour illustrer cette partie est le suivant :

- rayon interne de 100mm pour un rapport b/a de 1,02 et 1,4 (respectivement cas fin et cas épais),
- empilement [90<sub>25%</sub> / ±15<sub>50%</sub> / 90<sub>25%</sub>],
- température de polymérisation de 140°C,
- température d'utilisation de 20°C.

Les deux éléments fondamentaux pour cette analyse sont, d'une part, la différence de température entre l'état de polymérisation de la matrice et celle d'utilisation de la structure et d'autre part, les hétérogénéités de propriétés thermomécaniques du matériau. Pour comparer au mieux l'effet des contraintes d'origine thermique sur une structure fine et épaisse, on a choisi de présenter deux exemples : le premier réservoir (b/a=1,02) est soumis à une pression interne de 105bars et le second (b/a=1,4) est soumis à une pression de 2100bars. Cette configuration permet ainsi de confronter l'état de contraintes dans l'épaisseur de deux structures différentes dont les contraintes circonférentielles moyennes sont néanmoins égales (fig. 7). On remarque, sur les figures 6 et 8, l'effet de la prise en compte des contraintes résiduelles :

- les contraintes radiales augmentent jusqu'à 13% dans le cas épais alors qu'elles sont négligeables dans le cas fin (de l'ordre de 2%),
- pour les couches à faible angle d'enroulement, les contraintes axiales augmentent d'environ 3% alors que, pour les couches à 90°, elles augmentent jusqu'à plus de 40% sur le rayon interne où elles sont maximales.

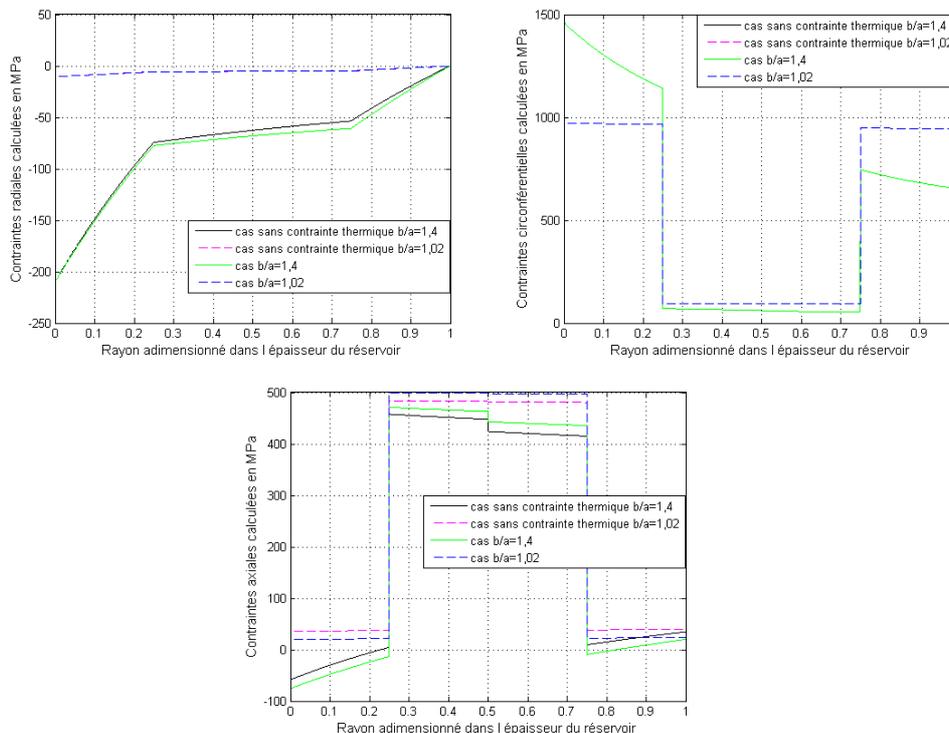


Fig. 6-8. Effet des contraintes thermiques résiduelles sur l'état de contraintes global de la structure pour un matériau T300/N5208 avec un rayon interne de 100mm soumis à une pression interne de 2100bars dans le cas épais et de 105bars dans le cas fin.

### 3. Prise en compte des gradients de propriétés dus à la réalisation de pièces épaisses

Au-delà du développement d'un modèle analytique spécifique au cas des structures épaisses, le mode de mise en œuvre de la structure entraîne des disparités au sein du matériau. Dans cette partie, nous souhaitons approfondir quelques aspects spécifiques à la réalisation de structures bobinées tels que les variations de taux de fibres et les variations d'état de réticulation de la résine dans l'épaisseur. La tension de fil est également un paramètre procédé dont l'effet sera étudié prochainement mais qui n'est pas développé dans ce document.

Pour mesurer l'importance de chacun de ces aspects, un travail d'observation et d'analyse est mené, et conduira si nécessaire à modifier le modèle analytique développé ci-dessus.

Précisons que ces différentes variations évoquées sont potentiellement à l'origine de gradients de propriétés entre plis voisins mais également dans l'épaisseur d'un pli. Il importe donc de connaître le niveau de variation pour, en conscience, homogénéiser ou non les propriétés dans chaque pli et également pouvoir corrélérer ces informations avec les paramètres process (tension de fil, cycle de cuisson...).

#### 3.1 Etude des variations du taux de fibres

Une variation du taux de fibres dans l'épaisseur est fortement supposée du fait de l'application et de l'évolution de la tension de fil au cours du bobinage et du fait du mode de dépose par voie humide. Pour étudier et quantifier ce phénomène, nous avons mis au point une méthode d'analyse d'images permettant de relier la répartition de pixels de différents niveaux de gris à la surface puis au volume occupé respectivement par les fibres, la matrice et les porosités. Grâce à cette méthode numérique, une valeur de taux de fibres peut être spécifiquement affectée à chaque couche alors qu'une analyse classique par dissolution ne permet d'obtenir qu'une valeur moyenne sur l'ensemble de l'épaisseur.

Après avoir coupé un anneau dans le sens de l'épaisseur, il est nécessaire de se placer dans un plan orthogonal à l'axe longitudinal des fibres afin de pouvoir représenter au mieux l'état volumique du matériau à partir d'analyses surfaciques. Il s'agit alors de reconstituer à partir de plusieurs clichés l'ensemble de l'épaisseur de la couche à étudier (fig. 9).

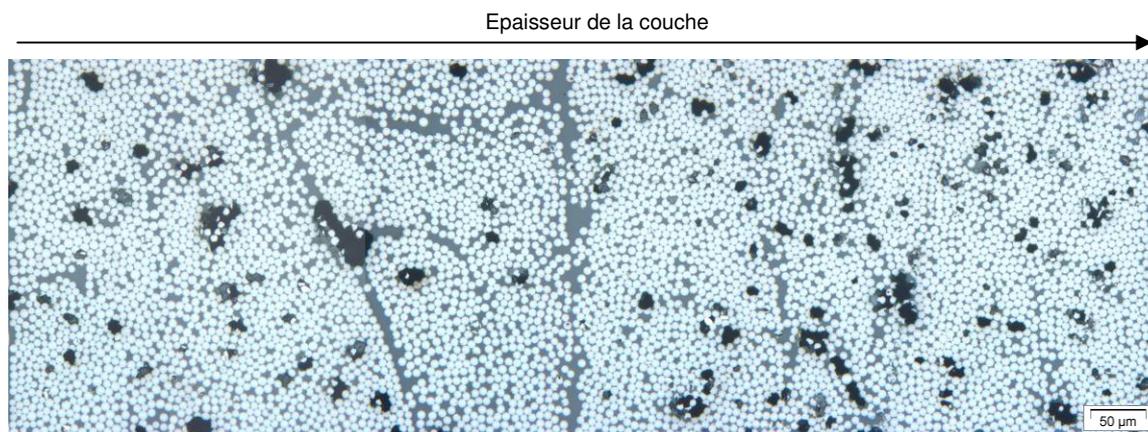


Fig. 9. Image constituée de juxtaposition de clichés réalisés en microscopie optique grossissement x20.

Le traitement et l'analyse de l'image assemblée sont réalisés sous Matlab à partir des outils intégrés au logiciel et d'une approximation de la répartition expérimentale des pixels par une fonction constituée de trois gaussiennes. Ce choix se base sur l'identification de trois distributions de niveau de gris distinctes qui sont, par ordre d'apparition, représentatives des porosités, de la matrice et des fibres (fig. 10).

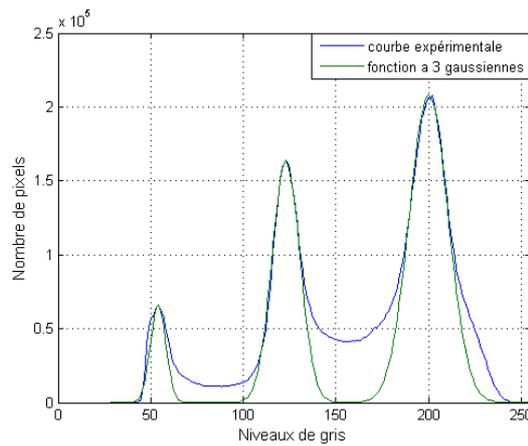


Fig. 10. Courbe de distribution des pixels suivant le niveau de gris avec les trois gaussiennes identifiées.

L'erreur commise par rapport à la répartition expérimentale est, en pourcentage de pixels non comptabilisés, de 15%. Néanmoins, l'erreur est majoritairement attribuable aux zones pour lesquelles un niveau de gris peut être associé à deux distributions. C'est pourquoi l'erreur réellement commise sur l'évaluation de la fraction volumique est supposée faible malgré l'utilisation de seulement 85% de la surface totale de la courbe expérimentale. A titre indicatif, à partir de la courbe précédente (fig. 10), la fraction volumique de fibres (pic de droite) est estimée à 59,9%, celle de résine (pic du milieu) à 34,5% et celle de porosités (pic de gauche) à 5,6%.

La validation de cette méthode par dissolution est en cours de réalisation. Une fois validée, cette technique permettra de prendre en compte dans le modèle analytique les gradients de propriétés dus à la variation de fraction volumique de fibres et éventuellement au taux de porosités s'il est non négligeable.

### 3.2 Etude des variations des propriétés de la résine dues à la cuisson

L'exothermie de la réaction de réticulation de la résine peut entraîner des surélévations de température au cœur de l'épaisseur de l'ordre de 15°C à l'origine de la dégradation du matériau [6]. A contrario, ces zones peuvent en côtoyer d'autres dont le degré de conversion optimal de la résine n'a pas été atteint. Ainsi, des températures et des taux de polymérisation non uniformes dans l'épaisseur de la structure peuvent être à l'origine des variations des propriétés de la résine et donc du composite.

L'évolution de ce type de propriétés dans l'épaisseur du matériau peut être étudiée en réalisant en particulier des essais de dureté sur la résine [7,8] et des mesures de champs lors d'essais sur anneaux [9-10]. En effet, des micro voire nano indentations permettent de mesurer les propriétés de la matrice dans des poches de polymère et ceci peut être réalisé dans toute l'épaisseur [7,8]. Cette méthode est purement qualitative dans la mesure où seule une variation de propriétés élastiques pourra être constatée. Une étude ultérieure permettra de compléter ces observations par un essai tel que celui proposé par Moulart et al [9-10]. Instrumenté par des caméras, ce test de compression sur anneau donne accès aux champs de déplacements au sein de chaque couche du stratifié et permet ainsi de remonter aux caractéristiques propres à chacune d'entre elles.

## 4. Démarche de dimensionnement

L'enrichissement du modèle épais proposé par Xia [3] se fait au fur et à mesure des progressions réalisées sur les différents points précédemment évoqués tels que la variation du taux de fibres dans l'épaisseur, l'état de la matrice ou encore prochainement la tension de fil. A terme, nous souhaitons développer un programme de calcul analytique permettant d'estimer la pression d'éclatement d'un réservoir en intégrant ses propriétés matériau ainsi que les différents paramètres utilisés pour sa réalisation (fig. 11).

Ainsi, les différents paramètres géométriques, matériau et procédé seront nécessaires afin d'alimenter le modèle épais.

Ce modèle présente des alternatives basées, d'une part, sur l'observation et la caractérisation de la structure réelle au niveau des propriétés dans l'épaisseur du matériau et, d'autre part, sur la prise en compte de la tension de fil pour l'affinement du chargement mécanique.

En complément, la détermination des contraintes thermiques résiduelles dépendra des paramètres matériau (caractéristiques thermomécaniques, taux de conversion de la matrice...) qui viennent alors s'ajouter à l'état de contraintes précédemment calculé.

Il en résulte un dimensionnement basé sur un critère de rupture sans fibres.

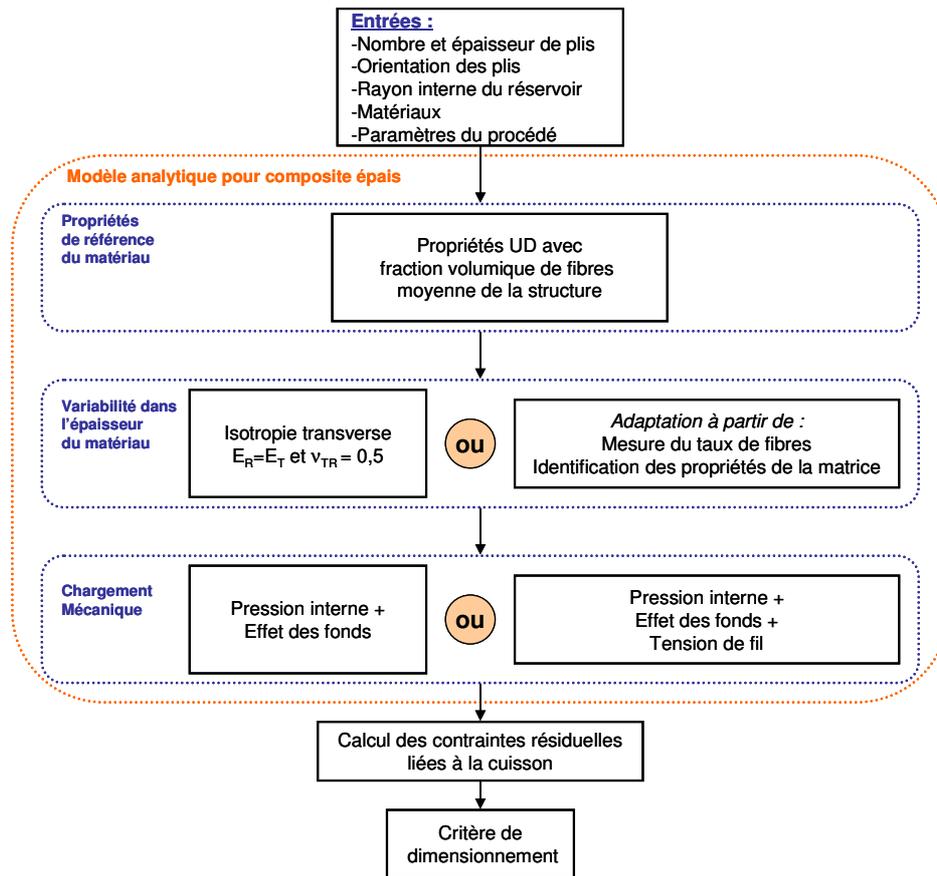


Fig. 11. Schéma explicatif de la démarche de dimensionnement suivie.

## 5. Conclusion

Dans cette étude, nous avons développé un outil de calcul analytique qui devrait permettre à terme de retrouver les valeurs de pression d'éclatement de réservoirs épais. Pour cela, nous avons enrichi un modèle analytique épais par l'intégration de l'état de contraintes résiduel d'origine thermique.

La validation de l'outil d'analyse d'images, la réalisation d'essais de caractérisation de la matrice dans l'épaisseur ainsi que l'incorporation dans le code de calcul de l'effet de la tension de fil permettront par la suite à notre outil de calcul d'analytique d'être plus précis. On notera l'aspect novateur que devront adopter les essais mécaniques de pièces épaisses sur structure axisymétrique.

Ce travail est conduit en liaison forte avec nos partenaires industriels, en particulier Composites Aquitaine et Air Liquide.

## Références

- [1] A.K. Roy, S.W. Tsai, « Design of thick composite cylinders ». *In: Journal of pressure vessel technology*, Vol. 110, pp.255-262, 1988.
- [2] H. Bakaiyan, H. Hosseini, E. Ameri, « Analysis of multi-layered filament-wound composite pipes under combined internal pressure and thermomechanical loading with thermal variations ». *In: Composite Structures*, Vol. 88, pp.532-541, 2009.
- [3] M. Xia, H. Takayanagi, K. Kemmochi, « Analysis of multi-layered filament-wound composite pipes under internal pressure ». *In: Composite Structures*, Vol. 53, pp.483-491, 2001.
- [4] P. Odru, C. Sparks, « Thick walled composite tubes calculation and measured behaviour ». *In: Materials Engineering*, Vol. III B, pp.545-551, 1991.
- [5] D. Chapelle, D. Perreux, « Optimal design of a 3 hydrogen vessel: Part I – Analytic modelling of the cylindrical section ». *In: International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 31, pp. 627-638, 2006.
- [6] M.R.L. Gower, R.M. Shaw et W.R. Broughton, « Thick composites: Mechanical test review and cure optimisation », *NPL report*, MAT 24, 45p., 2008.
- [7] P.P. Parlevliet, W. A. W. van der Werf, H. E. N. Bersee, A. Beukers, « Thermal effects on microstructural matrix variations in thick-walled composites ». *In: Composites Sciences and Technology*, Vol. 68, pp. 896-907, 2008.
- [8] J. R. Gregory, S. M. Spearing, « Nanoindentation of neat and in situ polymers in polymer-matrix composites ». *In: Composites Sciences and Technology*, Vol. 65, pp. 595-607, 2005.
- [9] F. Pierron, S. Zhavoronok, M. Grediac, « Identification of the through-thickness properties of thick laminated tubes using the virtual fields method ». *In: International Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, pp. 4437-4453, 2000.
- [10] R. Moulart, S. Avril, F. Pierron, « Identification of the through-thickness rigidities of a thick laminated composite tube ». *In: Composites Part A*, Vol. 37, pp. 326-336, 2006.