



**HAL**  
open science

## Modes couplés dans la première zone de Brillouin d'un réseau rectangulaire

Bruno Morvan, Anne-Christine Hladky, Damien Leduc, Catherine Potel,  
Michel Bruneau, Jean-Louis Izbicki, Claude L. Depollier

### ► To cite this version:

Bruno Morvan, Anne-Christine Hladky, Damien Leduc, Catherine Potel, Michel Bruneau, et al.. Modes couplés dans la première zone de Brillouin d'un réseau rectangulaire. Journées 'Etude de la propagation ultrasonore en milieux non homogènes en vue du contrôle non destructif' du GDR US 2501, 2006, Aussois, France. pp.244-249. hal-00369951

**HAL Id: hal-00369951**

**<https://hal.science/hal-00369951>**

Submitted on 21 Dec 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# MODES COUPLES DANS LA PREMIERE ZONE DE BRILLOUIN D'UN RESEAU RECTANGULAIRE

B. Morvan<sup>1</sup>, A-C. Hladky-Hennion<sup>2</sup>, D. Leduc<sup>1</sup>, C. Potel<sup>3</sup>, M. Bruneau<sup>3</sup>, J-L. Izbicki<sup>1</sup> et C. Depollier<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire d'Acoustique Ultrasonore et d'Electronique (LAUE) UMR CNRS 6068, Le Havre, France.

<sup>2</sup>Institut d'Electronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie (IEMN) UMR CNRS 8520, Lille, France.

<sup>3</sup>Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM) UMR CNRS 6613, Le Mans, France.

bruno.morvan@univ-lehavre.fr

## Résumé

La propagation des ondes de Lamb sur des plaques dont l'une des surfaces est striée fait apparaître des conversions et réflexions de modes. La périodicité  $\Lambda$  introduite dans le guide induit un effet de « repliement » de la relation de dispersion des ondes de Lamb en bord de la première zone de Brillouin. On a alors, dans cette zone, des croisements de courbes de dispersions. La présence de bandes interdites correspond alors à un couplage possible entre modes.

## Introduction

Nous nous intéressons dans cette étude à la propagation d'une onde guidée ultrasonore de type Lamb dans une plaque dont l'une des surfaces est striée. Dans de nombreux cas, le profil d'une surface rugueuse, considéré comme aléatoire, possède en fait des pseudo-périodicités spatiales. Pour une surface grenailée ou sablée, ces périodes seront liées par exemple à la taille des projectiles (gravier, sable,...) utilisés pour réaliser la surface rugueuse. Ces longueurs caractéristiques sont obtenues facilement en réalisant un relevé profilométrique puis en calculant la densité spectrale de puissance du profil mesuré. Des études précédentes ont montré que la présence de rugosités affectait principalement l'amplitude de l'onde et non pas la vitesse de phase [1-3]. L'atténuation d'amplitude peut être liée à la valeur moyenne quadratique des hauteurs du profil de surface. Cependant, Potel *et al* [4] ont montré que les pseudo-périodes spatiales du profil sont déterminantes dans le calcul de l'atténuation. De plus, l'atténuation dépend également du mode de Lamb considéré. Les échantillons étudiés sont des échantillons métalliques sur lesquels a été gravé un réseau rectangulaire. Les calculs par éléments finis sont réalisés à l'aide du logiciel ATILA<sup>®</sup> [5].

## Echantillon étudié

La figure 1 présente les dimensions de la plaque. La masse volumique et la célérité des ondes dans la plaque d'aluminium étudiée sont respectivement  $\rho=2700 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_L=6350 \text{ m/s}$  et  $c_T=3100 \text{ m/s}$ .

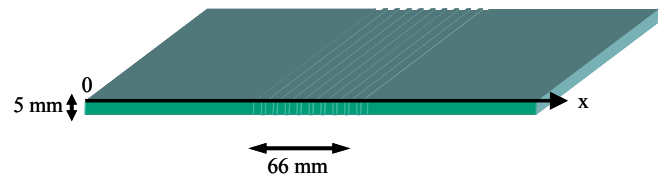


Figure 1 : Géométrie de la plaque rainurée.

Une des faces de la plaque possède un profil périodique de périodicité spatiale  $\Lambda$ . Par la suite, deux types de réseaux seront étudiés : un réseau carré et un réseau rectangulaire (figure 2). Le réseau a une longueur limitée de telle sorte qu'avant et après celui-ci, la plaque est parfaitement plane. Ceci permet notamment de générer puis d'identifier le mode de Lamb incident sans ambiguïté. La densité spectrale de puissance des deux profils est tracée à la figure 3.

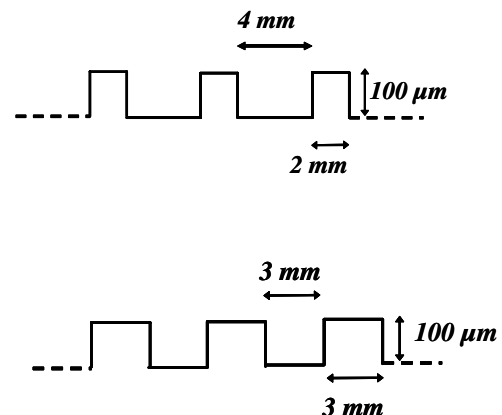
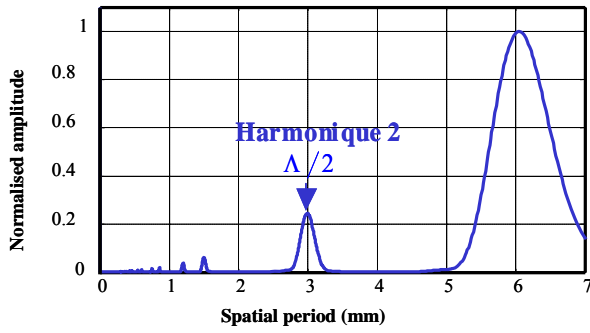
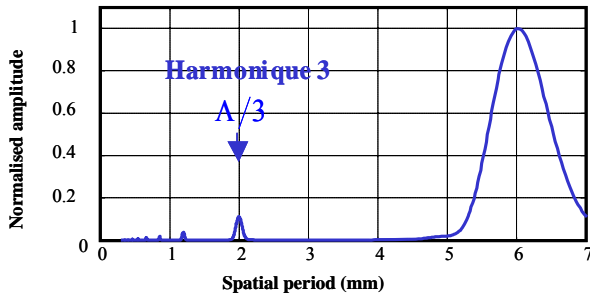


Figure 2 : Dimensions des réseaux rectangulaires et carrés.



(a) Densité spectrale de puissance du profil de la surface du réseau de stries rectangulaires.

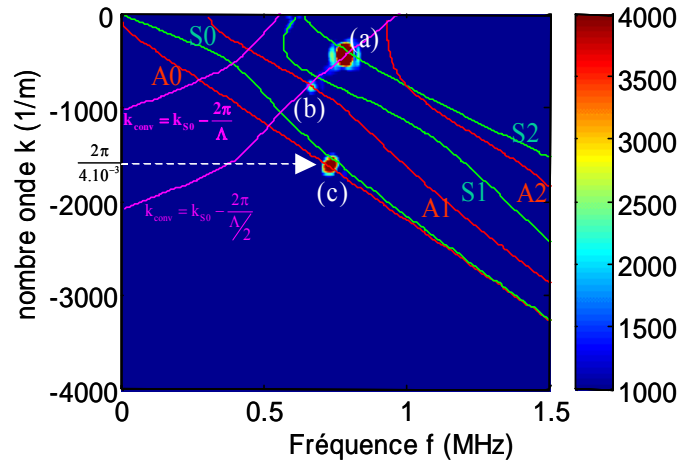


(b) Densité spectrale de puissance du profil de la surface du réseau de stries carrées

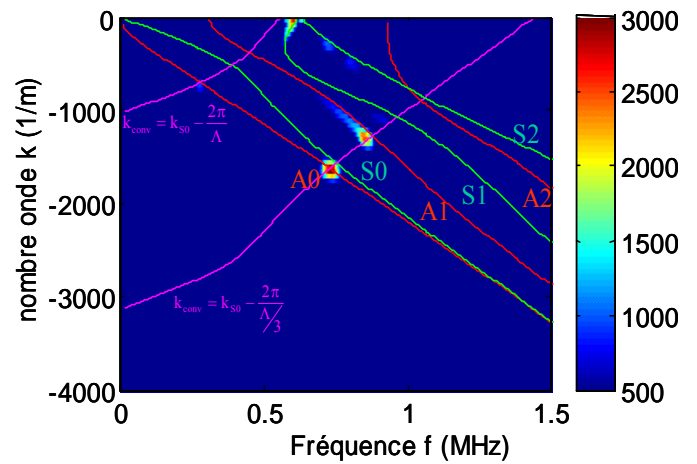
**Figure 3 :** Densité spectrale de puissance des échantillons étudiés.

### Etude par éléments finis

Le mode incident est le mode S0 à la fréquence de 760 kHz. Pour le générer, on applique les déplacements théoriques du mode S0 sur la première extrémité de la plaque. L'excitation est quasi-harmonique : un train d'onde de 5 périodes est imposé. L'analyse transitoire par éléments finis permet de suivre la propagation de ce mode et plus particulièrement son interaction avec le réseau. Ce qui nous intéresse est l'observation de conversions de modes sous le réseau. Sur la bande fréquentielle excitée, cinq modes peuvent se propager : les modes A0, S0, A1, S1 et S2. Le réseau est composé de motifs rectangulaires et carrés de longueur  $\Lambda=6$  mm et de profondeur  $p=100$   $\mu\text{m}$ . L'image de la double transformée de Fourier (figure 4), spatiale puis temporelle, des signaux temporels correspondants à chaque échantillon nous permet d'identifier ces modes comme étant des modes réfléchis. Pour le réseau rectangulaire (figure 4a), les modes réfléchis sont les modes A0 et/ou S0, A1 et S2. Pour le réseau carré (figure 4b), les modes réfléchis sont les modes A0 et/ou S0 et A1.



(a) Réseau rectangulaire.



(b) Réseau carré .

**Figure 4 :** Identification des ondes converties/réfléchies dans l'espace tout-fréquence. Les courbes de dispersions théoriques sont représentées en trait continu. Les courbes en magenta représentent les nombres d'ondes  $k_{\text{conv}}$  pour l'harmonique 1, 2 ou 3.

On vérifie aisément que les vecteurs d'ondes des ondes converties obéissent à la relation :

$$\vec{k}_{\text{inc}} - \vec{k}_{\text{conv}} = n \cdot \vec{G} \quad (1)$$

Avec  $n$  un entier et  $\vec{G}$  vecteur de base du réseau réciproque (par analogie avec les structures cristallines) défini par  $\vec{G} = \frac{2\pi}{\Lambda} \vec{u}_x$ .

$\vec{k}_{\text{inc}}$  et  $\vec{k}_{\text{conv}}$  sont respectivement les vecteurs d'ondes incident et réfléchi. Il faut noter que le mode converti peut se propager soit dans le sens des  $x$  positifs (figure 1) soit dans le sens opposé.

Les courbes décrivant l'évolution des nombres d'onde en fonction de la fréquence sont représentées en

magenta sur la figure 4. Ces courbes sont tracées pour  $n=1$ ,  $n=2$  et  $n=3$  (courbes pour les harmoniques 1, 2 et 3). Pour le profil rectangulaire, l'harmonique 2 de la densité spectrale de puissance du profil est présente (figure 3b). On observe effectivement des conversions en ondes réfléchies dont les vecteurs d'ondes vérifient l'équation (1) avec  $n=2$ . Ces modes sont le mode S2 (identifié par la tâche (a) sur la figure 4a) et le mode A1 (tâche (b)). On retrouve également (tâche (c)) un mode stationnaire A0 (ou S0) correspondant à une cavité de longueur 4 mm. Cette cavité résonnante est définie par la longueur de plus faible épaisseur du motif rectangulaire (figure 2).

Le profil carré ne possède que des harmoniques impaires. Les signaux dans l'espace « tout-fréquence » indiquent que les conversions liées à l'harmonique 2 disparaissent au profit de conversions associées à l'harmonique 3.

Ces résultats montrent que l'interaction d'une onde de Lamb avec un réseau de stries se visualise et s'interprète dans l'espace tout-fréquence (fréquence/nombre d'onde).

### Vérification expérimentale

Le dispositif expérimental est représenté à la figure 5.

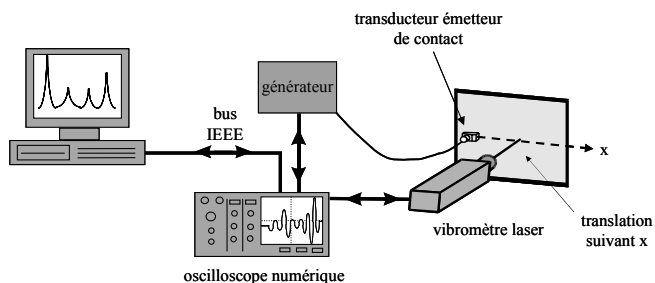


Figure 5 : Dispositif expérimental.

Un générateur d'impulsion Sofranel® délivre une courte impulsion (300 V environ pendant 300 ns) à un transducteur de contact piézo-électrique Krautkramer®. La fréquence centrale de ce transducteur est 1 MHz et sa bande passante à -6 dB est de 660 kHz. L'angle du sabot est de 49° afin de générer le mode S0 à une fréquence de 800 kHz environ. La plaque étudiée comporte un réseau rectangulaire composées de 10 rainures de profondeur  $p=100 \mu\text{m}$  et de périodicité spatiale  $\Lambda=6 \text{ mm}$  (figure 1 et figure 6). Cette plaque a été usinée par Philippe Saint-Martin de l'I.U.T. du Havre.

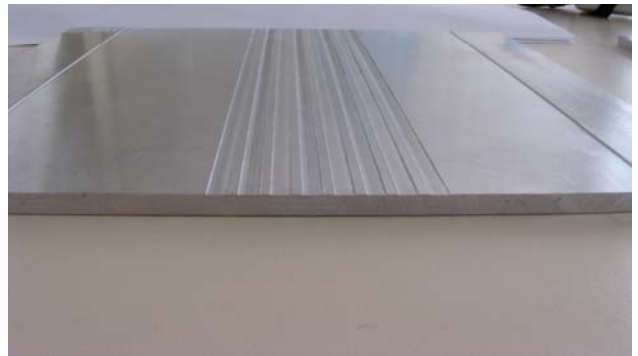


Figure 6 : Photographie de l'échantillon à stries rectangulaires.

Les déplacements en surface sont relevés par interférométrie laser. Le transducteur émetteur est fixe tandis que le laser peut se déplacer suivant la direction x. En fait, pour des raisons de stabilité du système laser, c'est l'ensemble émetteur/plaque qui se déplace par rapport à la source lumineuse. Le laser va balayer la surface de la position  $x=0$  (extrémité du sabot du transducteur émetteur) à  $x=80 \text{ mm}$  par pas de 0.1 mm. Pour chaque position du laser, un signal de durée 100  $\mu\text{s}$  est enregistré avec un pas temporel de 0.02  $\mu\text{s}$ . L'oscilloscope réalise un moyennage sur 350 signaux successifs. La manipulation dure environ 4 heures. En regroupant les signaux acquis pour chaque valeur de x, on obtient une figure dans l'espace position-temps. Une double transformée de Fourier temporelle puis spatiale permet de visualiser les signaux dans l'espace « tout-fréquence » (fréquence/nombre d'onde). Selon la fréquence, différents modes de Lamb sont générés. Dans la bande de fréquence [400 kHz ; 850 kHz], le mode S0 est excité ainsi que le mode S1 autour de sa fréquence de coupure (figure 7).

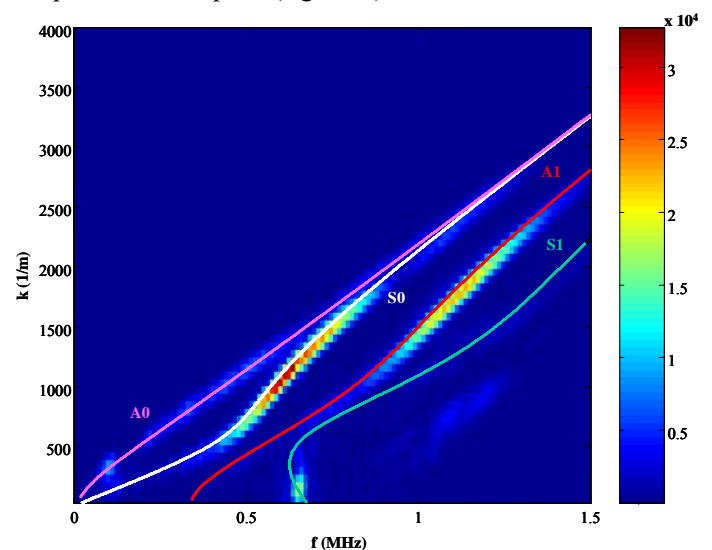
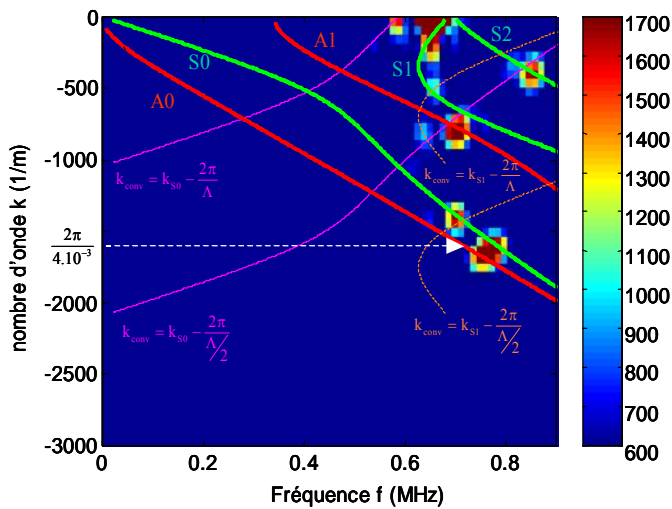


Figure 7 : Signal incident dans l'espace tout-fréquence.

A la figure 8 sont représentés les signaux, associés aux ondes réfléchies, dans l'espace tout-fréquence.



**Figure 8 :** Espace tout-fréquence, modes réfléchis pour l'échantillon à stries rectangulaires.

On retrouve les modes convertis A1 et S2 précédemment identifiés sur un réseau rectangulaire lors de l'étude par éléments finis. En plus de ces modes, on observe des conversions issues du mode S1 incident : l'onde réfléchie S1 et l'onde réfléchie S0 telle que  $k_{S0} = k_{S1} - \frac{2\pi}{\Lambda/2}$  associée à l'harmonique 2 du réseau ( $\Lambda/2$ ).

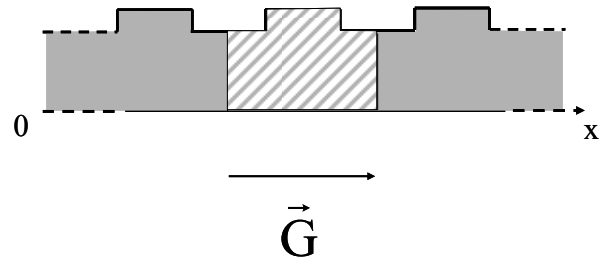
Le mode stationnaire A0 (ou S0) correspondant à une cavité de longueur 4 mm est également présent.

L'atténuation de l'onde incidente sous le réseau s'explique par un transfert d'énergie entre les différents modes convertis [6]. Si la relation (1) permet de déterminer les vecteurs d'ondes des modes convertis, celle-ci ne donne aucune information sur l'amplitude de ces derniers et donc sur la répartition d'énergie dans les modes convertis. Le couplage entre modes peut être interprété à l'aide des courbes de dispersions des modes présents dans un motif élémentaire du réseau en prenant en compte la périodicité.

### Courbes de dispersion dans la première zone de Brillouin

On considère que le guide d'onde est la répétition à l'infini suivant la direction Ox du motif élémentaire décrit à la figure 9. La méthode développée par éléments finis [7] consiste à ne mailler qu'une seule cellule élémentaire et à exploiter les relations de Bloch-Floquet, c'est à dire les relations de phase entre les nœuds séparés par une période. Le vecteur d'onde fixe

les déphasages entre les plans délimitant la cellule élémentaire. La pulsation  $\omega$  étant une fonction périodique du vecteur d'onde  $k$ , l'étude se restreint à la première zone de Brillouin. Le diagramme de dispersion est construit en faisant varier le vecteur d'onde  $k$  sur la demi-zone de Brillouin, l'autre moitié se déduisant par symétrie. L'exploitation des courbes de dispersion permet de déduire les modes de propagation, les fréquences de coupure, les bandes passantes et les bandes d'arrêt.



**Figure 9 :** Motif élémentaire du réseau périodique.

La périodicité  $\Lambda$  introduite dans le guide induit donc un effet de « repliement » de la relation de dispersion des ondes de Lamb en bord de la première zone de Brillouin définie par des valeurs  $k$  appartenant à l'intervalle  $\left[-\frac{\pi}{\Lambda}, \frac{\pi}{\Lambda}\right]$  (figure 10). On se ramène dans

cette zone par un décalage de  $\frac{2p\pi}{\Lambda}$  des courbes de dispersions ( $p$  entier). On a alors, dans cette zone, des croisements de courbes de dispersion.

Figure 11 sont tracées les courbes de dispersion dans le cas d'un réseau rectangulaire pour des fréquences comprises entre 750 kHz et 900kHz. Des « gaps » ou bandes d'arrêt apparaissent. On distingue deux cas.

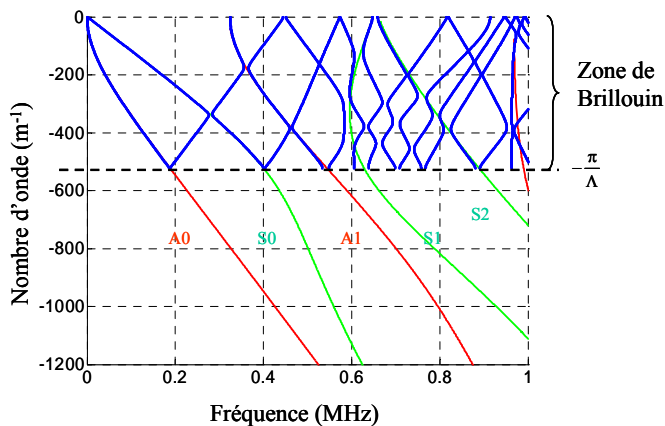
Le premier cas est l'apparition d'une bande d'arrêt en bord de zone de Brillouin. Considérons l'exemple du mode S0 incident, en bord de zone on aura évidemment  $k_{S0} = \frac{\pi}{\Lambda}$  et cette valeur est compatible

avec la relation (1) si  $\vec{k}_{conv} = -\vec{k}_{inc}$  et  $n=1$ . L'onde se réfléchit donc sans conversion.

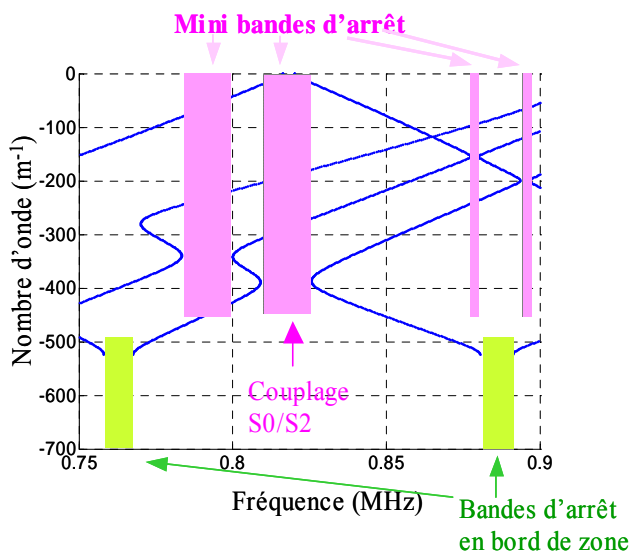
Dans le deuxième cas, la bande d'arrêt apparaît à l'intérieur de la zone de Brillouin. La présence de cette bande d'arrêt correspond alors à un couplage possible entre modes. En effet, il apparaît alors un « anti-croisement », encore appelé « mini bande d'arrêt » [8], entre les courbes de dispersion correspondant à des modes différents. Sur les figure 11 et 12, nous pouvons observer cet « anti-croisement » entre les courbes de dispersion repliées des modes S0 et S2. Dans le cas du

réseau rectangulaire cela se traduit par l'apparition d'un gap très important, et donc d'un couplage important entre le mode S0 et S2. C'est bien ce qui a été observé avec l'apparition du mode S2 réfléchi (figure 4.a). Dans le cas du réseau carré le gap se referme et l'onde S0 ne se converti pas en mode S2 (figure 4.b)

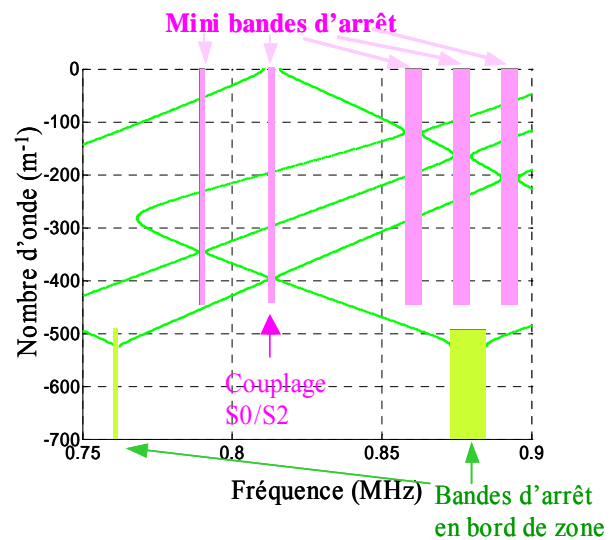
En fonction de la périodicité du réseau, des bandes d'arrêt apparaissent qui traduisent un transfert d'énergie d'un mode à l'autre.



**Figure 10 :** Courbes de dispersion repliée dans la première zone de Brillouin (bleues) dans le cas du réseau périodique rectangulaire.



**Figure 11:** Courbes de dispersion pour un réseau de stries rectangulaires. Apparition de bandes d'arrêt.



**Figure 12:** Courbes de dispersion pour un réseau de stries carrées. Apparition de bandes d'arrêt.

## Conclusion

Le processus de conversion de mode qui résulte de l'interaction d'une onde de Lamb avec une interface striée est totalement décrit dans l'espace dual fréquence/nombre d'onde. Les périodicités spatiales de l'interface vont imposer des couplages entre modes (conversions) et des réflexions. Ces transferts d'énergie du mode incident dans d'autres modes propagatifs entraînent une atténuation d'amplitude du mode incident. Il a été montré que l'ouverture de bandes interdites dans les courbes de dispersion repliées dans la première zone de Brillouin s'expliquait également par un couplage de modes. Dans cette étude les modes complexes n'ont pas été pris en compte dans le processus de conversion de modes. Il peut être intéressant par la suite d'identifier ces modes « localisés ». En particulier, comme il a été montré dans le domaine des réseaux photoniques [8], ces modes localisés peuvent être très importants au voisinage d'un défaut du réseau.

## References

- [1] O.I. Lobkis, D.E. Chimenti, "Elastic guided waves in plates with surface roughness I Model calculation", Journal of the Acoustical Society of America, 102, pp 143-149 (1997).
- [2] O.I. Lobkis, D.E. Chimenti, "Elastic guided waves in plates with surface roughness II Experiments", Journal of the Acoustical Society of America, 102, pp 150-159 (1997).

- [3] D. Leduc, B. Morvan, P. Pareige and J-L. Izbicki, "Measurement of the effects of rough surfaces on Lamb waves propagation", *NDT&E International*, 37, 207-211, 2004.
- [4] C. Potel, D. Leduc, B. Morvan, P. Pareige, J.L. Izbicki, C. Depollier, "Lamb wave propagation in isotropic media with rough interface: comparison between theoretical and experimental results", *World Congress on Ultrasonics*, Paris, France, 2, 609-612, 2003.
- [5] ATILA Finite Element Code for Piezoelectric and Magnetostrictive Transducer Modeling, Version 5.2.1, User's Manual, ISEN, Acoustics Laboratory, Lille, France, (2002).
- [6] Damien Leduc, Anne-Christine Hladky-Hennion, Bruno Morvan, Jean-Louis Izbicki, Pascal Pareige, "Propagation of Lamb waves in a plate with a periodic grating: interpretation by phonon", *Journal of the Acoustical Society of America* 118(4), 2234-2239 (2005).
- [7] P. Langlet, A.C. Hladky-Hennion, J.N. Decarpigny. "Analysis of the propagation of acoustic waves in passive periodic materials using the finite element method", *J. Acoust. Soc Am.* 98, pp.2792-2800 (1995).
- [8] Jean-Michel Lourtioz « Les cristaux photoniques » Ed. Lavoisier.