



**HAL**  
open science

## Résolution d'un problème de Job-Shop intégrant des contraintes de Ressources Humaines

Olivier Guyon, Pierre Lemaire, Eric Pinson, David Rivreau

► **To cite this version:**

Olivier Guyon, Pierre Lemaire, Eric Pinson, David Rivreau. Résolution d'un problème de Job-Shop intégrant des contraintes de Ressources Humaines. 10ème congrès de la société française de recherche opérationnelle et d'aide à la décision (ROADeF), Feb 2009, Nancy, France. pp.53 - 55. hal-00363865

**HAL Id: hal-00363865**

**<https://hal.science/hal-00363865>**

Submitted on 30 Sep 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Résolution d'un problème de Job-Shop intégrant des contraintes de Ressources Humaines

O. Guyon<sup>1,2</sup>, P. Lemaire<sup>2</sup>, É. Pinson<sup>1</sup>, and D. Rivreau<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LISA-IMA, 44 rue Rabelais, 49008 Angers Cedex 1 France  
{olivier.guyon, eric.pinson, david.rivreau}@uco.fr

<sup>2</sup> IRCCyN, CNRS ; École des Mines de Nantes, 4 rue Alfred Kastler, 44307 Nantes Cedex 3  
pierre.lemaire@emn.fr

**Mots-Clefs.** Job-Shop, Ressources Humaines, Génération de coupes, Relaxation lagrangienne

## 1 Introduction

Nous nous plaçons dans le cadre d'un atelier de type job-shop à haute technicité qui fait intervenir des contraintes de qualification pour les opérateurs affectés au pilotage des machines. Plus précisément, nous considérons une unité manufacturière dans laquelle la production de faible volume à réaliser requiert divers types de machines dans des séquences variées. Chaque machine nécessite pour son utilisation la présence d'un agent spécialement qualifié à son pilotage. Les ressources humaines sont également assujetties à des contraintes légales restreignant leur disponibilité. Nous considérons un critère d'optimisation lexicographique pour lequel la minimisation de la durée de production constitue le premier objectif et la minimisation des coûts salariaux le second. Ce problème coïncide avec le cas particulier d'instance « correspondance activité-ressource » de C. Artigues et al. [1]. Pour faciliter la comparaison, nous nous efforcerons d'utiliser les mêmes notations par la suite.

## 2 Formalisation du problème

Formellement, nous considérons la production d'un ensemble  $J$  de  $n$  jobs sur  $m$  machines. Chaque job  $i$  est caractérisé par une séquence d'opérations  $\{O_{i,j}\}_{j=1,\dots,m}$ . L'opération  $O_{ij}$  s'effectue sur une machine  $m_{ij}$  donnée et sa durée d'exécution est notée  $p_{ij}$ . Pour plus de commodités, nous utiliserons  $\rho_{ik}$  pour désigner la durée de l'opération du job  $i$  qui s'exécute sur la machine  $k$ . Les tâches ne sont pas interruptibles et requièrent la présence d'un opérateur qualifié sur la machine au moment de leur exécution. Nous noterons  $\{E_e\}_{e=1,\dots,\mu}$  l'ensemble des  $\mu$  opérateurs et  $A_e$  représentera l'ensemble des machines sur lequel l'opérateur  $e$  peut intervenir. L'atelier fonctionne suivant une logique de type  $3 \times 8$  et l'horizon de planification s'étend ainsi sur un ensemble  $\{s\}_{s=0,\dots,\sigma-1}$  de  $\sigma$  tranches horaires consécutives. La durée effective d'une tranche horaire est fixe et notée  $\pi$  pour un horizon  $H = \sigma \times \pi$ . Le coût d'affectation de l'agent  $e$  sur la machine  $k$  durant la tranche  $s$  est désigné par  $c_{eks}$ , étant entendu que l'opérateur ne change pas de machine en cours de poste. Chaque opérateur  $e$  est disponible sur un sous-ensemble de tranches horaires  $\mathcal{T}_e$ . Par ailleurs, un agent ne peut être actif qu'au maximum une fois parmi trois tranches horaires consécutives (contrainte légale).

Nous proposons ci-dessous une formalisation sous forme de PL-01 de ce problème. Les variables binaires  $x_{eks}$  et  $y_{ikt}$  valent respectivement 1 si l'opérateur  $e$  est affecté à la machine  $k$  sur la tranche  $s$  et si le job  $i$  démarre à l'instant  $t$  sur la machine  $k$ .

$$\min Lex \left( C_{max}, \sum_{e=1}^{\mu} \sum_{k \in A_e} \sum_{s \in \mathcal{T}_e} c_{eks} x_{eks} \right) \quad (1)$$

$$\sum_{t=0}^H t \cdot y_{ikt} + \rho_{ik} \leq C_{max} \quad i = 1, \dots, n \quad k = m_{im} \quad (2)$$

$$\sum_{t=0}^H y_{ikt} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$\sum_{u=\rho_{ik}}^t y_{ilu} - \sum_{u=0}^{t-\rho_{ik}} y_{iku} \leq 0 \quad i = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, m-1 \quad (4)$$

$$k = m_{ij} \quad l = m_{i(j+1)} \quad t = \rho_{ik}, \dots, H - \rho_{il}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{u=t-\rho_{ik}+1}^t y_{iku} \leq \min(1, \sum_{e=1}^{\mu} x_{eks}) \quad k = 1, \dots, m \quad t = 0, \dots, H \quad s = \lfloor t/\pi \rfloor \quad (5)$$

$$\sum_{k \notin A_e} \sum_{s=0}^{\sigma} x_{eks} = 0 \quad e = 1, \dots, \mu \quad (6)$$

$$\sum_{k \in A_e} \sum_{s \notin \mathcal{T}_e} x_{eks} = 0 \quad e = 1, \dots, \mu \quad (7)$$

$$\sum_{k \in A_e} (x_{eks} + x_{ek(s+1)} + x_{ek(s+2)}) \leq 1 \quad e = 1, \dots, \mu \quad s = 0, \dots, \sigma - 2 \quad (8)$$

La première contrainte exprime la date de fin de l'ordonnancement en fonction de la dernière opération de chaque job. La contrainte (3) spécifie que toute opération doit être exécutée. Les contraintes (4) et (5) correspondent respectivement aux séquences job et aux contraintes de disponibilité machine (au plus une opération en cours à un instant donné, sous réserve de la présence d'un opérateur). Les équations (6) et (7) précisent qu'un opérateur ne peut être affecté que sur une machine sur laquelle il est qualifié et qu'il doit être disponible pour la tranche horaire concernée. Finalement, la contrainte légale est exprimée par (8).

### 3 Résolution

Différentes techniques de résolution ont été appliquées sur ce problème : résolution directe par solveur de MIP, utilisation de relaxation lagrangienne, relaxation et génération de coupes (cf. [3], [4]). Nous avons en outre intégré les méthodes propres à l'optimisation de problème de job-shop, et en particulier les règles d'éliminations classiques et le shaving (cf., e.g., [2]). Ces méthodes s'avèrent extrêmement utiles pour l'accélération de la résolution du problème complet, comme le montrent les expérimentations réalisées tant sur des instances générées aléatoirement que sur celles d'Artigues et al.

### Références

1. Artigues, C.; Gendreau, M.; Rousseau, L.-M. & Vergnaud, A. : Solving an integrated employee and job-shop scheduling problem via hybrid branch-and-bound, To appear in Computers and Operations Research (Available online 28 August 2008)
2. Carlier, J. & Pinson, É. : Adjustment of heads and tails for the job-shop problem, European Journal of Operational Research 78, pp146-161 (1994)
3. Detienne, B.; Péridy, L.; Pinson, É. & Rivreau, D. : Cut generation for an employee timetabling problem, To appear in European Journal of Operational Research (Available online 1 April 2008)
4. Guyon, O.; Lemaire, P.; Pinson, É. & Rivreau, D. : Couplage planification/ordonnancement : une approche par décomposition et génération de coupes, Actes de la 7e Conférence Internationale de Modélisation et Simulation, pp. 1376-1385 (2008)