



HAL
open science

Modélisation de la suffusion comme une érosion d'interface

Stéphane Bonelli, Didier Marot

► **To cite this version:**

Stéphane Bonelli, Didier Marot. Modélisation de la suffusion comme une érosion d'interface. XXVI
Rencontres Universitaires de Genie Civil, Jun 2008, Nancy, France. 8 p. hal-00343935

HAL Id: hal-00343935

<https://hal.science/hal-00343935>

Submitted on 3 Dec 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation de la suffusion comme une érosion d'interface

Stéphane Bonelli* — **Didier Marot****

* Cemagref
3275 Route de Cezanne, CS 40061
13182 Aix-en-Provence Cedex 5
France
stephane.bonelli@cemagref.fr

* Gem, Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique
IUT de Saint-Nazaire BP 420
44606 Saint-Nazaire Cedex
France
didier.marot@univ-nantes.fr

RÉSUMÉ. L'érosion des sols due au renard, aux écoulements internes ou à la surverse est l'une des principales causes de rupture des ouvrages hydrauliques (barrage, digues, levées). Cette communication concerne la suffusion, qui est habituellement considérée comme une érosion de volume. Nous proposons un cadre de travail qui permet de considérer la suffusion comme une érosion d'interface argile/eau à l'échelle microscopique. La loi de comportement à deux paramètres d'érosion de surface peut alors être utilisée pour modéliser la suffusion.

ABSTRACT. Erosion of soil resulting from piping, seepage or overtopping is the main cause of serious hydraulic structures failure (dams, dykes or levees). The present study concerns the suffusion process, which is known to be a bulk erosion process. We suggest a framework within suffusion can be viewed as a clay/water interface erosion at the microscale. The two parameters usual constitutive law for surface erosion can therefore be introduced for the modelling of suffusion.

MOTS-CLÉS : érosion interne, suffusion, contrainte critique, coefficient d'érosion, homogénéisation.

KEYWORDS: internal erosion; suffusion; critical shear stress; coefficient of erosion; homogenization.

1. Introduction

Nous nous intéressons à la phase de modification de la texture d'un sol par détachement des fines et transport à travers une matrice granulaire, souvent dénommé « Suffusion ». Ce type d'érosion peut être modélisée dans le cadre de la théorie des mélanges, qui inclut la mécanique des milieux poreux. Vardoulakis *et al.* (1996) utilisent par exemple une description basée sur plusieurs phases, dont une phase fluide, une phase solide, et une phase de solide fluidisé. Ces phases sont en interaction à travers les équations de conservation. Un terme source est notamment présent dans les équations de conservation de masse, qui décrit le passage de la phase solide à la phase solide fluidisé, avec une loi d'érosion. Dans le cadre d'une telle description, il s'agit d'une loi d'érosion de volume, introduite de manière ad-hoc.

L'objet de cette communication n'est pas de proposer une nouvelle modélisation de la suffusion, ni une nouvelle loi d'érosion pour la suffusion. Nous explorons la possibilité de représenter la suffusion comme une érosion d'interface eau/fines, à l'échelle microscopique, entre les fines et le fluide interstitiel.

2. Equations macroscopiques d'écoulement interstitiel avec érosion de volume

La suffusion est un phénomène assimilable à la production de sable lors de l'extraction de pétrole, dont la modélisation est bien établie (Vardoulakis *et al.*, 1996). On considère un échantillon de sol saturé en évolution unidimensionnelle (pour simplifier), de porosité ϕ . Nous faisons d'emblée l'hypothèse de suspension diluée : la concentration de particules d'argiles dans l'eau interstitielle est suffisamment faible pour ne pas influencer le comportement de l'écoulement. Cette concentration est donc une grandeur secondaire qui ne sera pas considérée ici. L'écoulement interstitiel est supposé laminaire. Bien entendu, toutes ces hypothèses peuvent être levées, afin de compliquer le modèle. Le système obtenu est le suivant :

$$\underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{r}{\rho_s}}_{\text{bilan de masse solide}}, \quad \underbrace{\frac{\partial q}{\partial x} = 0}_{\text{bilan de masse fluide}}, \quad \underbrace{-\frac{\partial p}{\partial x} = F}_{\text{équilibre fluide}}, \quad \underbrace{F = \frac{\eta_w}{\lambda} q}_{\text{loi de Darcy}} \quad [1]$$

Dans ces équations, ρ_s est la masse volumique solide, q est la vitesse de filtration de l'eau interstitielle, p est la pression de l'eau, η_w est la viscosité de l'eau, et λ est la perméabilité géométrique de la matrice solide. Il manque une loi de comportement pour r , qui représente un flux volumique de matière érodée.

3. Equations microscopiques de Stokes avec érosion d'interface eau/argile

On considère un volume élémentaire représentatif $\tilde{\Omega}$ (VER) de sol, composé de trois domaines disjoints $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}_{Pore} \cup \tilde{\Omega}_{Clay} \cup \tilde{\Omega}_{Sand}^s$ (Figure 1) : un domaine connexe de meso-pores $\tilde{\Omega}_{Pore}$ (fraction volumique $\phi = \tilde{\Omega}_{Pore} / \tilde{\Omega}$), un domaine de matrice argileuse $\tilde{\Omega}_{Clay}$ (fraction volumique $\varphi_V = \tilde{\Omega}_{Clay} / \tilde{\Omega}$), et un domaine de matrice granulaire de grains de sable $\tilde{\Omega}_{Sand}^s$ (fraction volumique $1 - \phi_{Sand} = \tilde{\Omega}_{Sand}^s / \tilde{\Omega}$). Le domaine $\tilde{\Omega}_{Pore}$ contient un fluide incompressible, qui est un mélange d'eau et de particules en suspensions diluées, de masse volumique ρ_w et de viscosité η_w .

La matrice argileuse est un milieu continu constitué de deux phases : des particules solides $\tilde{\Omega}_{Clay}^s$ (fraction volumique relative $1 - \phi_{Clay} = \tilde{\Omega}_{Clay}^s / \tilde{\Omega}_{Clay}$), et de l'eau. Les grains de sable sont homogènes et imperméables. Les constituants solides (argile, sable) ont une masse volumique constante ρ_s . De la figure 1, nous déduisons la relation $\varphi_V = \phi_{sand} - \phi$.

La porosité totale $\phi + \varphi_V \phi_{Clay}$ est la combinaison d'une macro-porosité ϕ qui correspond à $\tilde{\Omega}_{Pore}$, et d'une micro-porosité ϕ_{Clay} qui est celle de $\tilde{\Omega}_{Clay}$. Ce type de description est assimilable au modèle à double porosité initialement introduit dans les années 1960 pour les écoulements dans les milieux poreux fissurés. Toutefois, les échanges d'eau entre la matrice argileuse et les meso-pores ne seront pas considérés ici.

Nous supposons que le sol est un sable argileux (Revil *et al.*, 1999) : la fraction volumique de la matrice argileuse φ_V est plus petite que la porosité de la matrice sableuse ϕ_{Sand} , et le domaine $\tilde{\Omega}_{Sand}^s$ est connexe, tandis que le domaine $\tilde{\Omega}_{Clay}$ peut ne pas l'être. Plus précisément, la matrice sableuse représente un milieu granulaire composé de grains en contact (aucun grain ne flotte dans l'eau ou dans l'argile). Par contre, la phase argileuse peut éventuellement être composée de lentilles qui ne sont pas en contact entre-elles. L'échelle microscopique est ici associée aux agrégats d'argile, aux grains de sables et aux meso-pores. L'échelle inférieure, qui correspond aux particules d'argile et au micro-pores n'est pas considérée.

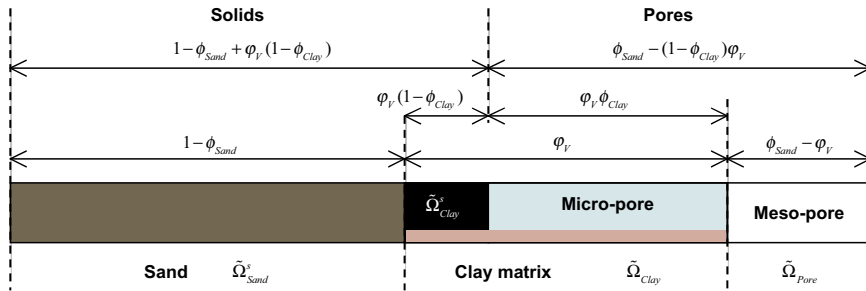


Figure 1. Proportions relatives de chaque constituant d'un sable argileux.

La matrice argileuse est érodable; les grains de sable ne sont pas érodables. La dimension des méso-pores est supposée être bien plus grande que celle des micro-pores, ce qui implique que la fraction volumique d'argile ϕ_V n'est pas trop proche de sa valeur maximum ϕ_{Sand} . En conséquence, le domaine $\tilde{\Omega}_{Pore}$ transmet l'essentiel des écoulements au sein du VER, mais représente seulement une portion de la porosité totale. En cohérence avec cette description, nous supposons que l'érosion ne survient qu'à l'interface $\tilde{\Gamma}_{Clay} \cap \tilde{\Gamma}$ entre $\tilde{\Omega}_{Clay}$ et $\tilde{\Omega}_{Pore}$, où $\tilde{\Gamma}_{Clay} = \partial\tilde{\Omega}_{Clay}$ et $\tilde{\Gamma} = \partial\tilde{\Omega}_{Pore}$ (Figure 2). Ce processus d'érosion est donc externe à la matrice argileuse, et ne modifie pas sa porosité ϕ_{Clay} , ni sa masse volumique $\rho_{Clay} = (1 - \phi_{Clay})\rho_s + \phi_{Clay}\rho_w$. Comme l'illustre la Figure 3, la suffusion ne peut survenir que lorsque $0 < \phi_V < \phi_{Sand}$, mais en aucun cas lorsque $\phi_V = 0$ (pas d'argile) ou lorsque $\phi_V = \phi_{Sand}$ (la dimension caractéristique du domaine poral est trop petite).

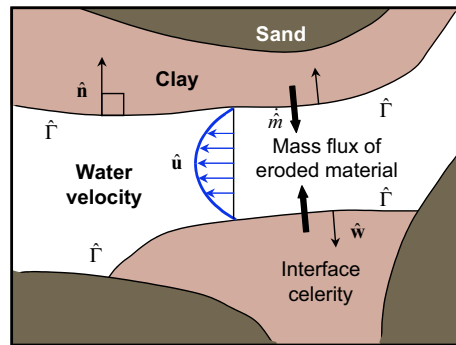


Figure 2. La suffusion vue à l'échelle microscopique comme une érosion d'interface.

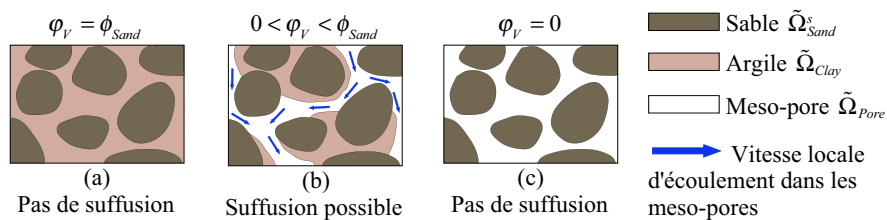


Figure 3. Occurrence de la suffusion d'un sable argileux.

L'état mécanique est supposé tel que les déformations sont négligeables : les porosités ϕ_{Sand} et ϕ_{Clay} sont constantes. Le nombre de Reynolds de l'écoulement interstitiel est supposé petit, et les effets instationnaires et inertiels sont négligés. Une grandeur mécanique a variant à l'échelle microscopique sera notée $\hat{a}(\bar{x})$.

L'équation de conservation de la masse du fluide interstitiel en écoulement dans $\hat{\Omega}_{Pore}$, son équation d'équilibre et sa loi de comportement sont :

$$\hat{\nabla} \cdot \hat{\mathbf{u}} = 0, \hat{\nabla} \cdot \hat{\mathbf{T}} = 0, \hat{\mathbf{T}} = -\hat{p}\mathbf{I} + \eta_w(\hat{\nabla}\hat{\mathbf{u}} + {}^T\hat{\nabla}\hat{\mathbf{u}}) \text{ dans } \hat{\Omega}_{Pore} \quad [2]$$

où $\hat{\mathbf{u}}$ est la vitesse du fluide, $\hat{\mathbf{T}}$ la contrainte de Cauchy dans le fluide et \hat{p} sa pression. Les équations de saut sur $\hat{\Gamma}$ sont :

$$\hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0, \llbracket \hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{n}} \rrbracket = 0 \text{ sur } \hat{\Gamma}_{Sand} \cap \hat{\Gamma} \quad [3]$$

$$\llbracket \hat{p}(\hat{\mathbf{w}} - \hat{\mathbf{u}}) \cdot \hat{\mathbf{n}} \rrbracket = 0, \llbracket \hat{\rho}\hat{\mathbf{u}}(\hat{\mathbf{w}} - \hat{\mathbf{u}}) \cdot \hat{\mathbf{n}} \rrbracket = -\llbracket \hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{n}} \rrbracket \text{ sur } \hat{\Gamma}_{Clay} \cap \hat{\Gamma} \quad [4]$$

où $\hat{\mathbf{n}}$ est la normale unitaire sur $\hat{\Gamma}$ extérieure à $\hat{\Omega}_{Pore}$, $\hat{\mathbf{w}}$ est la vitesse de déplacement de $\hat{\Gamma}$, et $\llbracket a \rrbracket$ est le saut de a sur $\hat{\Gamma}$. Le flux massique de matière érodée (solide et fluide) traversant l'interface est $\hat{m} = \hat{\rho}_{Clay}\hat{\mathbf{w}} \cdot \hat{\mathbf{n}}$.

Puisqu'il s'agit d'une érosion d'interface sous écoulement tangentiel, nous pouvons choisir la loi de comportement usuelle à deux paramètres :

$$\hat{m} = \hat{k}_{er} H\hat{\tau} - \hat{\tau}_c \quad [5]$$

où $\hat{\tau}_c$ (Pa) est la contrainte seuil d'érosion de la matrice argileuse, \hat{k}_{er} (s/m) est son coefficient d'érosion de surface, $H(\bullet)$ est la fonction échelon de Heaviside, $\hat{\tau} = \|\hat{\boldsymbol{\tau}}\|$ est la contrainte tangentielle sur $\hat{\Gamma}$, avec $\hat{\boldsymbol{\tau}} = [\mathbf{I} - \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}}] \cdot \hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{n}}$. Enfin, nous faisons l'hypothèse classique de continuité des vitesses tangentielles sur $\hat{\Gamma}$, qui implique la continuité de $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ (via l'équation de saut [3b] ou [4b]).

4. Formulation d'une loi de suffusion

Ce système a été étudié par Bouddour *et al.* (1996) dans le cadre de l'homogénéisation périodique. Le flux macroscopique volumique de matière érodée r est relié au flux microscopique surface de matière érodée \hat{m} comme suit

$$r = \frac{1}{|\hat{\Omega}|} \int_{\hat{\Gamma}} \hat{m} d\hat{\Gamma} \quad [6]$$

Des résultats de Bouddour *et al.* (1996), nous déduisons que

$$\frac{1}{|\hat{\Omega}|} \int_{\hat{\Gamma}} \hat{\tau} d\hat{\Gamma} = \phi \zeta \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|, \zeta = \frac{\int_{\hat{\Gamma}} \|\hat{\boldsymbol{\tau}}(\hat{\mathbf{x}})\| d\hat{\Gamma}}{\left\| \int_{\hat{\Gamma}} \hat{\boldsymbol{\tau}}(\hat{\mathbf{x}}) d\hat{\Gamma} \right\|} \quad [7]$$

où $\zeta \geq 1$ inclut l'influence de la tortuosité des meso-pores. En tenant compte des hétérogénéités sur $\hat{\Gamma}$ au premier ordre, on obtient :

$$\int_{\hat{\Gamma}} H\hat{\tau} - \hat{\tau}_c d\hat{\Gamma} = \frac{|\hat{\Gamma}_{er}|}{|\hat{\Gamma}|} \int_{\hat{\Gamma}_{er}} \hat{\tau} d\hat{\Gamma}, \quad \hat{\Gamma}_{er} = \{\hat{\mathbf{x}} \in \hat{\Gamma} / \hat{\tau}(\hat{\mathbf{x}}) > \hat{\tau}_c(\hat{\mathbf{x}})\} \quad [8]$$

où $\hat{\Gamma}_{er}$ est la surface érodée. Il n'apparaît pas de contrainte seuil moyenne dans [8] : la moyenne d'une loi de seuil n'est pas la loi de seuil des grandeurs moyennes. Pour simplifier, nous supposons que le coefficient d'érosion \hat{k}_{er} est uniforme. L'équation [6] peut alors s'écrire

$$r = \gamma_w \hat{k}_{er} \phi \zeta \frac{|\hat{\Gamma}_{er}|}{|\hat{\Gamma}|} i_w, \quad i_w = \frac{1}{\gamma_w} \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right| \quad [9]$$

où $\gamma_w = \rho_w g$ est le poids volumique de l'eau (g étant la constante gravitationnelle), et i_w le gradient hydraulique macroscopique de l'écoulement. Il apparaît que c'est le gradient hydraulique qui pilote l'érosion de volume (et non la vitesse de filtration ou un représentant de la vitesse locale d'écoulement), si l'on suppose une loi d'érosion microscopique [5] pilotée par la contrainte tangentielle.

La grandeur adimensionnelle $|\hat{\Gamma}_{clay} \cap \hat{\Gamma}| / |\hat{\Gamma}|$ est égale à zéro si $\varphi_V = 0$ ($|\hat{\Gamma}_{clay}| = \emptyset$), et est proche de un lorsque φ_V est proche de sa valeur maximum ϕ_{sand} . L'analyse de cette grandeur, qui n'est pas détaillée ici, montre qu'elle peut être considérée comme dépendant non-linéairement de $\varphi_V^{2/3}$, l'exposant $2/3$ s'expliquant simplement par le fait que l'on rapporte une information de volume (φ_V) à une grandeur de surface. Pour simplifier, on retient le terme linéaire du premier ordre :

$$\frac{|\hat{\Gamma}_{clay} \cap \hat{\Gamma}|}{|\hat{\Gamma}|} = \left(\frac{\varphi_V}{\phi_{sand}} \right)^{2/3}, \quad [10]$$

La quantité de matériau érodable (l'argile) est limitée, et dépend en outre du gradient hydraulique. Ceci a été établi par des résultats expérimentaux (Sterpi D., 2003; Bendahmane *et al.*, 2006 ; Bendahmane *et al.*, 2007). Cette information de nature matérielle doit être présente dans la loi de comportement d'érosion [9]. La grandeur $\hat{\Gamma}_{er}$ apparaît comme pertinente pour contenir cette information. Nous supposons que la fraction surfacique de matière érodée est fonction de la fraction volumique d'argile :

$$\frac{|\hat{\Gamma}_{er}|}{|\hat{\Gamma}_{clay} \cap \hat{\Gamma}|} = H[\varphi_V - \varphi_V^{stop}] \left[1 - \left(\frac{\varphi_V^{stop}}{\varphi_V} \right)^{2/3} \right] \quad [11]$$

où φ_V^{stop} est la fraction volumique maximum d'argile érodée. De plus, nous supposons que φ_V^{stop} est fonction du gradient hydraulique comme suit :

$$\varphi_V^{stop} = \varphi_V^0 \left(\frac{i_c^0}{i_c^0 + i_w} \right)^{3/2} \quad [12]$$

où i_c^0 joue le rôle d'un gradient hydraulique seuil d'arrêt de l'érosion, puisque l'érosion n'a lieu que si $\varphi_V > \varphi_V^{stop}$, c'est à dire si $i_w > i_c^0 [(\varphi_V^0 / \varphi_V)^{2/3} - 1]$. Le paramètre i_c^0 , qui est phénoménologique, n'est pas explicitement relié à τ_c .

5. Comparaison avec des résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux de Sterpi (2003), qui ne sont pas décrits ici par souci de concision, donnent la fraction massique de solide érodé en fonction du temps pour plusieurs gradients hydrauliques. L'échantillon est supposé homogène. Le Tableau 1 contient les paramètres de la modélisation, comparée aux résultats expérimentaux Figure 4. Les ordres de grandeurs des paramètres et des résultats obtenus sont cohérents. Le coefficient d'érosion \hat{k}_{er} est de l'ordre de 10^{-5} s/m, ce qui correspond à une argile assez résistante à l'érosion (Bonelli et Brivois, 2008). L'apport de cette approche pour les problèmes concrets concernant les ouvrages hydrauliques est le suivant : le coefficient d'érosion \hat{k}_{er} est un paramètre maintenant bien établi pour quantifier la cinétique d'érosion d'un conduit, qui est la phase ultime d'un renard hydraulique; ce travail établit que la cinétique d'érosion d'un sol par suffusion peut être quantifiée avec le même paramètre, qui caractérise une érosion d'interface. Il est dès lors possible, à l'aide des dispositifs expérimentaux existants, et de cette méthodologie d'identification, d'envisager un classement des sols par leur cinétique de suffusion. Nous savons en effet que pour une érosion de conduit, un coefficient d'érosion \hat{k}_{er} est de l'ordre de 10^{-5} s/m correspond à une cinétique lente, tandis qu'une valeur de l'ordre de 10^{-3} s/m correspond aux ruptures qui se sont développées en quelques heures (donc rapide). Une telle connaissance des ordres de grandeur pour la suffusion serait d'une grande valeur pour les sols des ouvrages hydrauliques.

Tableau 1. Paramètres de modélisation

ϕ_{sand}	ϕ_{clay}	φ_V^0	g (m/s ²)	ρ_w (kg/m ³)	ρ_{Clay} (kg/m ³)	ζ	\hat{k}_{er} (s/m)	i_c^0
0,49	0,60	38%	9,81	1000	1688	2	2×10^{-5}	3,16

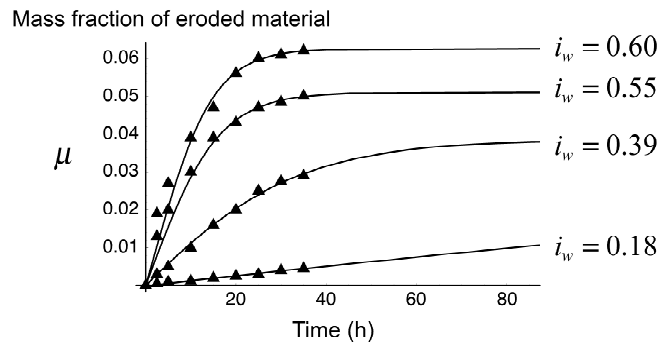


Figure 4. Essai de suffusion à pression constante, fraction de masse érodée en fonction du temps, et modèle (trait continu et mesures (symboles)).

Remerciements : ce projet de recherche est soutenu par l'Agence Nationale de la Recherche (Projet TRANSOL, Programme Blanc), et par l'Institut pour la recherche appliquée et l'expérimentation en génie civil (IREX).

6. Bibliographie

- Bendahmane F., Marot D., Rosquoët F., Alexis A., «Characterization of internal erosion in sand kaolin soils», *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, vol. 10, n° 4, 2006, p. 505-520.
- Bendahmane F., Marot D., Alexis A., «Experimental parametric study of suffusion and backward erosion», *International Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 134, n° 1, 2008, p. 57-67.
- Bonelli S., Brivois O., «The scaling law in the hole erosion test with a constant pressure drop», *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 32, 2008, p. 1573-1595.
- Bouddour A., Auriault J.-L., Mhamdi-Alaoui M., «Erosion and deposition of solid particles in porous media: Homogenization analysis of a formation damage», *Transport in Porous Media*, vol. 25, n°2, 1996, p. 121-146.
- Brivois O., Bonelli S., Borghi R., «Soil erosion in the boundary layer flow along a slope : a theoretical study», *European Journal of Mechanics /B Fluids*, vol 26, 2007, p. 707-719.
- Revil A., Cathles L.M., «Permeability of shaly sands», *Water Resources Research*, vol. 35, n° 3, 1999, p. 651-662.
- Sterpi D., «Effects of the erosion and transport of fine particles due to seepage flow», *International Journal of Geomechanics*, vol. 3, n° 1, 2003, p. 111-122.
- Vardoulakis I., Stavropoulou M., Papanastasiou P., «Hydromechanical aspects of sand production problem», *Transport in Porous Media*, vol. 22, 1996, p. 225-244.