Simulation de réseaux de neurones intègre-et-tire non linéaires par discrétisation du potentiel

Mohamed Ghaith Kaabi, Gang Zheng, Arnaud Tonnelier, Dominique Martinez

▶ **To cite this version:**

Mohamed Ghaith Kaabi, Gang Zheng, Arnaud Tonnelier, Dominique Martinez. Simulation de réseaux de neurones intègre-et-tire non linéaires par discrétisation du potentiel. Deuxième conférence française de Neurosciences Computationnelles, "Neurocomp08", Oct 2008, Marseille, France. hal-00331595

HAL Id: hal-00331595
https://hal.science/hal-00331595

Submitted on 17 Oct 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SIMULATION DE RÉSEAUX DE NEURONES INTÈGRE-ET-TIRE NON LINÉAIRES PAR DISCRÉTISATION DU POTENTIEL

M. G. Kaabi *
email :
Mohamedghaith.Kaabi@loria.fr

G. Zheng **, A. Tonnelier **, D. Martinez *
email :
Gang.Zheng@inria.fr
Arnaud.Tonnelier@inria.fr
Dominique.Martinez@loria.fr

*LORIA, Campus Scientifique, B.P. 239, 54 506 Vandoeuvre-lès-Nancy, France
**INRIA, Inovalée 655 Avenue de l'Europe Montbonnot, 38334 Saint Ismier France

Résumé
Les travaux précédents sur les simulations de réseaux neuronaux impulsionnels utilisent des méthodes événementielles ou des méthodes à pas de temps. Les méthodes événementielles sont précises mais se limitent à certains modèles simples de neurones. Les méthodes à pas de temps sont génériques mais traitent difficilement les discontinuités des neurones intègre-et-tire. Nous avons récemment introduit une nouvelle méthode générique de simulation basée sur une discrétisation du potentiel membranaire [1]. Dans cet article, nous comparons cette nouvelle méthode avec une méthode classique à pas de temps pour la simulation de réseaux de neurones intègre et tire non linéaires. Nous montrons que notre méthode est plus efficace en terme de rapidité de calculs et de précision.

Mots clés : réseaux de neurones impulsionnels, simulations numériques, méthodes à pas de temps, méthodes à pas de potentiel.

1 Introduction

L'étude de la dynamique des réseaux neuronaux impulsionnels a recourt à des simulations numériques dont la précision et la rapidité varient selon la méthode de simulation. Certains travaux [2,6,7] ont permis de développer des méthodes événementielles pour la simulation de réseaux de neurones de type intègre-et-tire (IF). Ces méthodes sont rapides et déterminent avec exactitude le temps des impulsions (spikes). Cependant, elles ne sont pas génériques et ne s'appliquent qu'à un nombre restreint de modèles ce qui conduit à utiliser des méthodes de simulation numériques à pas de temps. Les méthodes à pas de temps sont génériques mais un compromis efficace entre précision et rapidité de simulation est difficile à trouver.
Si nous considérons un neurone IF simulé par une méthode à pas de temps (FIG.1), il est très dificile de trouver un pas de temps judicieux sans pénaliser la précision de la simulation ou sa rapidité. En effet, le pas de temps reste constant et ne dépend pas des variations du potentiel ce qui implique soit une grande erreur d'intégration pour un pas trop grand ou une lenteur dans la simulation pour un petit pas de temps. De ce fait, adapter le pas de temps aux variations du potentiel améliorerait la précision et le temps de la simulation.

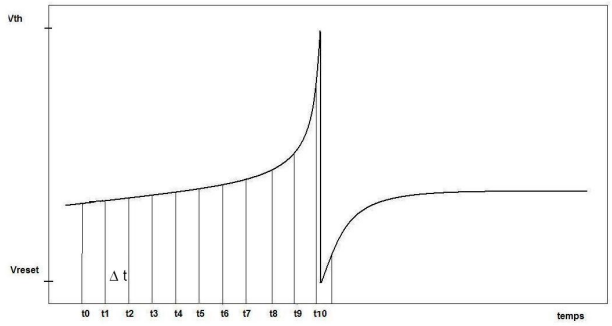

FIG. 1. Simulation d'un neurone intègre-et-tire par une méthode à pas de temps

2 Méthode à pas de potentiel

Considérons un neurone intègre et tire dont le potentiel membranaire v suit l'évolution :

$$\begin{aligned} C\frac{dv}{dt} &= f(v) \\ &+ I + I_{syn}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

où C est la capacité membranaire, f la relation non linéaire courant-tension de la membrane, I le courant appliqué et I_{syn} le courant synaptique reçu par le neurone. Lorsque le neurone atteint une valeur critique V_{th} son potentiel membranaire est réinitialisé à une valeur V_{reset} . Si nous considérons une petite variation du potentiel membranaire Δv la fonction caractéristique du neurone f peut être approximée par une fonction linéaire et (Eq.1) se réécrit sous la forme d'un modèle IF linéaire

$$\begin{aligned} C\frac{dv}{dt} &= -g(v-E) \\ &+ I + I_{syn}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

pour v dans l'intervalle $[V_i, V_{i+1}]$ où $V_i = i\Delta v$, Δv est un pas de potentiel constant, g est une conductance et E un potentiel de repos. L'idée de base de notre méthode est donc d'introduire une discrétisation du potentiel et d'approximer sur chaque intervalle $[V_i, V_{i+1}]$ le modèle intitial par un modèle linéaire.
Une interpolation linéaire donne les valeurs potentiel-dépendantes suivantes :

$$g = -\frac{f(v_{i+1}) - f(v_i)}{\Delta v}$$

$$et$$

$$E = v + \frac{f(v_i)}{g}$$

La solution de l'équation (Eq.2) sur l'intervalle $[V_i, V_{i+1}]$ est :

$$\begin{aligned} v(t) &= V_i \exp(-\frac{t-t_i}{\tau}) \\ &+ (E + \frac{I}{g})(1 - \exp(-\frac{t-t_i}{\tau})) \\ &+ \int_{t_i}^{t} \exp(-\frac{t-y}{\tau}) \frac{I_{syn}(y)}{C} dy \end{aligned} \quad (3)$$

où $\tau = C/g$ est une constante de temps membranaire potentiel-dépendante. L'intérêt de la méthode de discrétisation du potentiel (notée VS par la suite) est de ramener l'intégration numérique à une simulation événementielle en déterminant le temps où le potentiel sortira de l'intervalle $[V_i, V_{i+1}]$ (FIG.2).
Dans le cas d'un réseau de neurones IF couplés à des synapses de type dirac, le courant synaptique est donné par :

$$I_{syn}(t) = \sum_j \sum_{tf} w_j \delta_(t - t_f) \quad (4)$$

où t^f est le temps d'émission des neurones pré-synaptiques et δ est la fonction dirac. Le temps où le potentiel atteint la valeur V_{i+1} est donné par :

$$\begin{aligned} t_{i+1} &= t_i \\ &+ \tau \ln(\frac{v_0 - E - \frac{I}{g}}{v_0 + \Delta v - E - \frac{I}{g}}) \end{aligned} \quad (5)$$

Pour un spike reçu à un instant t^f, $t_i < t^f < t_{i+1}$, le potentiel v du neurone post-synaptique est mis à jour avec l'équation 3 puis effectue le saut $v \leftarrow v + w/C$ où w est le poids synaptique. Les variables t_i et V_i sont ensuite mises à jour ($t_i \leftarrow tf, V_i \leftarrow v$) et t_{i+1} est recalculé avec l'équation 5.
La méthode de discrétisation du potentiel consiste donc à chercher le temps où le potentiel membranaire varie de Δv ce qui adapte donc le pas de temps de la simulation en fonction de la variation du potentiel.

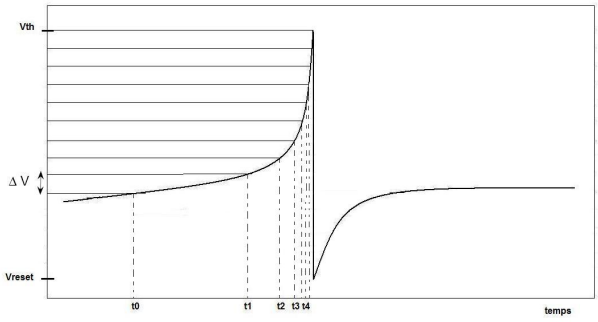

FIG. 2. Simulation d'un neurone intègre-et-tire par une méthode à pas de potentiel. La discrétisation du potentiel induit implicitement un pas de temps adaptatif

3 Résultats

Dans cette partie, nous considérons le modèle IF quadratique (QIF). Le potentiel du neurone s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} C\frac{dv}{dt} &= q(v(t) - v_t)^2 \\ &+ I + I_{syn}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

Il est possible de simuler de façon exacte ce modèle [2] ce qui nous permettra de bénéficier d'une simulation de référence. La méthode VS est une méthode du second ordre [1] et nous allons comparer les performances de cette méthode avec une méthode à pas de temps du second ordre. Il a été montré [3,4] que Runge-Kutta du second ordre (RK2) avec une interpolation linéaire du temps de spike est une méthode du second ordre (appelé RK2 modifié (RK2m) par la suite).
Dans un réseau de taille N, l'erreur E_i du i^{eme} neurone est définie par la fontionnelle suivante :

$$E_i = \frac{1}{M_i} \sum_f |t_{ex}^f - t_{ap}^f| \quad (7)$$

où M_i est le nombre de spikes émis par le i^{eme} neurone, t_{ex} est le temps de spike exact (par la méthode de référence) et t_{ap} le temps du spike par la méthode approximative (discrétisation du potentiel ou Runge-Kutta).
L'erreur E^R du réseau est la moyenne des erreurs des neurones :

$$E^R = \frac{1}{N} \sum_i E_i \quad (8)$$

Considérons un réseau inhibiteur de neurones QIF de taille N=10 où chaque neurone est soumis à un courant constant positif I. La connectivité du réseau est totale, les neurones s'inhibent entre eux via des synapses de type dirac dont le poids est aléatoire dans $[-0.2/C, 0[$.

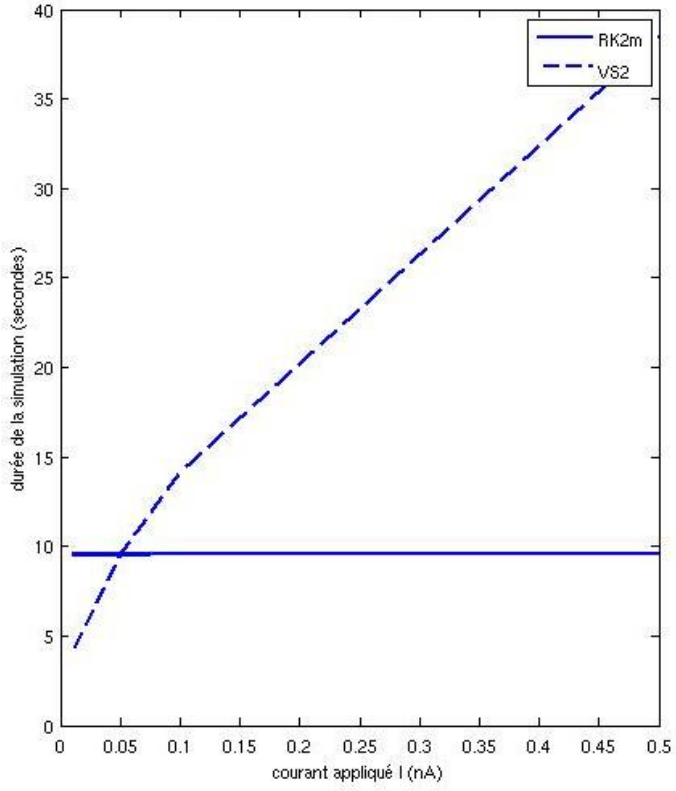

FIG. 3. Les durées de la simulation T_{VS2} et T_{RK2m} en fonction du courant appliqué I pour $\Delta v = 0.03\ mV$ et $\Delta t = 0.01\ ms$. T_{RK2m}(ligne continue) reste constant alors que T_{VS2}(en pointillés) augmente en fonction de I, ceci s'explique par le fait que VS2 adapte son pas de temps en fonction des variations du potentiel membranaire.

Nous avons procédé à 3 types d'expériences numériques, la première consiste à varier le courant constant d'entrée I puis nous comparerons les deux méthodes pour des durées de simulation (T_{VS2} et T_{RK2m}) et des erreurs (Eq.8) équivalentes (E_{VS2} et E_{RK2m}). Le temps de la simulation est de $10000ms$ biologiques avec les paramètres suivants : $q = 0.0009287mS/v$, $C = 0.2nF$, V_{th}=30 mV, V_{reset}=-70 mV, V_t=-41.1785 mV, les potentiels initiaux sont aléatoires dans $[V_{reset}, V_{th}[$.
Les simulations sont réalisées avec la librairie mvaspike [5] sur un ordinateur portable core 2 duo 1.5 Ghz, mémoire vive 2 Go.

La première expérience (FIG3) montre que E_{RK2m} augmente avec I alors que E_{VS2} reste pratiquement constante. Ceci s'explique par le fait suivant : en augmentant I, $\frac{dv}{dt}(t)$ augmente ce qui accentue les variations de $v(t)$ et, face à ces variations rapides, un pas de temps $\Delta t = 0.01\ ms$(pas de temps de la simulation pour RK2 modifié) est insuffisant ce qui conduit à une augmentation de l'erreur (FIG4). Par contre, comme VS2 adapte son pas de temps, qui est inversement proportionnel aux variations du potentiel, la précision reste constante mais la durée de simulation (T_{VS2}) augmente (FIG4).

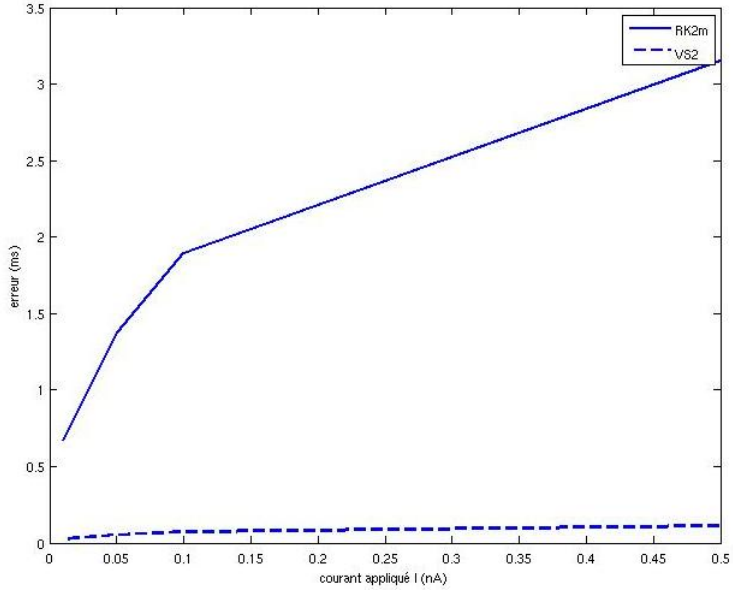

FIG. 4. Les erreurs E_{VS2} et E_{RK2m} en fonction du courant appliqué I pour $\Delta v = 0.03\ mV$ et $\Delta t = 0.01\ ms$. R_{VS2}(en pointillés) reste presque constante alors que E_{RK2m}(ligne continue) augmente en fonction de I.

Si nous considérons des erreurs similaires (Eq.8) $E_{VS2} \approx E_{RK2m}$, il s'avère que VS2 est plus rapide (FIG5) . Inversement, si nous fixons une durée de simulation, l'erreur de VS2, E_{VS2} reste nettement inférieure à l'erreur de RK2 modifié E_{RK2m} (FIG6).

4 Conclusion

Précision et rapidité sont des facteurs primordiaux dans la simulation numérique des réseaux neuronaux. Les méthodes événementielles sont exactes et rapides mais elles ne sont pas génériques. Les méthodes classiques à pas de temps sont génériques mais elles sont gourmandes en temps de calcul lorsqu'une grande précision est requise. Nous avons montré, à travers quelques résultats numériques, qu'une stratégie d'intégration à un pas de potentiel permet de définir implicitement un pas de temps qui s'adapte aux variations du potentiel membranaire du neurone ce qui assure rapidité et précision par rapport aux méthodes classiques à pas de temps.

– **Références :**

[1] Zheng G., A. Tonnelier, D. Martinez, Voltage stepping schemes for the simulation of spiking neural networks, soumis.

[2] Tonnelier A., H. Belmabrouk, D. Martinez,

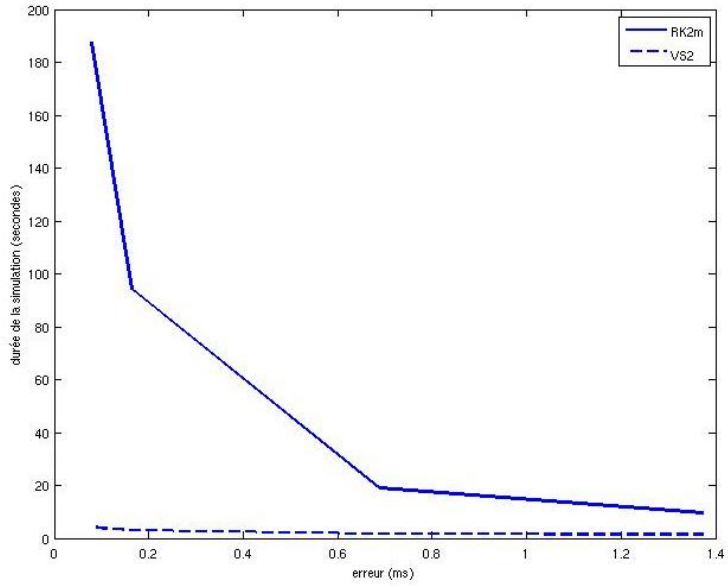

FIG. 5. Les durée de simulation T_{VS2} et T_{RK2m} en fonction de l'erreur pour $I = 0.05\ nA$. On remarque que pour des erreurs semblables, la durée de simulation par VS2 est toujours inférieure à celle par RK2m.

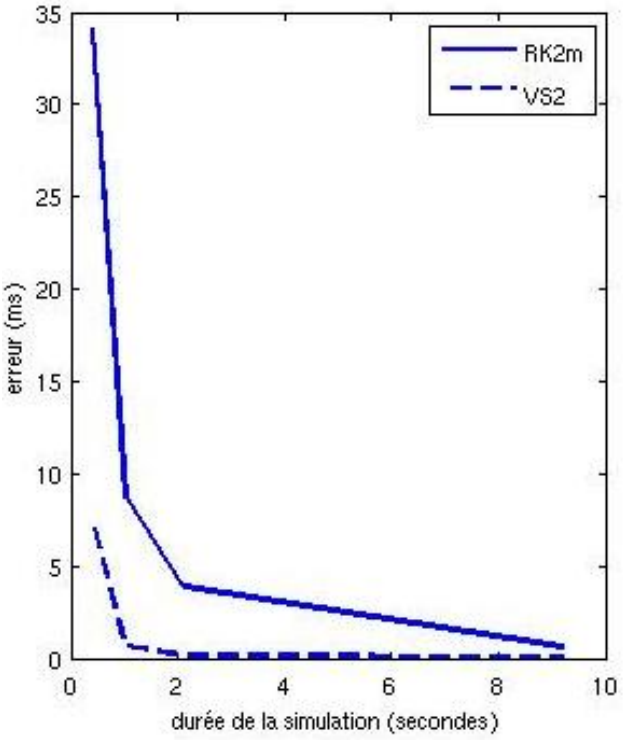

FIG. 6. Les erreurs commises E_{VS2} et E_{RK2m} en fonction de la durée de la simulation pour $I = 0.01\ nA$. On remarque que pour des durées de simulation semblables, l'erreur commise par VS2 est toujours inférieure à celle commise par RK2m.

Event-driven simulations of nonlinear integrate-and-fire neurons, *Neural Computation*, 19, 2007, 3226-3238.

[3] Hansel D., G. Matao , C. Meunier , L. Neltner, On numerical simulations of integrate-and-fire neural networks, *Neural Computation*, 10, 1998, 467-483.

[4] Shelley M., L. Tao,Efficient and accurate time-stepping schemes for nntegrate-and-fire neural networks, *Journal of Computational Neuroscience*, 11, 2001, 111-119.

[5] Rochel O., D. Martinez, An event-driven famework for the simulation of networks ok spiking neurons, *European Symposium on Artrificial Neural Networks*, 2003, 295-300.

[6] Brette R., Exact simulation of integrate-and-fire models with synaptic conductances, *Neural Computation*, 18,2006, 2004-2027.

[7] Brette R., Exact simulation of integrate-and-fire models with exponential currents, *Neural Computation*, 19,2007, 2604-2607.