



Le logo du CNRS est-il convexe ?

Didier Henrion

► To cite this version:

| Didier Henrion. Le logo du CNRS est-il convexe ?. Matapli, 2009, n° 88, p.63-71. hal-00331530

HAL Id: hal-00331530

<https://hal.science/hal-00331530>

Submitted on 17 Oct 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Le logo du CNRS est-il convexe ?

Didier Henrion^{1,2}

17 octobre 2008

Résumé

En octobre 2008 le CNRS adopte un nouveau logotype à la forme arrondie. Nous étudions la représentation mathématique de cette forme, et en particulier sa convexité.

1 Introduction

En octobre 2008 le CNRS adopte une nouvelle identité visuelle, avec un logotype radicalement modifié, caractérisé en ces termes [8] : “Les lettres de son sigle [...] sont inscrites dans une forme arrondie et compacte qui exprime l’unité que conservera le nouveau CNRS. Pas tout à fait ronde, novatrice, la forme du logo figure le processus même de la recherche, toujours en devenir, et évoque la matière mise à la disposition de nos chercheurs par notre planète. Une matière malléable, prête à se livrer aux expertises de la recherche scientifique comme la motte de terre glaise dans les mains du sculpteur”, voir la figure 1. Pour une interprétation d’un autre registre, dans le contexte politique actuel, voir également [7].

En tant qu’utilisateur de techniques de programmation mathématique et d’optimisation [5], j’ai été souvent confronté à des formes géométriques similaires, voir par exemple la figure 2. En optimisation, il est particulièrement souhaitable que ces ensembles soient **convexes**, voir par exemple [3] ou [4] pour plus de détails. Un ensemble est dit convexe lorsque, pour tout couple de points choisis dans l’ensemble, le segment reliant les points y est entièrement contenu. Toutes les formes de la figure 2 sont convexes. Un exemple classique d’ensemble non-convexe est la lune ou croissant apparaissant, entre autres, sur le drapeau de la Turquie.

La question qui m’est venue à l’esprit à la vision de la figure 1 est donc la suivante :

Le logo du CNRS est-il convexe ?

¹LAAS-CNRS, Université de Toulouse, France

²Faculté de Génie Electrique, Université Technique Tchèque de Prague, République Tchèque

2 Courbes de Bézier

La courbe du logotype a été dessinée par un graphiste à l’aide du logiciel Adobe Illustrator, développé par l’entreprise américaine Adobe Systems. Ce logiciel de création graphique permet de générer des images vectorielles constituées de courbes à l’aspect modulable grâce à l’outil “plume” permettant de placer des points d’ancrage et des tangentes. Un des avantages des images vectorielles est qu’elles ne sont pas dépendantes de la résolution, c’est-à-dire qu’elles ne perdent pas en qualité si on les agrandit.

Dans Adobe Illustrator l’élément de base est la courbe de Bézier cubique, implémenté via la commande `curveto` du langage PostScript [1, page 564], le format natif des documents générés par les logiciels d’Adobe. Les courbes de Bézier sont des courbes polynomiales paramétriques utilisées à l’origine au début des années 1960 par l’ingénieur français Pierre Bézier pour la conception de pièces d’automobile chez Renault. Une représentation efficace de ces courbes a été proposée par le mathématicien et physicien français Paul de Faget de Casteljau, alors qu’il travaillait pour Citroën.

Une courbe de Bézier cubique est définie par quatre points de contrôle P_0 , P_1 , P_2 et P_3 . La courbe se trace en partant du point P_0 dans la direction du point P_1 , et en arrivant au point P_3 dans une direction venant du point P_2 . En général, la courbe ne passe ni par P_1 ni par P_2 , voir la figure 3 pour quelques illustrations, et par exemple [6, Chapitre 4] pour un traitement rigoureux.

L’exploration du fichier source PostScript du logotype du CNRS montre que la forme est générée par 11 instructions `curveto`, c’est-à-dire 11 courbes de Bézier cubiques consécutives avec 33 points de contrôle, voir la figure 4.

3 Convexité du logotype

Afin d’étudier la convexité du logotype du CNRS, il faut donc étudier la convexité des courbes de Bézier qui le composent.

Etant donnés deux points P_i et P_j , notons $[P_i, P_j]$ le segment les reliant. Etant donnée une séquence ordonnée de points $P_0, P_1, P_2, \dots, P_N$, notons $[P_0, P_1, P_2, \dots, P_N, P_0]$ le polygone formé par les segments $[P_0, P_1]$, $[P_1, P_2]$, $\dots$, et $[P_N, P_0]$.

Notons C^0 la courbe de Bézier de points de contrôle P_i , $i = 0, 1, 2, 3$. Notons B^0 l’ensemble délimité par C^0 et le segment $[P_0, P_3]$. Notons P^0 le polygone $[P_0, P_1, P_2, P_3, P_0]$, un quadrilatère pouvant être non-convexe, voir la figure 3.

Lemme 1 B^0 est convexe si et seulement si P^0 est convexe.

Preuve : Elle découle de l’algorithme récursif de construction proposé par de Casteljau et décrit par exemple dans [6, Section 4.1], voir la figure 5. Pour un paramètre $u \in [0, 1]$ on définit les points $Q_i = uP_i + (1-u)P_{i+1}$, $i = 0, 1, 2$ puis les points $R_i = uQ_i + (1-u)Q_{i+1}$, $i = 0, 1$. Le segment $[R_0, R_1]$ est alors tangent à la courbe C^0 au point $S = uR_0 + (1-u)R_1$. La courbe est constituée de l’ensemble de ces points de tangence lorsque u varie entre 0 et 1. Si le polygone P^0 est convexe, alors par construction le segment tangent ne coupe jamais

la courbe, quelque soit u , ce qui implique la convexité de l'ensemble B^0 . Inversément si B^0 est convexe, alors le segment tangent ne coupe jamais B^0 , et donc le quadrilatère P^0 est convexe. $\square$

Pour $k = 1, \dots, N$ notons à présent C^k la courbe de Bézier numéro k , de points de contrôle $P_i^k, i = 0, \dots, 3$. Supposons que les N courbes soient reliées de telle sorte que $P_3^k = P_0^{k+1}$ et $P_3^N = P_0^1$, et notons B l'ensemble délimité par la courbe fermée résultante. Finalement, notons P le polygone $[P_0^1, P_1^1, P_2^1, P_3^1, P_1^2, P_2^2, P_3^2, \dots, P_2^N, P_0^1]$.

Lemme 2 *B est convexe si et seulement si P est convexe.*

Preuve : Au point de liaison entre deux courbes convexes C^k et C^{k+1} , trois configurations sont possibles :

1. le segment $[P_2^k, P_1^{k+1}]$ coupe les courbes C^k et C^{k+1} , auquel cas l'ensemble délimité par les courbes et le segment $[P_0^k, P_3^{k+1}]$ est convexe mais non-lisse au point de liaison, voir la figure 6 ;
2. le segment est tangent aux deux courbes, auquel cas les points $P_2^k, P_3^k = P_0^{k+1}$ et P_1^{k+1} sont alignés et la liaison entre les courbes est lisse, voir la figure 7 ;
3. le segment ne coupe pas les courbes, auquel cas l'ensemble délimité est non-convexe et non-lisse au point de liaison, voir la figure 8.

La convexité de P implique la convexité de chaque quadrilatère de contrôle, et donc la convexité de chaque cubique C^k . De plus, la convexité de P implique que l'on ne peut pas se trouver dans la troisième configuration ci-dessus, et donc que l'ensemble B délimité par les courbes est convexe. Inversément, la convexité de B implique la convexité de chaque courbe C^k , de leurs liaisons et donc du polygone P . $\square$

Pour répondre à la question de la convexité du logo du CNRS, il faut donc étudier la convexité de son polygone de contrôle. Ce polygone comporte 33 points. Pour savoir s'il est convexe, j'ai déterminé quels sont les sommets de son enveloppe convexe (le plus petit ensemble convexe contenant le polygone), à l'aide de l'algorithme décrit dans [2] et interfacé dans le logiciel de calcul scientifique Matlab. Il s'avère que seulement 26 points sur 33 génèrent l'enveloppe convexe, voir la figure 9, d'où la conclusion :

Le logo du CNRS n'est pas convexe.

Je m'abstiendrai de tirer une quelconque morale de cette observation, ou d'essayer d'en donner une interprétation sémiologique comme dans [7].

Les 11 quadrilatères de contrôle des courbes de Bézier sont tous convexes, mais 7 points de liaison sont disposés comme sur la figure 8. Cependant, en pratique, les points du logo sont presque alignés, et l'effet de non-convexité est beaucoup plus faible que sur la figure 8. Ainsi, il ne semble pas possible de détecter à l'oeil nu la non-convexité et la nature non-lisse de la courbe, voir la figure 4.

L'expression mathématique exacte de la frontière du logo du CNRS est celle d'une courbe cubique convexe par morceaux, mais globalement non-convexe. En déplaçant légèrement les 7 points de contrôle il est possible d'assurer des liaisons lisses et convexes, tout en préservant l'aspect global du logo. Une autre possibilité consiste à générer une courbe de Bézier convexe de degré 25 en ne gardant que les 26 points de contrôle de l'enveloppe convexe.

Remerciements

Je remercie cordialement Anne-Solweig Gremillet de la Direction de la Communication du CNRS pour m'avoir procuré très rapidement le logotype du CNRS sous format électronique, ainsi que Dominique Daurat du Service de Documentation-Edition du LAAS-CNRS pour son aide avec le format du fichier.

Références

- [1] Adobe Systems Inc. “PostScript language reference”, 3ème édition. Addison-Wesley, 1999.
- [2] C. B. Barber, D. P. Dobkin, H. T. Huhdanpaa “The quickhull algorithm for convex hulls”, ACM Trans. Math. Software, 22(4), pp. 469-483, 1996.
- [3] A. Ben-Tal, A. Nemirovski “Lectures on modern convex optimization”, SIAM, 2001.
- [4] S. P. Boyd, L. Vandenberghe “Convex optimization”, Cambridge University Press, 2005.
- [5] J. B. Hiriart-Urruty “L’optimisation”, Collection “Que sais-je?”, Presses Universitaires de France, 1996.
- [6] M. E. Mortenson “Geometric modeling”, 2ème édition. Wiley, 1997.
- [7] E. Saint-James “Le nouveau logo du CNRS, petite analyse sémiologique”, posté sur le site de l’Association “Sauvons la recherche” le 7 octobre 2008.
- [8] C. Zeitoun “Une nouvelle identité visuelle pour le CNRS”, Le Journal du CNRS, 225, p. 34, octobre 2008.



FIG. 1 – Logotype du CNRS à la forme arrondie.

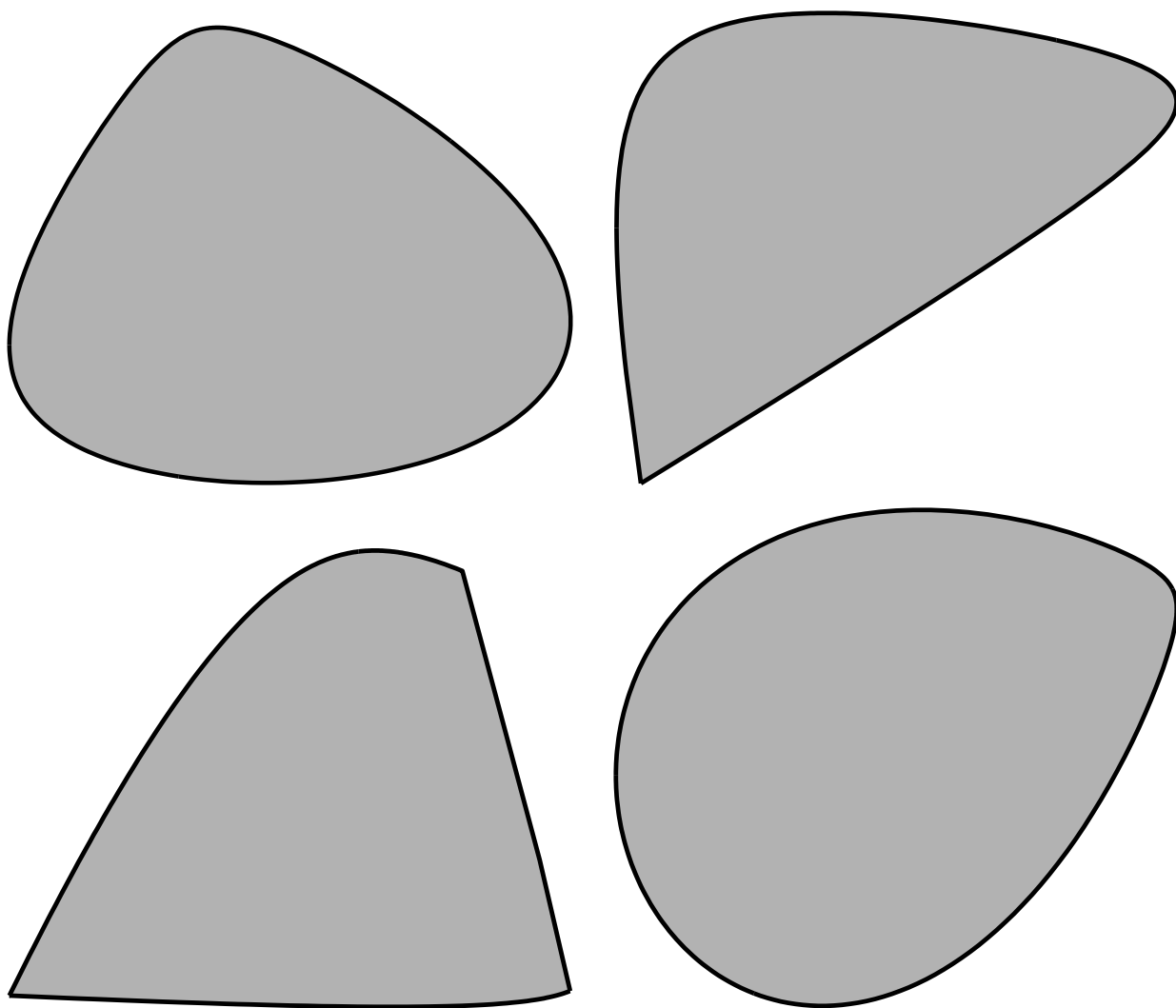


FIG. 2 – Formes géométriques convexes.

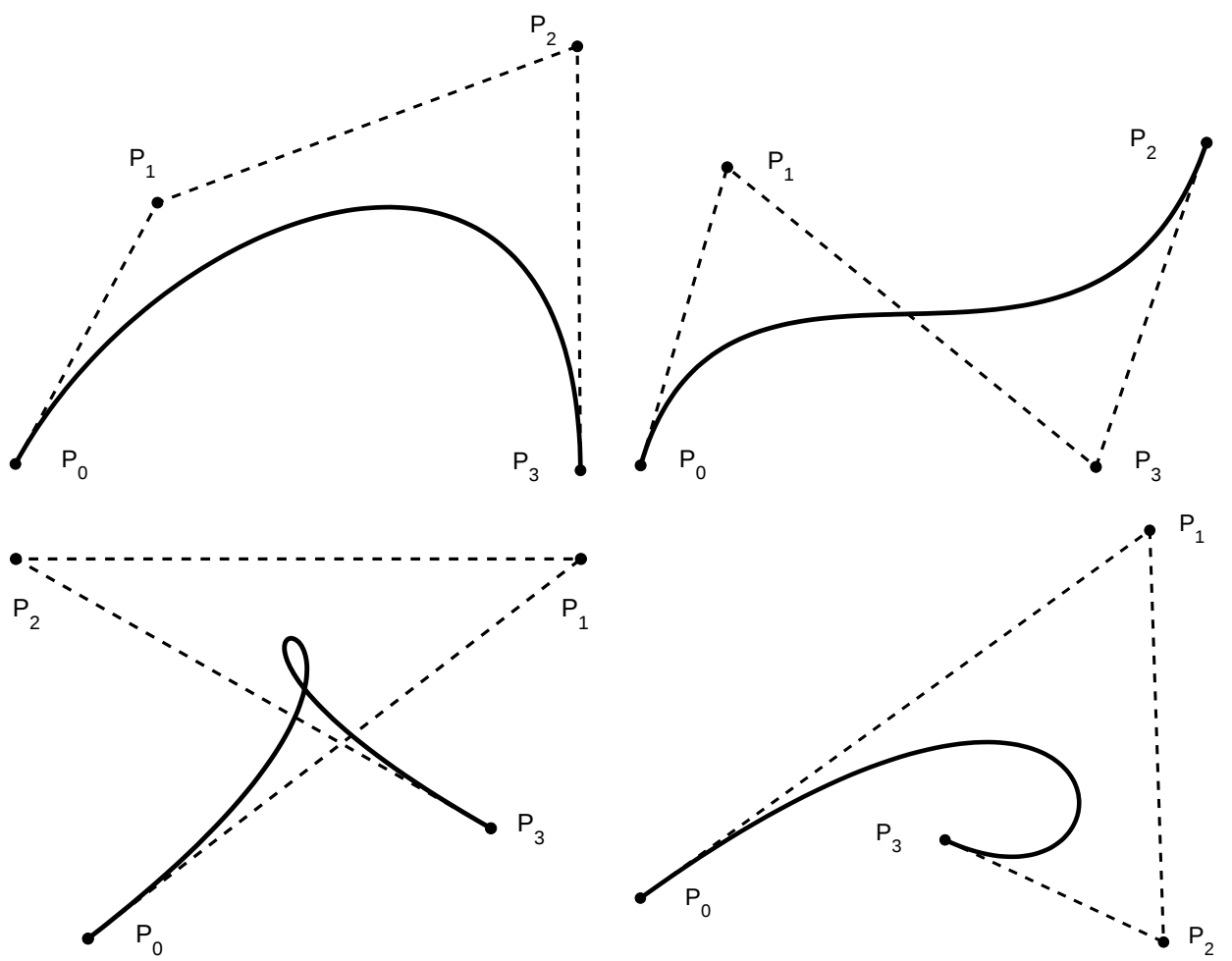


FIG. 3 – Courbes de Bézier cubiques.

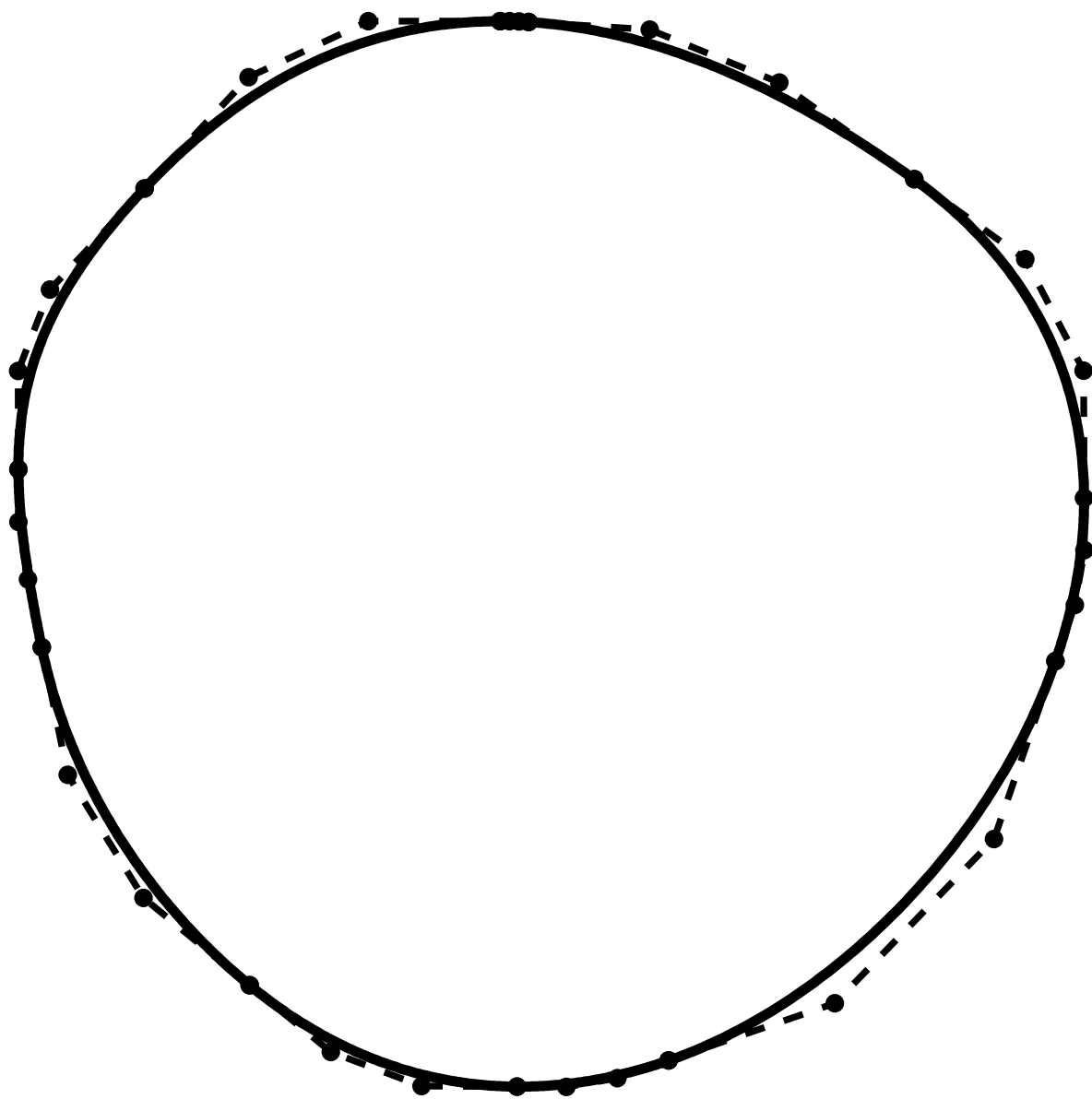


FIG. 4 – Forme du logo constituée de 11 courbes de Bézier cubiques et 33 points de contrôle.

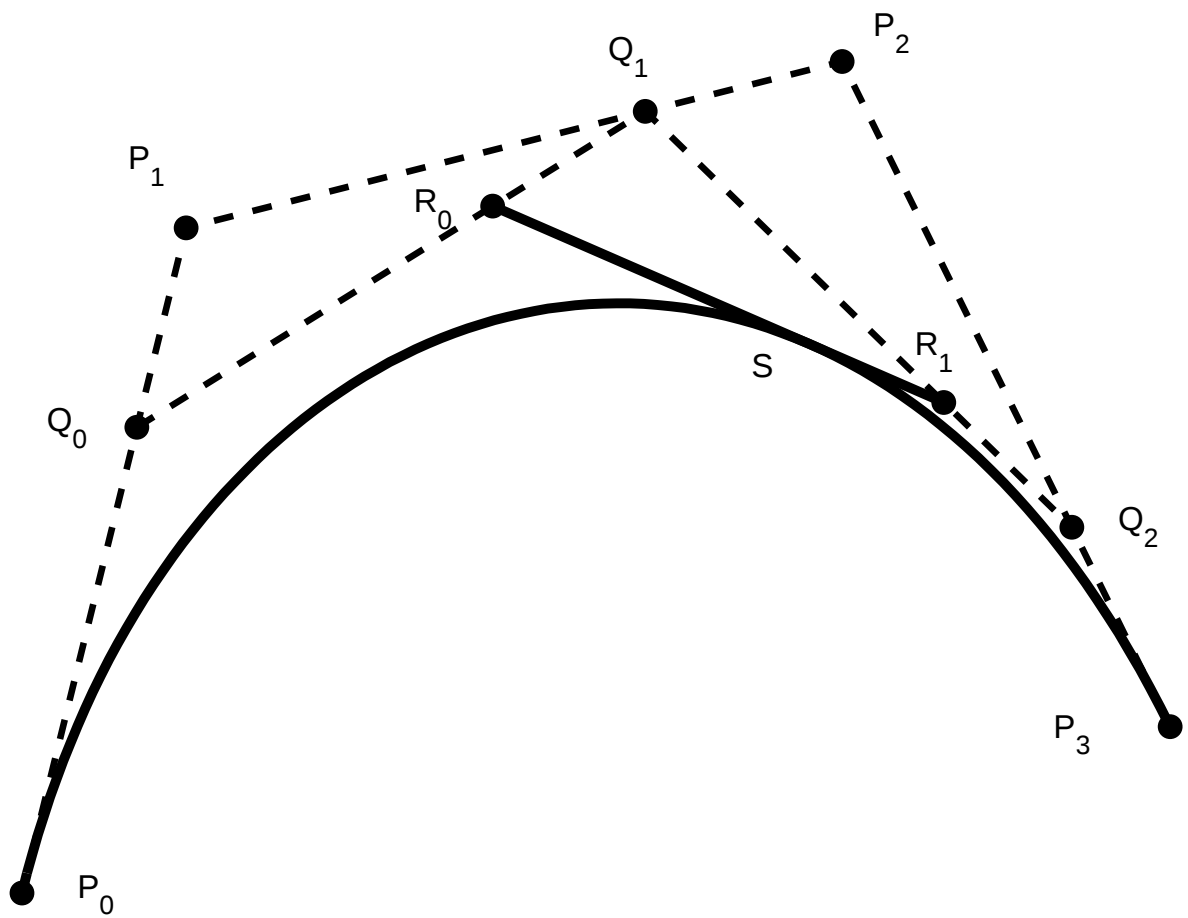


FIG. 5 – Courbe de Bézier convexe et sa tangente (traits pleins) construite par l'algorithme de de Casteljau.

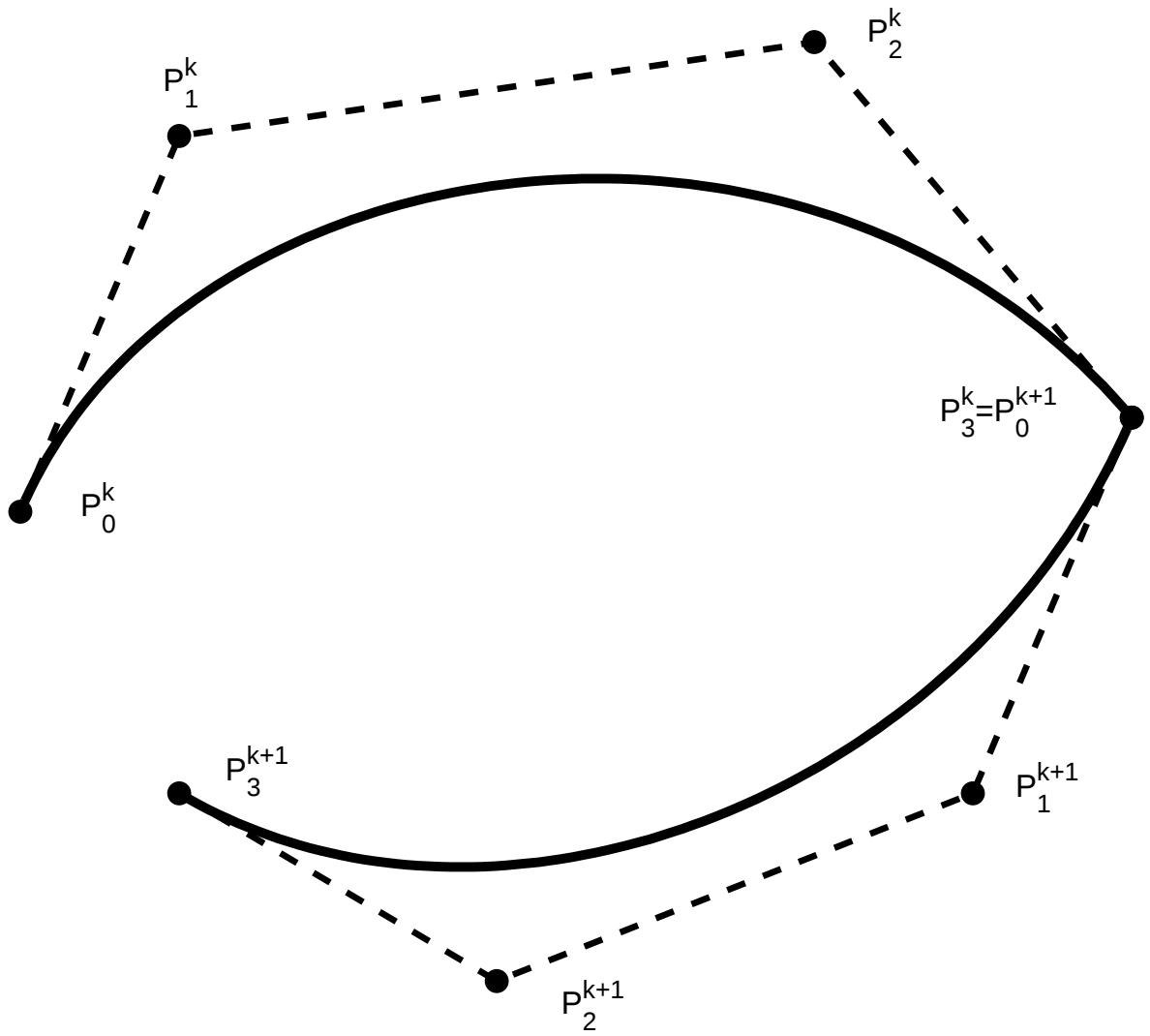


FIG. 6 – Liaison convexe non-lisse.

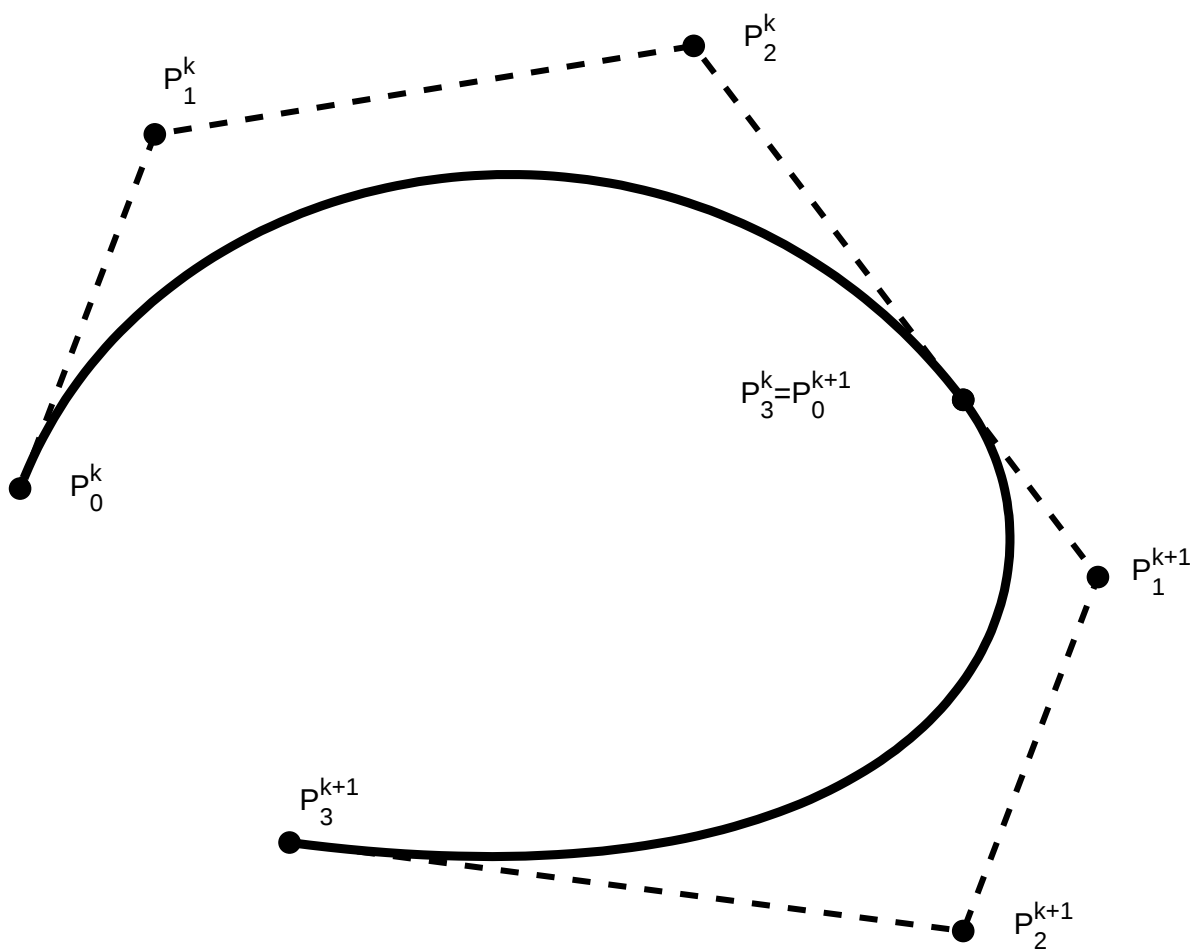


FIG. 7 – Liaison convexe lisse.

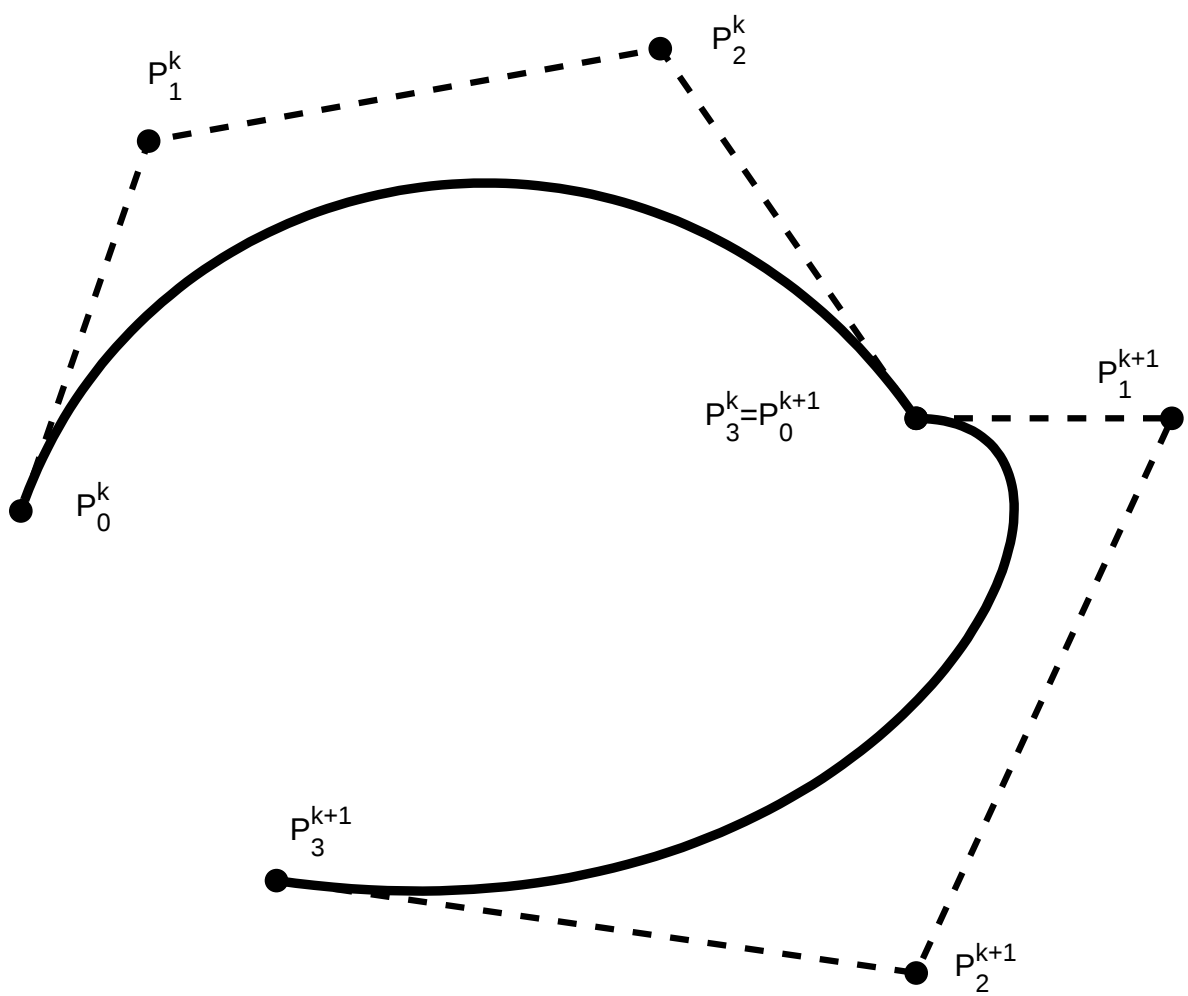


FIG. 8 – Liaison non-convexe non-lisse.

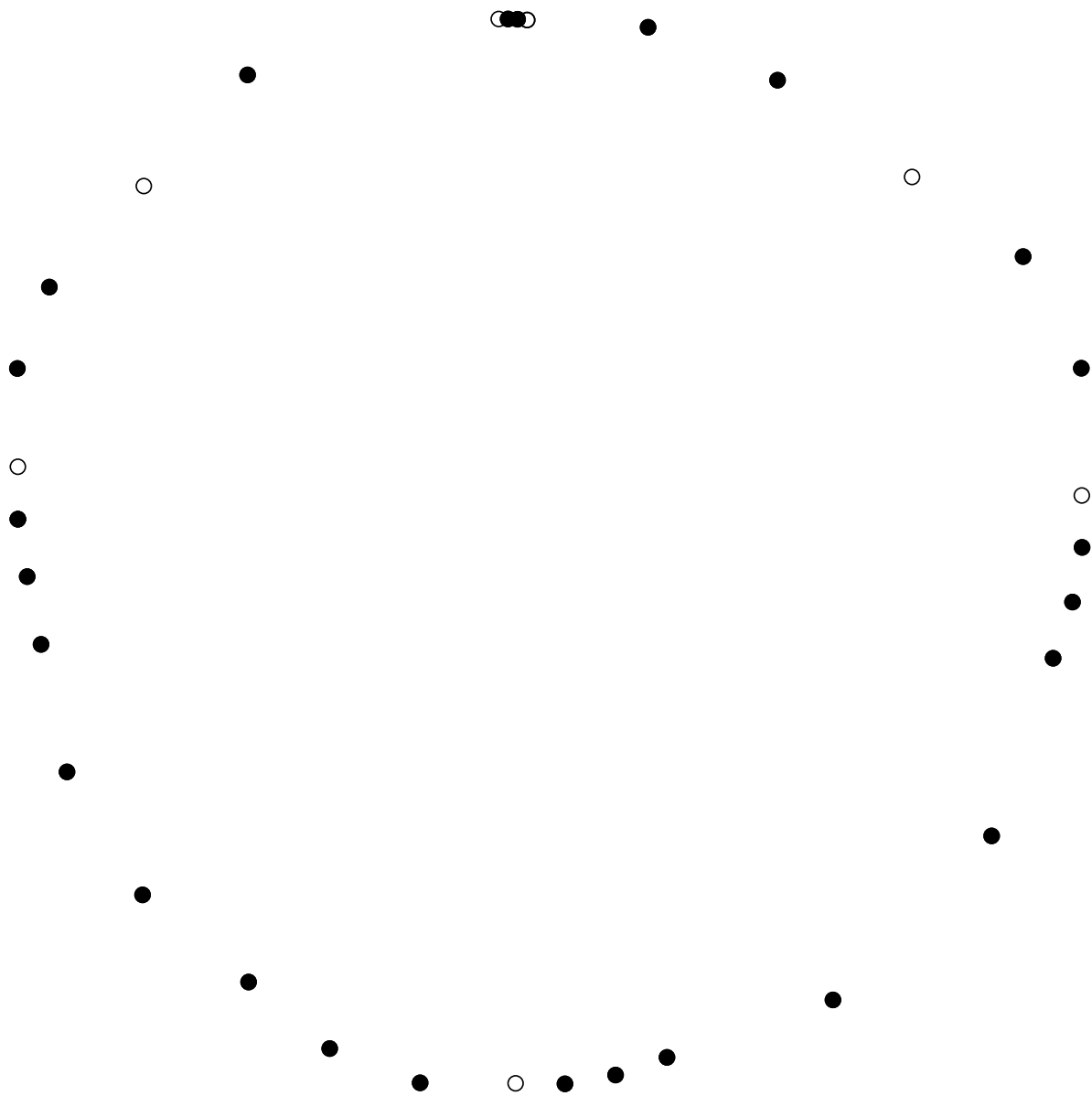


FIG. 9 – Points de contrôle de l'enveloppe convexe (disques noirs) et points de liaison responsables de la non-convexité (disques blancs).