



**HAL**  
open science

**Mise au point d'un nouveau modèle de comportement élasto-viscoplastique. Application au dimensionnement à la fatigue d'un collecteur d'échappement de moteur Diesel en fonte**

Fabien Szmytka, Myriam Bourgeois, T. Mac Lan Nguyen-Tajan, Luc Rémy,  
Alain Köster, Habibou Maitournam

► **To cite this version:**

Fabien Szmytka, Myriam Bourgeois, T. Mac Lan Nguyen-Tajan, Luc Rémy, Alain Köster, et al.. Mise au point d'un nouveau modèle de comportement élasto-viscoplastique. Application au dimensionnement à la fatigue d'un collecteur d'échappement de moteur Diesel en fonte. *Revue de Métallurgie*, 2008, pp.341-346. 10.1051/metal:2008050 . hal-00329593

**HAL Id: hal-00329593**

**<https://hal.science/hal-00329593v1>**

Submitted on 31 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Mise au point d'un nouveau modèle de comportement élasto-viscoplastique Application au dimensionnement à la fatigue d'un collecteur d'échappement de moteur Diesel en fonte.

**Le dimensionnement à la fatigue de structures travaillant à hautes températures fait désormais appel, notamment grâce à l'accroissement des puissances de calculs, à des modèles de comportement élasto-viscoplastiques. Le travail présenté ici porte sur le développement d'un tel modèle avec la volonté d'être représentatif de chargements cycliques anisothermes complexes et de décrire la viscosité sur une très large gamme de sollicitation. Cette nouvelle loi, mise au point pour une fonte à graphite sphéroïdal, est destinée au dimensionnement de structures de l'industrie automobile travaillant à hautes températures. Elle a ainsi été implémentée dans le code Abaqus en se basant sur l'algorithme du retour radial. Des simulations thermomécaniques ont ensuite été réalisées sur des collecteurs d'échappement et ont permis de prédire la tenue dimensionnelle ainsi que les zones à risque d'un point de vue fissuration.**

## ■ INTRODUCTION

La diminution des cylindrées des moteurs Diesel qui vise à réduire la consommation de carburant ainsi que les diverses stratégies de dépollution soumettent des pièces comme la culasse ou le collecteur d'échappement à des cycles thermiques de plus en plus sévères. Ces sollicitations, couplées aux bridages des pièces chaudes, produisent un endommagement de fatigue thermique (apparition de fissures) ainsi que des dérives dimensionnelles. On entend par dérives dimensionnelles, une accumulation de déformations inélastiques dans certaines zones de la structure pouvant mettre fin à sa fonctionnalité. En pratique, pour un collecteur d'échappement, cela consiste en une perte de la planéité de la zone de contact avec la culasse : l'étanchéité n'est alors plus assurée et le risque de fuite de gaz d'échappement est accru.

Le dimensionnement de ces structures métalliques, travaillant à hautes températures et soumis à de forts gradients thermiques, fait de plus en plus fréquemment appel à des modèles de comportement élasto-viscoplastique, dont les plus couramment utilisés sont ceux issus des travaux de Lemaître et Chaboche (1). Ces lois doivent décrire avec précision les déformations et les contraintes qui sont à la base des critères de dimensionnement. Néanmoins, la majorité des modèles macroscopiques ne parvient pas à représenter correctement l'ensemble des phénomènes visqueux sur une large gamme de vitesse de déformation viscoplastique et de température (un collecteur d'échappement travaille entre l'ambiante et 700 °C).

Ainsi, la modélisation du comportement de la fonte à graphite sphéroïdal des collecteurs d'échappement a été jusqu'ici abordée en séparant déformations visqueuses et déformations plastiques et avec la volonté de décrire le plus finement les zones de chargement maximal en température et en contrainte où apparaissent les fissures de fatigue (2).

*Subject of a presentation at the conference on fatigue under thermo-mechanical loading, 26<sup>èmes</sup> Journées de Printemps de la SF2M JP 2007, Paris, May 23-24, 2007.*

\*PSA Peugeot Citroën - Direction de la Recherche et de l'Innovation Automobile, Route de Gisy - 78943 Vélizy-Villacoublay Cedex

\*\*Centre des Matériaux P.M. Fourt (CNRS UMR 7633), École Nationale Supérieure des Mines de Paris - 91003 Évry Cedex

\*\*\*Laboratoire de Mécanique des Solides (CNRS UMR 7649), École Polytechnique - 91128 Palaiseau Cedex



Cependant, une telle loi ne permet pas de connaître avec précision la répartition des déformations inélastiques en tout point de la structure et les dérivées dimensionnelles qu'elles occasionnent sur la structure globale. La mise au point de modèles de comportement prenant mieux en compte l'ensemble des phénomènes visqueux agissant sur les matériaux et permettant, après implémentation numérique, d'aboutir à des calculs de structure prédictifs et d'une durée compatible avec les exigences de bureaux d'étude industriels est donc une étape essentielle du dimensionnement de ces pièces.

Le développement d'une telle loi est ici abordé, d'abord sous l'angle expérimental avec la constitution d'une base de données suffisamment riche pour mieux appréhender le comportement visqueux de la fonte, puis avec l'écriture des équations du modèle et l'identification de ses paramètres. Enfin, après l'écriture d'un schéma d'intégration numérique robuste, des calculs éléments finis sont réalisés afin de valider l'ensemble du processus de dimensionnement.

## ■ BASE DE DONNEES EXPERIMENTALES

La constitution d'une base de données expérimentales est une étape essentielle de la caractérisation du matériau : elle permet notamment de mettre au point une loi de comportement et d'en identifier les paramètres. Ceci est d'autant plus vrai pour des matériaux constitutifs de structures travaillant à des températures où la viscoplasticité est prédominante. Les

collecteurs d'échappement de moteur Diesel sont couramment coulés en fonte à graphite sphéroïdal. Afin de caractériser au mieux le comportement de la fonte SiMo (pour Silicium et Molybdène, deux éléments d'alliage prépondérants), nous avons ainsi réalisé des essais d'écroissage cycliques (fig. 1). Ces essais, réalisés dans des conditions isothermes, consistent, pour un niveau de déformation positif donné, en une compression jusqu'à  $-\varepsilon_1$  suivie d'une traction jusqu'à  $\varepsilon_1$  et d'une phase de relaxation avant un retour à déformation nulle.

La relaxation se révèle très riche d'enseignement car elle permet de solliciter le matériau sur une très large gamme de vitesse de déformation inélastique (de  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $10^{-9} \text{ s}^{-1}$ ) et alors d'observer toute la variété du comportement visqueux de la fonte (fig. 2).

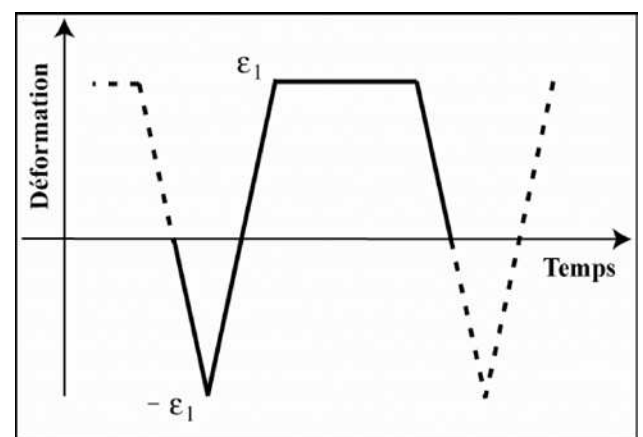


Fig. 1 - Principe d'un essai d'écroissage cyclique.

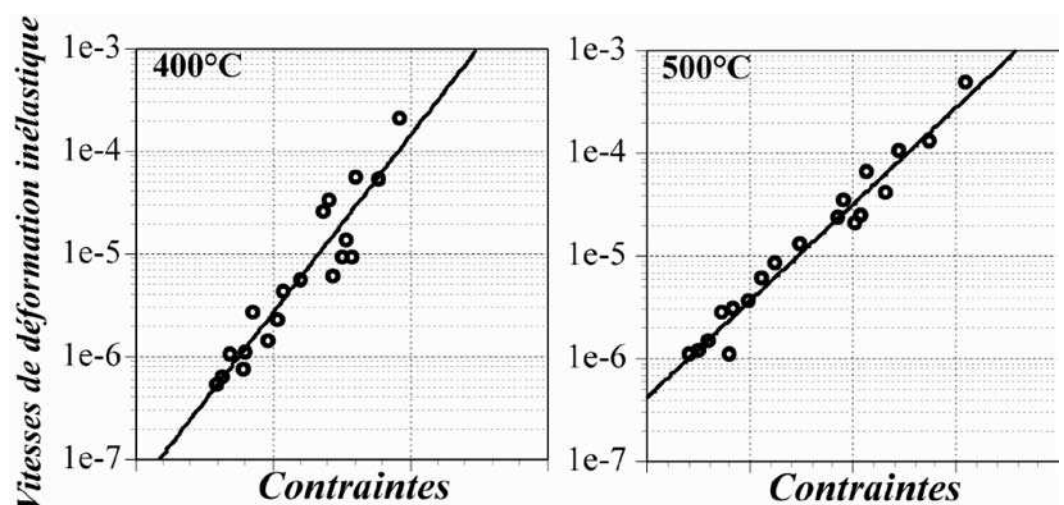


Fig. 2 - Évolution de la contrainte en fonction de la vitesse de déformation inélastique, phase de relaxation des essais d'écroissage cyclique.

Ces essais, réalisés à différentes températures, sont pilotés en déformation à fréquence constante. Ainsi, pour une température donnée, chacune des phases a une durée fixe quel que soit  $\varepsilon_1$ .

On sollicite alors l'éprouvette d'abord pour des valeurs de  $\varepsilon_1$  faibles, de l'ordre de 0,1%, et une fois la boucle contraintes déformations stabilisée, on augmente cette valeur. Un essai complet se compose d'environ 8 à 10 paliers.

Nous obtenons alors une base de données enrichie avec des essais qui permettent de mieux comprendre les phénomènes visqueux au sein de la fonte.

## ■ UN NOUVEAU POTENTIEL VISCOPLASTIQUE

Les modèles de référence pour le calcul de structure en fonte comme les collecteurs d'échappement sont les lois de type Chaboche (3), considérant une unique déformation viscoplastique, et celles dites "bicouche" (2), différenciant déformations plastiques et visqueuses.

Toutes deux considèrent que le matériau obéit à un critère de von Mises et incluent deux variables internes  $\underline{X}$  et  $R$  afin de décrire les écrouissages cinématique et isotrope.

Dans les deux cas, c'est un potentiel visqueux de type Norton qui est utilisé pour décrire la viscosité de la fonte.

Nous avons fait le choix de nous placer dans le cadre de la viscoplasticité unifiée. En conservant les principes de bases des lois de référence, nous avons recours à un écrouissage cinématique non linéaire selon le modèle d'Armstrong-Frederik (4) :

$$\underline{X} = \frac{2C}{3} \underline{\alpha} \quad [1]$$

$$\underline{\dot{\alpha}} = \underline{\dot{\alpha}}^{vp} - \frac{3D\underline{\dot{X}}}{2C} \underline{X} \quad [2]$$

avec  $C$  et  $D$ , 2 paramètres à identifier,  $\underline{\alpha}$ , la variable associée à  $\underline{X}$  et  $\underline{\dot{X}}$  le multiplicateur viscoplastique. La variable d'écrouissage isotrope est prise constante et égale à  $R_0$ .

L'évolution expérimentale de la contrainte en fonction de la vitesse de déformation inélastique lors de

relaxations ainsi que la présence d'une forte viscosité pour les températures supérieures à 400 °C ne nous permettent pas d'avoir recours à un potentiel de type Norton, trop limité.

L'écriture d'un modèle plus physique nécessiterait le recours à une approche multi échelle utilisant la plasticité cristalline ou la théorie des dislocations.

Introduire une telle complexité dans un modèle de comportement est incompatible avec son utilisation à plus ou moins court terme dans des bureaux d'études.

Nous faisons donc le choix d'un modèle macroscopique introduisant un nouveau potentiel visqueux construit à partir de mécanismes de déformation à l'échelle microscopique :

$$\underline{\dot{\gamma}} = \left[ \underline{\dot{\gamma}}_0 \left( 1 + \left( \frac{J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R}{H} \right)^2 \right) \sinh \left( \frac{J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R}{K} \right) \right] \quad [3]$$

avec  $\underline{\dot{\gamma}}_0$ ,  $H$  et  $K$ , trois nouveaux paramètres à identifier. Ce potentiel s'écrit comme la combinaison d'un terme polynomial en  $\underline{\sigma}$ , lié à la viscoplasticité à basses températures et d'un terme en sinus hyperbolique, déjà utilisé avec succès pour décrire le fluage de superalliages (5, 6).

L'écriture d'un pseudo potentiel de dissipation positif  $\varphi$ , convexe et nul en l'origine selon :

$$f = J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R$$

et qui s'écrit sous la forme :

$$\varphi = K\underline{\dot{\gamma}} \left[ \left( 1 + \frac{2K^2 + f^2}{H^2} \right) \cosh \left( \frac{f}{K} \right) - \left( 1 + \frac{2K^2}{H^2} \right) - \frac{2K^2 \langle f \rangle}{H^2} \sinh \left( \frac{f}{K} \right) \right] \quad [4]$$

garantit le caractère standard généralisé (7) de ce modèle de comportement et donc son admissibilité thermodynamique.

Un algorithme de type Levenberg-Marquardt est utilisé pour identifier et optimiser les paramètres du modèle pour chacune des températures où nous disposons d'essais afin d'obtenir la meilleure corrélation possible entre simulations et expériences.

Sur toute la gamme de températures testées (de l'ambiante à 700°C), nous obtenons une bonne concordance particulièrement pour les phases de relaxation (fig. 3).

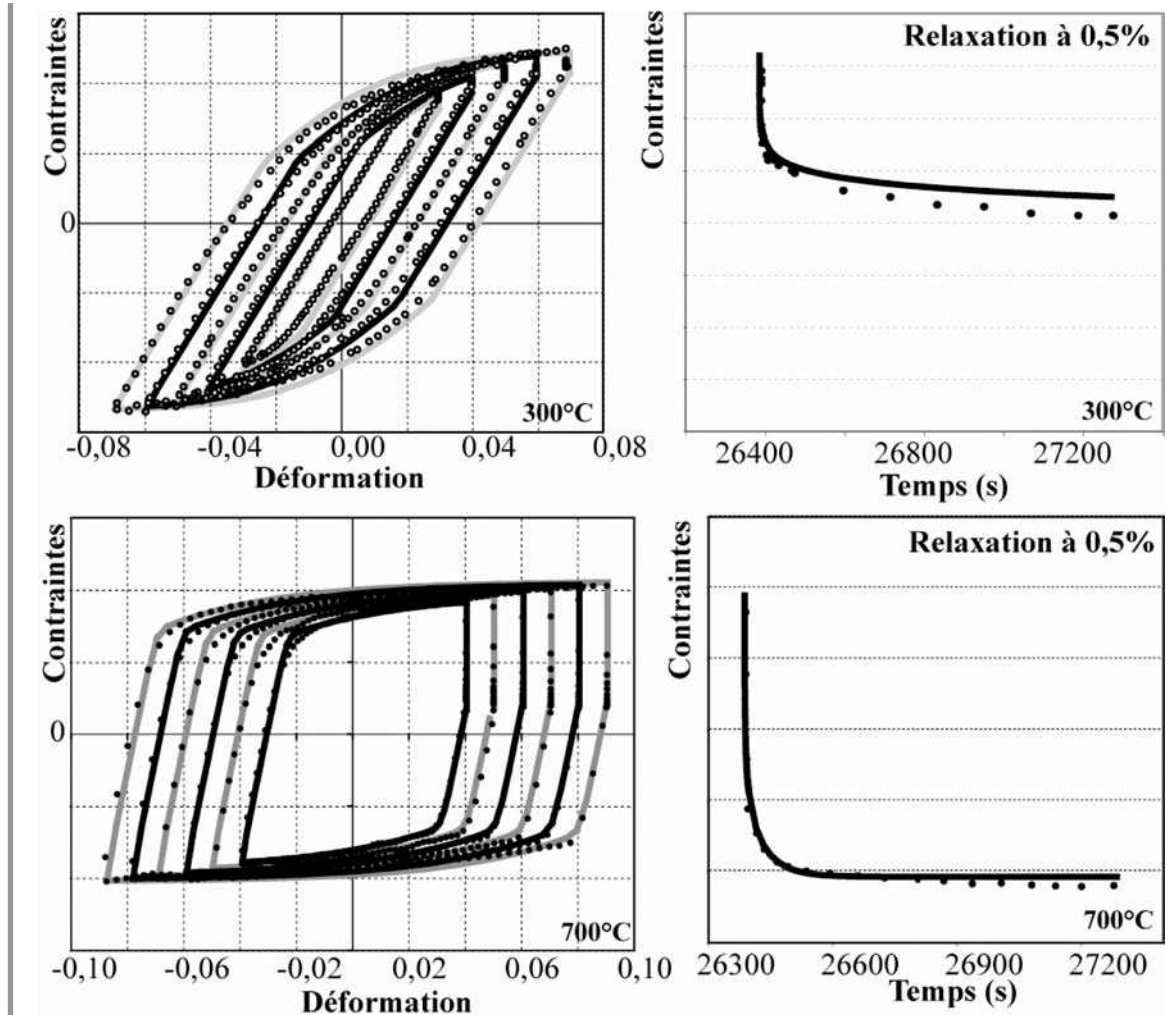


Fig. 3 - Écrouissage cyclique à 300 °C et 700 °C; les traits pleins représentent la simulation.

### ■ INTEGRATION NUMERIQUE

Nous utilisons alors un schéma implicite utilisant la technique du retour radial (8, 9). Après discrétisation des variables du problème, deux étapes présentent certaines difficultés. Il nous faut tout d'abord définir l'incrément du multiplicateur viscoplastique noté  $\Delta\gamma$ . La règle de normalité s'exprime à l'instant  $t_{n+1}$  selon :

$$\Delta \underline{\underline{\epsilon}}^{vp} = \Delta \gamma \frac{\underline{\underline{A}}_{n+1}}{\|\underline{\underline{A}}_{n+1}\|} = \Delta \gamma \underline{\underline{n}} \quad [5]$$

avec  $\underline{\underline{A}}_{n+1} = \sqrt{\underline{\underline{A}}_{n+1} : \underline{\underline{A}}_{n+1}}$ .

Toutes les valeurs relatives à l'instant  $t_n$ , connu, sont indicées par  $n$  et respectivement toutes celles relatives à

l'instant  $t_{n+1}$ , que nous souhaitons calculer, par  $n+1$ . Un incrément entre ces deux instants est référencé par un  $\Delta$ .

Ainsi, sachant que  $\underline{\underline{A}}_{n+1} = dev(\underline{\underline{\sigma}}_n) - \underline{\underline{X}}_n$  et en écrivant les incréments de contrainte et des variables d'écrouissage, on obtient :

$$\|\underline{\underline{A}}_{n+1}\| = \|\underline{\underline{B}}_n\| - (2\mu_{n+1} + 2\Delta\mu)\Delta\gamma - \frac{2(\Delta C + C_{n+1})\Delta\gamma}{3\left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}}D_{n+1}\Delta\gamma\right)} \quad [6]$$

avec  $\|\underline{\underline{B}}_n\|$ , une fonction entièrement déterminée par la connaissance de l'ensemble des variables au temps  $t_n$ ;  $\mu$  et  $\lambda$ , les coefficients de Lamé.

En combinant les équations [1] et [2], nous obtenons une formulation implicite en  $\Delta\gamma$  qui est résolue grâce



à un schéma itératif de Newton-Raphson d'ordre 1 et pouvons ainsi notamment expliciter  $\Delta \underline{\underline{\epsilon}}^p$ .

Le second point délicat réside dans le calcul de l'opérateur tangent cohérent qui détermine les variations de  $\Delta \underline{\underline{\sigma}}$  en fonction de celles de  $\Delta \underline{\underline{\epsilon}}$ . Cette étape se résume à expliciter la dérivée de  $\Delta \gamma$  par rapport à  $\Delta \underline{\underline{\epsilon}}$ . Pour y parvenir, on considère  $\Delta \gamma$  et  $\underline{A}_{n+1}$  comme des fonctions à plusieurs variables à savoir  $\Delta \gamma = \eta_1(\|A_{n+1}\|, R_{n+1})$  et  $\|A_{n+1}\| = \eta_2(\Delta \gamma, \Delta \underline{\underline{\epsilon}})$ .

De cette façon, en écrivant leur différentielle, nous pouvons obtenir :

$$d\Delta \gamma = \frac{\left. \frac{\partial \eta_1(\|A_{n+1}\|, R_{n+1})}{\partial \|A_{n+1}\|} \right|_{R_{n+1}} \left. \frac{\partial \eta_2(\Delta \gamma, \Delta \underline{\underline{\epsilon}})}{\partial \Delta \underline{\underline{\epsilon}}} \right|_{\Delta \gamma}}{1 - \left. \frac{\partial \eta_1(\|A_{n+1}\|, R_{n+1})}{\partial \|A_{n+1}\|} \right|_{R_{n+1}} \left. \frac{\partial \eta_2(\Delta \gamma, \Delta \underline{\underline{\epsilon}})}{\partial \Delta \gamma} \right|_{\Delta \underline{\underline{\epsilon}}} - \left. \frac{\partial \eta_1(\|A_{n+1}\|, R_{n+1})}{\partial R_{n+1}} \right|_{\|A_{n+1}\|} \frac{\partial R_{n+1}}{\partial \Delta \gamma}} [7]$$

L'équation [7] s'explique facilement. Ainsi, nous parvenons à écrire simplement l'opérateur tangent cohérent et à compléter le développement d'une sous-routine matériau Umat dans Abaqus. Ceci nous permet d'intégrer la nouvelle loi de comportement dans des calculs éléments finis.

## ■ APPLICATION NUMERIQUE

Un calcul thermomécanique (10) est réalisé pour plusieurs cycles de sollicitations (de 5 à 20) suivis d'un retour à température ambiante. Ce dernier consiste d'abord en un calcul thermique représentatif d'un essai collecteur sur banc moteur et recalé au plus juste sur des mesures de thermométrie (fig. 4).

La cartographie thermique du collecteur d'échappement est ainsi obtenue en fonction du temps. Augmentée de différentes conditions de bridage elle est ensuite utilisée comme donnée d'entrée d'un calcul mécanique (fig. 5).

Les simulations numériques sont effectuées dans des temps de calcul comparables à ceux obtenus avec les lois de référence. Elles donnent des résultats semblables en terme de tenue à la fissuration mais nous obtenons une meilleure corrélation expérimentale pour la déformée globale après retour à l'ambiante.

L'amplitude des déplacements relatifs du collecteur par rapport à la culasse est ainsi plus marquée, ce qui concorde avec les observations sur banc moteur.

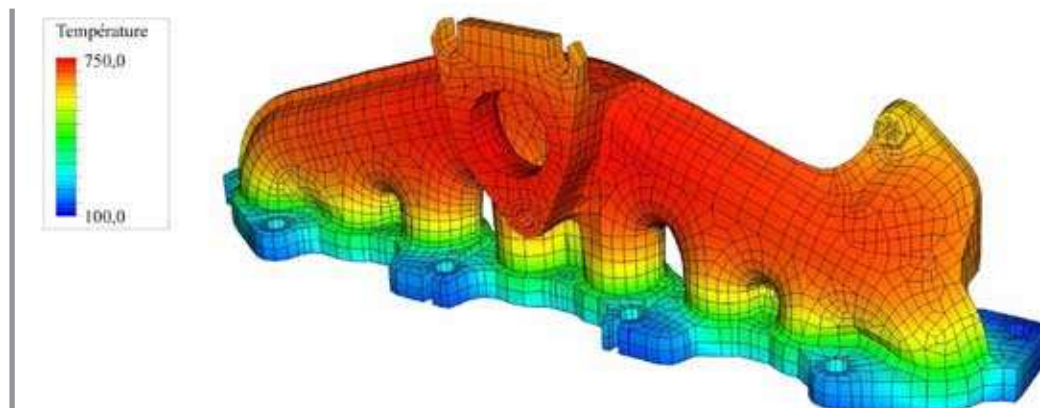


Fig. 4 - Cartographie thermique du collecteur à pleine charge moteur.

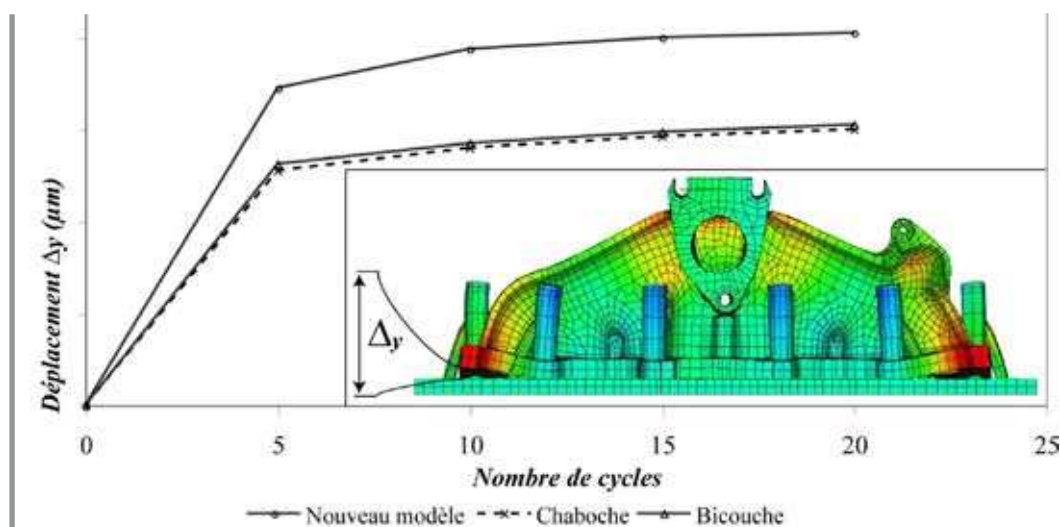


Fig. 5 - Évaluation de l'amplitude de déplacement résiduel après retour à l'ambiante pour trois lois de comportements.

## ■ CONCLUSIONS

Une nouvelle loi de comportement élasto-viscoplastique a été développée à partir d'une base d'essai enrichie. Un potentiel visqueux innovant lui permet ainsi de décrire des phénomènes visqueux sur une large gamme de sollicitation. Intégrée numériquement à Abaqus, elle permet la réalisation de calculs de collecteur d'échappement, plus prédictifs que les modèles de référence.

## REFERENCES

(J.) Lemaître et (J.-L.) Chaboche - *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, 2<sup>nd</sup>e édition, 1996.

(E.) Charkaluk - *Dimensionnement des structures à la fatigue thermomécanique*, thèse de doctorat, École Polytechnique, 1999.

(P.) Bastid - *Comportement thermomécanique de fontes à graphite sphéroïdal pour collecteurs d'échappement*, thèse de doctorat, École des Mines de Paris, 1995.

(P.) Armstrong, (C.) Frederick - *A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect*, technical report, Berkeley Nuclear Laboratories, 1966.

(B.-F.) Dyson, (M.) McLean - *Microstructural evolution and its effects on the creep performance of high temperature alloys*, *Microstructural stability of creep resistant alloys for high temperature plant applications*, editor A. Strang, J. Cawley et G.-W. Greenwood, p. 371-392, Institute of Materials, London. 1998.

(L.) Remy - *Thermal-mechanical fatigue*, *comprehensive structural integrity*, vol. 5, 113-200, Elsevier, 2003.

(Q.-S.) Nguyen, (B.) Halphen - *Sur les matériaux standards généralisés*, **Journal de mécanique**, 14(1), 39-63, 1975.

(Q.-S.) Nguyen - *On the elastic plastic initial-value problem an its numerical integration*, **Int. J. for Numerical Method in Engineering**, 11, 817-832, 1977.

(J.) Simo, (R.) Taylor - *Consistent tangent operator for rate-independent elastoplasticity*, **Computer methods in applied mechanics and engineering**, 48,101-118, 1985.

(G.) Lederer, (E.) Charkaluk, (L.) Verger, A. Constantinescu - *Numerical lifetime assessment of engine part submitted to thermomechanical fatigue*, Document technique SAE, 2000.