



HAL
open science

Structure 3D d'un écoulement de cavité ouverte de forme variable

Thierry Faure, Audrey Defrasne, François Lusseyran, Luc R. Pastur, Yann Fraigneau

► **To cite this version:**

Thierry Faure, Audrey Defrasne, François Lusseyran, Luc R. Pastur, Yann Fraigneau. Structure 3D d'un écoulement de cavité ouverte de forme variable. 11ème Congrès Francophone de Techniques Laser, Sep 2008, Futuroscope, France. pp. 433-440. hal-00327103

HAL Id: hal-00327103

<https://hal.science/hal-00327103v1>

Submitted on 7 Oct 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Structure 3D d'un écoulement de cavité ouverte de forme variable

Thierry M. FAURE^{*,**}, Audrey DEFRASNE^{*,†}, François LUSSEYRAN^{*}, Luc PASTUR^{*,†}, Yann FRAIGNEAU^{*}

^{*}Laboratoire d'Informatique pour la Mécanique et les Sciences de l'Ingénieur, LIMSI-CNRS, B.P. 133, 91403 Orsay Cedex, France

^{**}Université Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France

[†]Université Paris-Sud, 91405 Orsay Cedex, France

Email auteur correspondant : thierry.faure@limsi.fr

L'interaction d'une couche limite laminaire avec une cavité ouverte est étudiée expérimentalement. La géométrie de la cavité, à travers sa hauteur et sa longueur, est variable. L'étude est réalisée par visualisation de l'écoulement par injection de fumée et par PIV dans différents plans d'observation. Le traitement PIV, avec un algorithme de flot optique par programmation dynamique orthogonale, permet de résoudre à la fois l'écoulement extérieur et l'écoulement intérieur à la cavité, où les plus grandes vitesses sont dix fois plus faibles. Une simulation numérique directe (DNS) instationnaire de l'écoulement est également réalisée sur cette configuration.

1 Introduction

Les écoulements de cavité se rencontrent dans de nombreuses configurations industrielles qui présentent des discontinuités d'une structure mécanique. Cette étude concerne l'écoulement qui se développe dans une cavité parallélépipédique de forme et de dimensions variables, configuration dont l'analyse bibliographique en écoulement compressible et incompressible est disponible [1]. Cet écoulement est créé par l'interaction entre une couche limite laminaire et la cavité, qui engendre des oscillations auto-entretenues. Le nombre de Reynolds, construit sur la vitesse d'écoulement extérieur U_e et la longueur de la cavité, est compris entre 860 et 32 300 et le nombre de Mach est inférieur à 0,01. L'objectif est d'étudier la morphologie 3D lorsque varient le nombre de Reynolds et la géométrie de la cavité. Des visualisations et des mesures PIV sont effectuées dans différents plans laser, afin de décrire les structures dynamiques de l'écoulement. L'existence d'instabilités centrifuges du type de Görtler [2,3] donnant naissance à des tourbillons appariés, sont mises en évidence pour certains paramètres. Leur présence est également confirmée par une simulation numérique directe instationnaire de l'écoulement. Les seuils et les caractéristiques de ces tourbillons sont déterminés à partir des données expérimentales.

2 Dispositif expérimental

L'écoulement est créé par un ventilateur centrifuge placé en amont d'une chambre de tranquillisation (Figure 1-a). L'injection des particules d'ensemencement est réalisée en entrée du ventilateur. Un conduit axial se terminant par un nid d'abeille et un convergent précède la section d'essais comprenant une plaque plane avec un bord d'attaque elliptique, pour le développement d'une couche limite laminaire établie en amont de la cavité. La longueur de la plaque est $A = 300$ mm. Afin de réduire les réflexions lumineuses des parois, la section d'essais est entièrement réalisée en verre antireflet de 2 mm d'épaisseur. La hauteur de la cavité varie entre $H = 25$ mm et $H = 150$ mm. Son envergure $S = 300$ mm est fixée par les parois latérales de la soufflerie (Figure 1-b). En plus du nombre de Reynolds, on définit deux autres nombres sans dimension à savoir le rapport d'envergure $F = S / H$ (envergure sur hauteur), compris entre 2 et 12 dans l'étude, et le rapport de forme de la cavité $R = L / H$ (longueur sur hauteur), compris entre 0,25 et 2,5. Ce second rapport peut être changé continûment en déplaçant les parties en verre qui constituent la paroi aval de la cavité et la plaque aval, de longueur $B = 370$ mm. À la sortie de la soufflerie, l'écoulement est évacué dans la salle d'expérience. Le nombre de Reynolds, déterminé avec la longueur de la cavité L et la vitesse extérieure à la couche limite amont U_e , varie entre 860 et 32 300, ce qui correspond à des vitesses extérieures entre 0,57 et 3,68 m·s⁻¹. Cette vitesse extérieure est mesurée par vélocimétrie laser Doppler, 102 mm en amont de la cavité et 25,5 mm au-dessus de la plaque amont. Ce point de mesure est dans l'écoulement extérieur suffisamment

en amont de la cavité pour éviter toute perturbation due au développement de l'instabilité au-dessus de la cavité. L'origine du système de coordonnées est placée au bord amont de la cavité à mi-envergure, l'axe des abscisses x est la direction de l'écoulement, l'axe des ordonnées y est normal à la paroi amont et l'axe z est porté par l'envergure de la cavité. On a vérifié que la paroi supérieure de la section d'essais, située à $D = 75$ mm au-dessus de la cavité, n'a pas d'influence sur le développement de la couche de cisaillement ni sur l'écoulement. L'épaisseur de la couche limite qui se développe sur cette paroi est inférieure à 10 mm et n'a pas d'influence sur l'écoulement extérieur le long des directions longitudinales et transversales. Il a été montré pour des marches descendantes que l'influence d'une paroi supérieure influence l'écoulement à partir de 10 hauteurs de cavité en aval de la marche. La présente cavité n'est pas une cavité peu profonde ($L/H > 5$), où la couche de cisaillement se rattache au fond de la cavité. Dans cette étude, l'apparition et la propagation de tourbillons à grande échelle semblent être relativement peu affectées par les effets de confinement. Cela est d'autant plus vrai que le rapport de forme maximum est de 2,5.

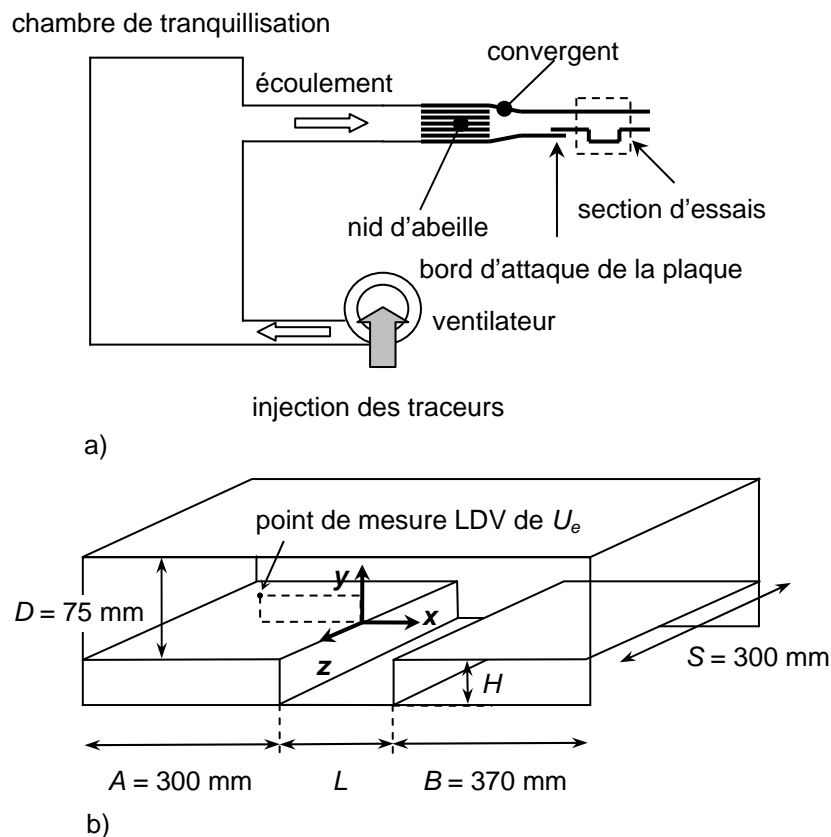


Figure 1 : Dispositif expérimental : a) soufflerie, b) dimensions de la section d'essais et système de coordonnées.

3 Visualisations de l'écoulement

Dans la suite, les termes "amont" et "aval" font référence à la direction de l'écoulement extérieur. L'injection de traceurs pour la visualisation est effectuée avec un générateur de fumée de spectacle à faible densité. Ainsi, ne sont pas visualisées des lignes de courant mais des lignes d'émission de l'écoulement à l'intérieur de la cavité. Cependant, ces lignes permettent de comprendre la dynamique des structures qui sont présentes dans la cavité. La source lumineuse est un laser 5 W argon ion qui émet dans le bleu (488 nm). Ce faisceau passe à travers une lentille cylindrique pour donner une nappe lumineuse de 0,25 mm d'épaisseur maximum. Les séquences de photogrammes sont enregistrées par une caméra 10 bits de résolution 1032×778 pixels à une fréquence de 20 Hz. La reproductibilité des visualisations a été testée par l'enregistrement de différentes séquences avec différents essais de la soufflerie et en testant différentes densités d'injection de fumée. L'écoulement extérieur est établi et uniformément ensemencé en fumée

lorsque la séquence de photographies est enregistrée. Cependant, si le temps d'observation est trop long, une saturation en fumée de la cavité apparaît et il n'est plus possible d'identifier de structure dynamique de l'écoulement. Les mesures PIV sont effectuées avec un laser YAG pulsé qui émet à 532 nm une nappe lumineuse de 0,25 mm d'épaisseur maximum. La caméra utilisée pour l'enregistrement des images est la même que pour les visualisations. Les champs de vitesse sont déterminés avec une technique qui utilise un algorithme de flot optique par programmation dynamique orthogonale, fournissant des champs à haute résolution (1 vecteur par pixel) particulièrement adaptés pour les zones de fort gradient de vitesse comme les couches de cisaillement. La résolution en vitesse est de $1/32^e$ de pixel soit une précision relative en vitesse de 0,15 % [4]. Dans ce qui suit, les résultats sont présentés pour deux plans d'observation : un plan (x,y) , pour appréhender la morphologie de l'écoulement principal, et un plan (x,z) , pour décrire les instabilités secondaires qui se superposent à cet écoulement (Figure 2). Dans chaque cas, la caméra a une vue complète de la cavité, selon sa longueur ou son envergure. Dans le premier cas, le plan (x,y) est placé à mi-envergure de la cavité. Dans le second cas, le plan (x,z) est placé à une position verticale relative $y^* = y/H = -0,3$.

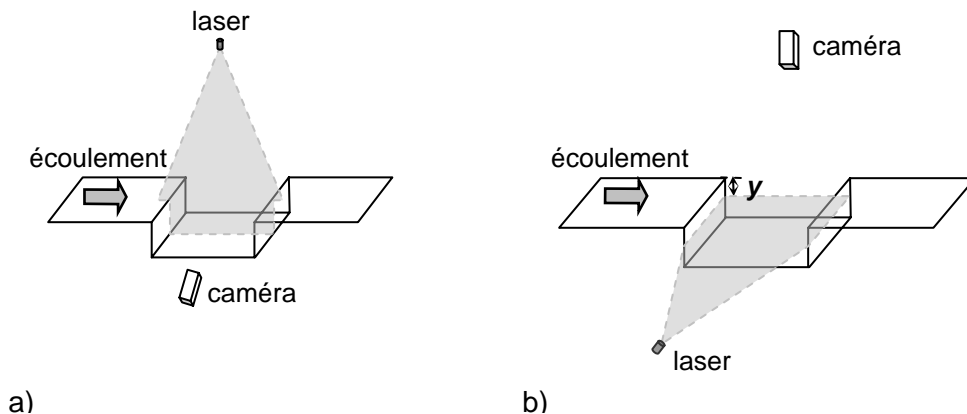


Figure 2 : Visualisations dans a) un plan (x,y) ou b) un plan (x,z) à l'intérieur de la cavité.

4 Morphologie de l'écoulement

Le gradient de vitesse produit par l'interaction entre l'écoulement extérieur et la cavité crée une couche de cisaillement marquée par les oscillations d'une onde. Pour la gamme de nombre de Reynolds étudiée ici, les perturbations ne prennent, en général, pas naissance au bord amont de la cavité [5]. De plus il n'y a pas d'émission de tourbillons à partir de ce bord, contrairement à ce qui est observé pour des nombres de Reynolds plus élevés, par exemple en écoulement compressible [6]. En fonction du rapport de forme R et pour un rapport d'envergure $F=6$, différentes morphologies d'écoulement sont observées à l'intérieur de la cavité, avec un ou plusieurs tourbillons d'axe transverse. Pour $R=2$ l'écoulement présente un tourbillon principal instationnaire, localisé dans la partie aval de la cavité, qui s'étend d'environ $2L/3$ à L (Figure 3). Un tourbillon secondaire contrarotatif est irrégulièrement présent dans la partie amont de la cavité. Pour $R=1,5$, la morphologie de l'écoulement est semblable, avec une longueur plus faible du tourbillon principal et du tourbillon secondaire, ce dernier étant limité à la partie inférieure de la cavité. Pour $R=1$ il ne reste plus qu'un seul tourbillon avec deux petits tourbillons de coin contrarotatifs. Pour $R=0,5$, le tourbillon voit son extension verticale limitée à $H/2$ tandis qu'un tourbillon secondaire contrarotatif de très faible vitesse est présent au fond de la cavité. Cette morphologie est confirmée par les lignes de courant du champ de vitesse (Figure 3). Pour ces mesures PIV, il a fallu procéder à un choix judicieux des paramètres afin de permettre une description précise, à la fois de l'écoulement extérieur et de l'écoulement de cavité, puisque les plus grandes vitesses dans la cavité représentent $1/20^e$ de la vitesse extérieure U_e . Il faut remarquer que le rapport de forme est le seul paramètre de contrôle et que le nombre de Reynolds n'a aucune influence sur la morphologie des tourbillons d'axe transverse, et ne joue un rôle que sur leur stabilité. La nature tridimensionnelle de l'écoulement de la cavité a été identifiée dans de précédentes études [1,2,3,7,8]. Le confinement selon l'envergure de la cavité induit des écoulements de retour, comme on peut l'observer dans un plan (x,z) , formant quatre cellules de

recirculation (Figure 4-a). Ces écoulements transverses présentent des boucles à faible vitesse qui vont du plan médian à la cavité vers ses parois latérales. Ces écoulements se superposent à la dynamique tourbillonnaire décrite précédemment.

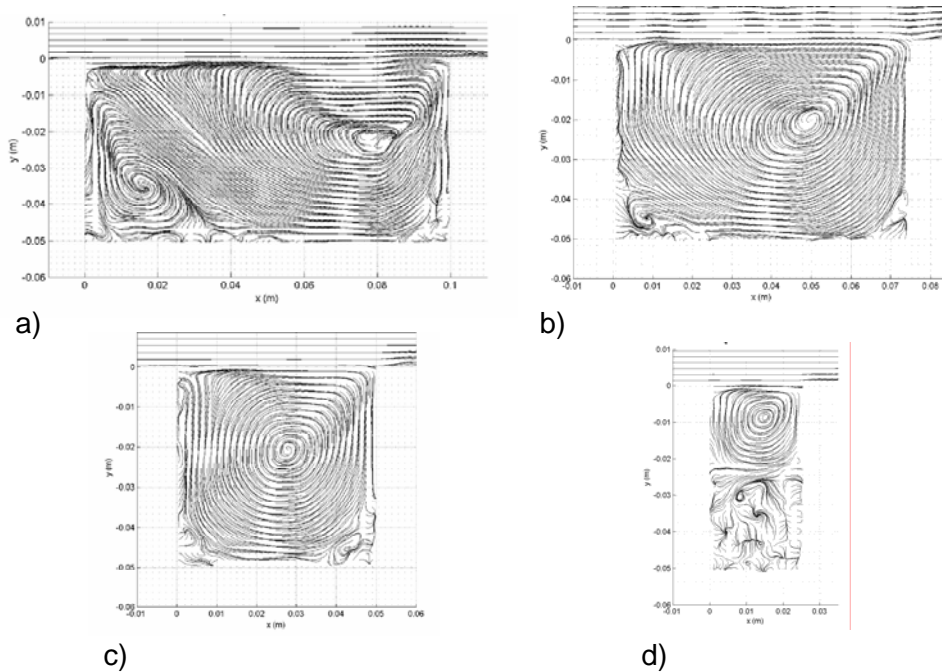


Figure 3 : Lignes de courant instantanées pour a) $R = 2$, b) $1,5$, c) 1 et d) $0,5$, $F = 6$ et Re compris entre $5\,933$ et $1\,483$.

5 Instabilités centrifuges

Ce paragraphe décrit les configurations particulières où des instabilités centrifuges du type des tourbillons de Görtler se superposent à la morphologie d'écoulement décrite précédemment. Ces instabilités ont été identifiées dans les écoulements décollés [2,9]. Leur existence et leurs propriétés sont analysées en fonction des paramètres de l'étude que sont le nombre de Reynolds, le rapport de forme et le rapport d'envergure. Si le nombre de Reynolds est suffisamment grand, une rangée de paires de tourbillons contrarotatifs selon l'envergure apparaît près du bord aval de la cavité et gagne le bord amont (Figure 4-b et Figure 5). De fait, ces paires d'instabilités forment une série d'anneaux inscrits dans des plans (x,y) à l'intérieur de la cavité. Dans certains cas, des paires de tourbillons isolées sont également présentes, généralement près du bord amont de la cavité où il n'y a pas d'interaction entre le tourbillon principal et les oscillations de la couche de cisaillement (Figure 6) mais elles ne présentent pas de forme annulaire. Il semble que les mécanismes à l'origine de l'apparition de ces instabilités soient une vitesse de convection et un rayon de courbure, dus au tourbillon principal d'axe transverse, suffisamment grands. Leur destruction est liée à la transition de l'écoulement vers la turbulence au-dessus d'une vitesse limite. Il existe ainsi des configurations sans tourbillons de Görtler, généralement où la vitesse de convection n'est pas assez importante pour déstabiliser les couches limites à l'intérieur de la cavité.

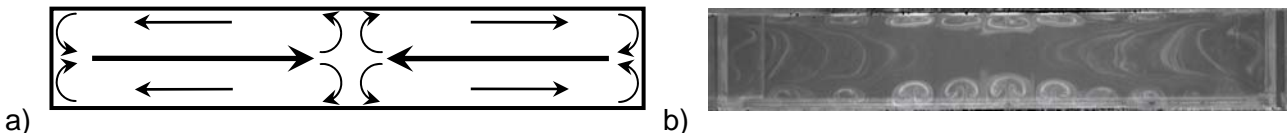


Figure 4 : a) Schéma de l'écoulement transverse dans la cavité et b) visualisation des instabilités contrarotatives, pour $R = 1$, $F = 6$ et $Re = 4\,233$.

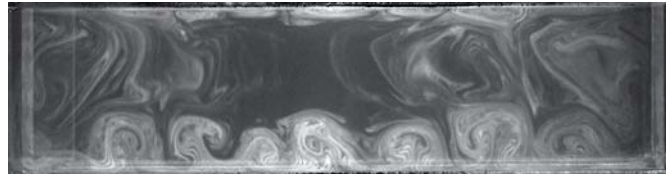


Figure 5 : Visualisation de l'écoulement avec des instabilités contrarotatives pour $R = 1,5$, $F = 6$ et $Re = 4\ 450$.

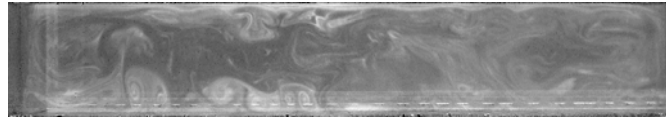


Figure 6 : Visualisation de l'écoulement avec des instabilités contrarotatives pour $R = 0,5$, $F = 3$ et $Re = 7\ 500$.

Ces instabilités sont aussi caractérisées par des mesures PIV (Figure 7) malgré la forte composante de vitesse perpendiculaire au plan de mesure.

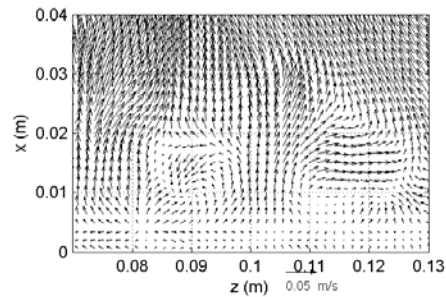


Figure 7 : Mesures PIV des instabilités contrarotatives pour $R = 1,5$, $F = 6$ et $Re = 4\ 450$.

Les allées d'instabilités tourbillonnaires sont identifiées sur la composante du champ de vorticité selon l'axe y qui montre de forts niveaux positifs et négatifs à proximité des bords amont et aval de la cavité (Figure 8). Un examen plus poussé de cette figure met en évidence le caractère annulaire de ces instabilité centrifuges dans le plan (x,y) , avec l'extension des valeurs intermédiaires de vorticité (régions bleues et jaunes) selon la direction x . L'hélicité du champ de vitesse, obtenu par simulation numérique directe de l'écoulement, permet de visualiser la structuration spatiale de ces paires de tourbillons ainsi que leur déplacement latéral (Figure 9). Ce résultat confirme ce qui a été calculé avec un code compressible sur une géométrie et un nombre de Reynolds similaires [10].

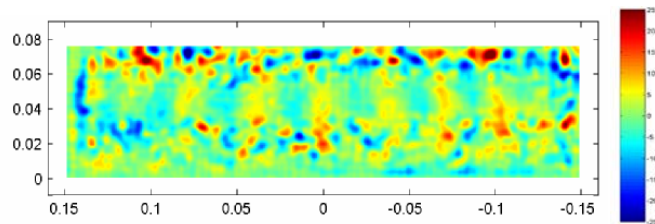


Figure 8 : Composante selon y de la vorticité de la vitesse pour $R = 1,5$, $F = 6$ et $Re = 4\ 450$.

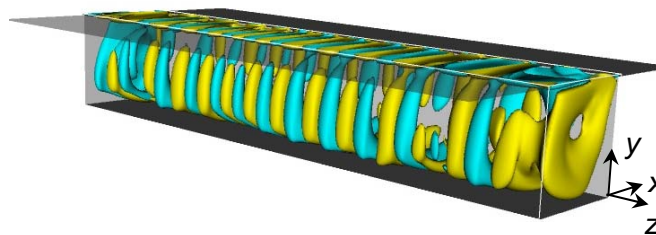


Figure 9 : Hélicité obtenue par simulation numérique directe pour $R = 1$ et $Re = 4\ 233$.

Il faut également remarquer que ces tourbillons de Görtler sont les plus robustes quand il n'existe qu'un seul tourbillon d'axe transverse dans la cavité. En fait, dès qu'apparaît un tourbillon secondaire d'axe transverse, les tourbillons de type Görtler sont étirés et se désorganisent. Ce processus suggère que la gamme de rapport de forme permettant leur existence doit être comprise autour de $R = 1$. Pour de plus grands rapports de forme, ces structures sont aussi présentes, mais le mécanisme qui permet leur existence est piloté par une combinaison de la géométrie (R et F) et du nombre de Reynolds Re . Ainsi, une étude étendue a été faite en variant la vitesse extérieure, la longueur et la hauteur de la cavité et par conséquent, Re , R et F . La Figure 10 présente le domaine d'existence de ces instabilités centrifuges, en fonction du nombre de Reynolds et du rapport de forme, pour différents rapports d'envergure. La région où ces instabilités existent présente, dans le plan (R , Re), un domaine compact ce qui prouve l'existence de seuils pour leur naissance et leur disparition. Dans certains cas cependant, pour de faibles valeurs du rapport d'envergure ($F = 3$ et 2), on observe une paire de tourbillons de Görtler isolée au lieu d'une rangée. Dans ces cas, les tourbillons n'ont pas une forme annulaire inscrite dans la cavité dont l'extension est réduite au bord amont.

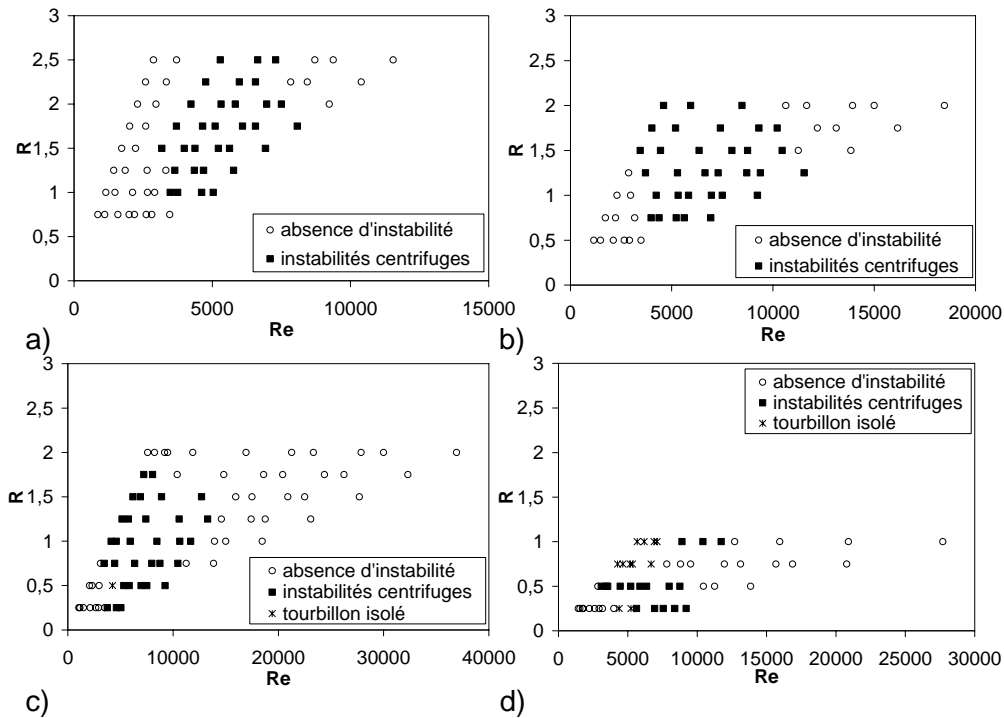


Figure 10 : Diagramme d'existence d'instabilités centrifuges pour a) $F = 12$, b) $F = 6$, c) $F = 3$ et d) $F = 2$.

La Figure 11 présente le nombre de tourbillons de Görtler existant simultanément dans le plan de mesure, pour les configurations avec des rangées de ces tourbillons. Pour chaque rapport d'envergure et chaque rapport de forme, on note une croissance puis une décroissance du nombre de paires de tourbillons en fonction du nombre de Reynolds, ce qui suggère que le cycle d'apparition et de disparition est un phénomène continu piloté par la vitesse extérieure U_e . La géométrie est également importante puisqu'il y a un rapport de forme pour lequel le nombre de tourbillons atteint un maximum. On peut remarquer Figure 11-a et Figure 11-b que ce nombre maximum de paires de tourbillons existe pour $R = 1$. Ceci peut être compris par la présence d'un tourbillon principal de section circulaire à l'intérieur de la cavité, qui procure un rayon de courbure optimum par rapport au confinement imposé par les parois. Il y a une chute importante du nombre maximum de tourbillons pour $F = 3$ (Figure 11-c). Le même commentaire peut être fait pour $F = 0,5$ avec un nombre maximum de tourbillons encore plus faible (Figure 11-d). Cette chute du nombre de tourbillons dans la cavité montre que le confinement latéral de l'écoulement pourrait s'opposer à l'évolution d'instabilités centrifuges.

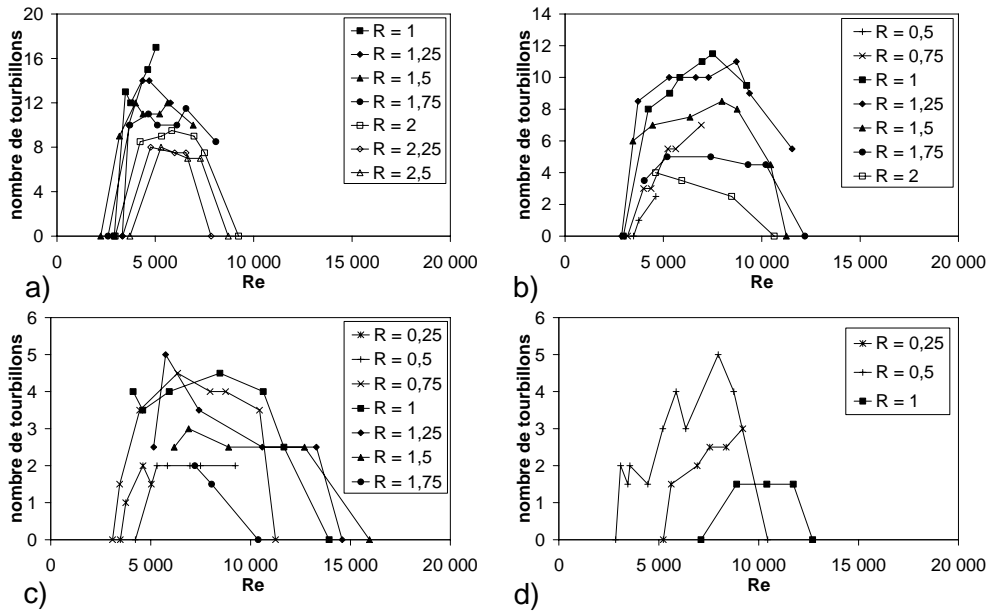


Figure 11 : Nombre d'instabilités centrifuges pour a) $F = 12$, b) $F = 6$, c) $F = 3$ et d) $F = 2$.

Le rayon de courbure de l'écoulement, dû à la présence du tourbillon principal dans la cavité, semble être le mécanisme clef du développement des instabilités centrifuges. Cette hypothèse est cohérente compte tenu des résultats quantitatifs obtenus sur l'évolution des instabilités transverses [11]. Le nombre de Görtler, construit à partir du rayon de courbure r_c , de la viscosité cinématique $\nu = 15 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et de la vitesse de convection dans la cavité U_c qui se développe en dehors de la couche limite d'épaisseur de quantité de mouvement δ_2 est :

$$Gö = \frac{U_c \delta_2}{\nu} \left(\frac{\delta_2}{r_c} \right)^2 \quad (1)$$

En fait, le nombre de Görtler compare la courbure locale de l'écoulement aux effets visqueux. Le nombre d'onde k est défini par :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2)$$

où la longueur d'onde λ est la distance entre deux paires de tourbillons contrarotatifs. Ici, U_c , δ_2 et k sont obtenus à partir des mesures PIV dans un plan (x,y) (Figure 3). Lorsque le nombre de Görtler est suffisamment grand, les effets de courbure sont dominants par rapport aux effets visqueux et l'écoulement est instable, ce qui conduit à l'apparition d'instabilités centrifuges. Si l'on trace l'évolution du nombre de Görtler en fonction du nombre d'onde adimensionnel $k \delta_2$ dans un diagramme de stabilité (Figure 12), on remarque un bon accord entre les présentes mesures et des expériences précédentes [12,13,14]. On compare aussi ces résultats avec la courbe de limite de stabilité [15] où tous les points sont à sa gauche, ce qui correspond à la région instable.

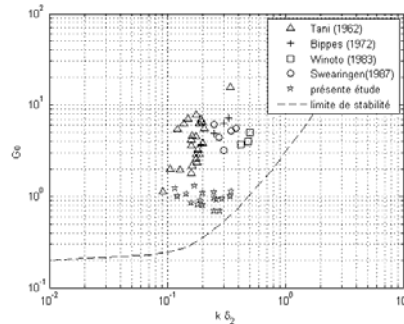


Figure 12 : Diagramme de stabilité des instabilités centrifuges.

6 Conclusion

L'interaction d'une couche limite laminaire avec une cavité de dimensions variables est étudiée pour des nombres de Reynolds moyens avec des visualisations par émission de marqueur et par PIV. La morphologie générale de l'écoulement se compose d'une couche de cisaillement qui induit un ou plusieurs tourbillons selon la géométrie de la cavité. Le tourbillon principal de la cavité est, pour une certaine gamme de nombre de Reynolds et de paramètres géométriques, le mécanisme générateur des instabilités centrifuges. Celles-ci conduisent à la formation d'une rangée de paires de tourbillons contrarotatifs qui présentent une forme annulaire inscrite à l'intérieur de la section (x,y) de la cavité. Dans certains cas, des paires de tourbillons de type Görtler isolées sont identifiées. Il semble que le mécanisme à l'origine de la naissance de ces instabilités soit une vitesse de convection due au tourbillon principal d'axe transverse, suffisamment grande et un rayon de courbure de l'écoulement suffisamment élevé. De telles instabilités centrifuges sont les plus robustes lorsqu'un seul tourbillon d'axe transverse existe dans la cavité. Ce résultat est confirmé par les résultats d'une simulation numérique DNS instationnaire. Le domaine d'existence de ces instabilités centrifuges a été établi, dans la limite de variation des paramètres expérimentaux, ce qui prouve la présence de seuils limites pour leur naissance et leur disparition.

7 Références

- [1] Faure T M, Adrianos P, Lusseyran F, Pastur L R. Visualizations of the flow inside an open cavity at medium range Reynolds numbers. *Experiments in Fluids*, Vol. 42, No. 2, pp. 169–184, 2007.
- [2] Migeon C. Details on the start-up development of the Taylor-Görtler-like vortices inside a square-section lid-driven cavity for $1,000 \leq Re \leq 3,200$. *Experiments in Fluids*, Vol. 33, pp. 594–602, 2002.
- [3] Migeon C, Pineau G, Texier A. Three-dimensionality development inside standard parallelepipedic lid-driven cavities at $Re = 1000$. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 17, pp. 717–738, 2003.
- [4] Faure T M, Lusseyran F, Gougat P, Launay F. Experimental investigation of the flow distribution inside a tubular heat exchanger, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 128, No 6, pp. 1218–1227, 2006.
- [5] Faure T M, Lusseyran F, Pastur L R, Pethieu R, Debesse P. 2006 Développement d'instabilités dans un écoulement subsonique se développant au-dessus d'une cavité : mesures synchronisées PIV-LDV, 10^{ème} Congrès Francophone de Techniques Laser, Toulouse, pp. 577–584, 2006.
- [6] Forestier N, Jacquin L, Geffroy, P. The mixing layer over a deep cavity at high-subsonic speed. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 475, pp. 101–145, 2003.
- [7] Faure T M, Debesse P, Lusseyran F, Gougat P. Structures tourbillonnaires engendrées par l'interaction entre une couche limite laminaire et une cavité, 11^{ème} Colloque de Visualisation et de Traitement d'Images en Mécanique des Fluides, Lyon, 2005.
- [8] Guermond J L, Migeon C, Pineau G, Quartapelle L. Start-up flows in a three-dimensional rectangular driven cavity of aspect ratio 1:1:2 at $Re = 1000$, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 450, pp. 169–199, 2002.
- [9] Beaudoin J F, Cadot O, Aider J L, Wesfreid J E. Three-dimesional stationary flow over a backward-facing step, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 23, pp. 147–155, 2004.
- [10] Brès G A, Colonius T. Three-dimensional instabilities in compressible flow over open cavities, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 599, pp. 309–339, 2008.
- [11] Swearingen J D, Blackwelder R F. The growth and breakdown of streamwise vortices in the presence of a wall, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 182, pp. 255–290, 1987.
- [12] Tani I. Production of longitudinal vortices in the boundary layer along a concave wall, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 67, pp. 3075–3080, 1962.
- [13] Bippes H. Experimentelle Untersuchung des laminar-turbulenten Umschlags an einer parallel angeströmten könkaven Wand, *Heidel. Akad. Wiss. Naturwiss. Kl.*, Vol. 3, p. 103, 1972.
- [14] Winoto S H, Crane R I. Vortex structure in laminar boundary layers on a concave wall, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 2, pp. 221–231, 1980.
- [15] Floryan J M, Saric W C. Stability of Görtler vortices in boundary layers, *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 3, pp. 316–324, 1982.