



**HAL**  
open science

## Approche multiéchelle des systèmes de tenségrité

Shéhérazade Nineb, Pierre Alart, David Dureisseix

► **To cite this version:**

Shéhérazade Nineb, Pierre Alart, David Dureisseix. Approche multiéchelle des systèmes de tenségrité. 7e Colloque National en Calcul des Structures, May 2005, Giens, France. pp.81-86. hal-00325933

**HAL Id: hal-00325933**

**<https://hal.science/hal-00325933v1>**

Submitted on 29 Aug 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

---

# Approche multiéchelle des systèmes de tensegrité

**Shéhérazade Nineb — Pierre Alart — David Dureisseix**

*Laboratoire de Mécanique et Génie Civil UM2-CNRS CC048  
Place Eugène Bataillon F-34095 Montpellier CEDEX 5  
{nineb, alart, dureisse}@lmgc.univ-montp2.fr*

---

*RÉSUMÉ. Une des particularités des problèmes multicontacts réside dans le très grand nombre de contacts ou d'interactions qui conduit à des problèmes de grande taille. Ces derniers, source de difficultés numériques, ont engendré l'élaboration de différentes approches, notamment la parallélisation d'algorithmes [REN 04a]. Nous poursuivons donc dans ce sens en nous intéressant à une approche multiéchelle de type LATIN (Large Time INcrement) [LAD 00] restreinte dans un premier temps à une problématique intermédiaire : celle des systèmes de tensegrité vus comme des milieux discrets modèles.*

*ABSTRACT. A specific feature of multicontact problems is the large number of contact or interaction conditions that leads to large scale problems. Several approaches, among them algorithm parallelization [REN 04a], have been designed to tackle the numerical difficulties arising from such problems. This work belongs to these algorithms, using the LATIN (LArge Time INcrement) [LAD 00] multiscale approach. As a first step, the case of tensegrity systems is considered as a particular discrete medium.*

*MOTS-CLÉS : LATIN micro/macro, multiéchelle, systèmes discrets, non régulier*

*KEYWORDS: LATIN micro/macro, multiscale, discrete systems, nonsmooth*

---

## 1. Introduction

Les systèmes discrets non réguliers peuvent provenir de différentes modélisations mécaniques. Par exemple, les systèmes granulaires [MOR 99] où les interactions entre grains sont de type contact frottant, ou encore les systèmes de tenségrité où un grand nombre de câbles peuvent se détendre, conduisent à des problèmes non réguliers de grande taille. Lorsque le nombre de grains, ou de câbles, devient important, une approche multiéchelle intégrant une technique d'homogénéisation peut être bien adaptée comme stratégie de résolution de ces problèmes en complément de techniques numériques avancées (parallélisation [REN 04b], gradient conjugué [REN 04a]). On s'intéresse ici au cas des structures de tenségrité, notamment dans le cas où elles sont construites à partir de l'agencement de modules élémentaires.

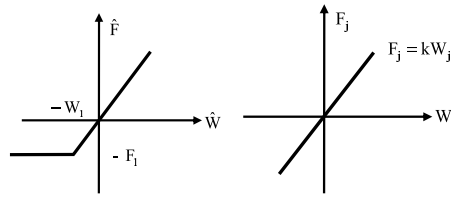
## 2. Formulation du problème

Les systèmes de tenségrité sont des systèmes réticulés, spatiaux constitués d'éléments rectilignes nommés "barres" ou "câbles", voir figure 2 [QUI 03]. Les barres sont soumises à des sollicitations de compression, les câbles à des sollicitations de traction. Les liaisons entre ces éléments se font par l'intermédiaire de rotules parfaites portant le nom de "nœuds". Par la suite, les câbles et les barres seront qualifiés de "liens". Ces systèmes admettent des états d'autocontrainte c'est à dire des états de tension non nul vérifiant l'équilibre sans chargement extérieur et assurant la rigidité de la structure. On se place sous les hypothèses de petites perturbations, dans le cas statique. La structure étudiée occupe un domaine  $\Omega$ . Elle est soumise à des déplacements imposés,  $U_d$ , sur une partie  $\Omega_1$  des nœuds, et à des charges imposées,  $F_d$ , sur la partie  $\Omega_2$  complémentaire. On considère qu'il n'y a pas de charge répartie pour simplifier la présentation. La configuration finale étant supposée confondue avec la configuration initiale, et comme seul cet état nous intéresse, le temps n'est pas un paramètre du problème. On définit la déformation dans chaque élément  $j$  (barre ou câble) par  $\epsilon_j = \frac{W_j}{l_j}$  où  $l_j$  est la longueur de l'élément et  $W_j$  la variation de cette longueur (analogue du champ de déformation en milieu continu). Le vecteur des valeurs de variation de longueurs,  $W$ , s'exprime linéairement en fonction du vecteur des déplacements  $U$  sous la forme  $W = BU$ .

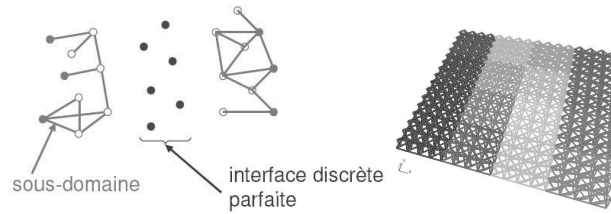
Le problème à résoudre est donc de trouver le couple  $(U, F)$  vérifiant :

- l'admissibilité cinématique :  $U|_{\Omega_1} = U_d$  et  $\epsilon_j = \frac{W_j}{l_j}$ ,
- l'équilibre écrit sous forme faible :  $\forall U^*, U^*|_{\Omega_1} = 0$  et  $\sum_{j \in \Omega} F_j \cdot W_j^* = \sum_{i \in \Omega_2} F_{d,i} \cdot U_i^*$  avec  $W^* = BU^*$ , où  $F_j$  représente l'effort dans un lien  $j$  (analogue du champ de contrainte en milieu continu),
- le comportement des câbles et des barres, voir figure 1, où  $F_1$  est la précontrainte initiale installée dans les câbles, et  $W_1 = kF_1$  où  $k$  est la raideur du câble.

La stratégie proposée pour résoudre ce type de problème est une extension des approches micro-macro développées pour les milieux continus [LAD 00] au cas des systèmes discrets.



**Figure 1.** Graphes du comportement des câbles (à gauche) et des barres (à droite).



**Figure 2.** Interface discrète et sous-structuration d'une structure de tenségrité.

### 2.1. Sous-structuration

Une première démarche vers une reformulation du problème, consiste en une décomposition de la structure en sous-structures et interfaces. On peut procéder de deux manières, soit on ventile les nœuds parmi les sous-structures, les interfaces sont alors les liens reliant une sous-structure à une autre ; soit on ventile les liens parmi les sous-structures, les interfaces sont alors les nœuds reliant une sous-structure à une autre. C'est ce dernier cas qui est envisagé ici, figure 2, le comportement des interfaces est alors parfait (équilibre des efforts et continuité des déplacements aux nœuds) et les non régularités sont localisées dans les sous-structures. Cette stratégie est en quelque sorte duale de celle proposée dans [NOU 02] où la non linéarité (contact dans les fissures) est isolée dans les interfaces [BAR 01].

### 2.2. Description micro/macro

La définition des champs microscopiques et macroscopiques porte sur les quantités d'interfaces du problème sous-structuré. On suit ici la démarche utilisée dans [DUR 01]. Par interface locale  $\Gamma_{EE'}$  entre deux sous-structures  $\Omega_E$  et  $\Omega_{E'}$ , étant donné un champ discret de forces aux nœuds de l'interface  $F_{E\Gamma}$  agissant sur  $\Omega_E$  par exemple, on définit sa partie macro  $F_{E\Gamma}^M$  comme étant sa résultante et son moment résultant. Avec une approche en effort, on choisit d'écrire  $F_{E\Gamma} = F_{E\Gamma}^M + F_{E\Gamma}^m$  où  $F_{E\Gamma}^m$  est le complément micro. Les quantités micro  $V_{E\Gamma}^m$  et macro  $V_{E\Gamma}^M$  d'un champ de déplacement aux nœuds de l'interface  $V_{E\Gamma}$  sont obtenues par la dualité sur l'interface

$F_{ET} \cdot V_{ET} = F_{ET}^M \cdot V_{ET}^M + F_{ET}^m \cdot V_{ET}^m$ . À la différence d'un partitionnement d'un milieu continu [LAD 00, DUR 01], le cas d'un milieu discret conduit à une connectivité de la décomposition plus élevée (grand nombre d'interfaces par rapport au nombre de sous-structures) mais aussi à quelques interfaces de petite taille (faible nombre de nœuds). De telles interfaces, qualifiées de "faibles", peuvent avoir trop peu de nœuds pour décomposer leur espace de discrétisation en un sous espace macro et un sous espace micro (par exemple moins de quatre nœuds en 3D). On choisit alors de ne pas définir de parties macro sur ces interfaces faibles.

### 3. Stratégie de calcul

L'approche utilisée est de type LATIN identique à [DUR 01]. La stratégie est itérative, et chaque itération comporte une étape linéaire et une étape locale.

L'étape linéaire conduit à un problème de type élasticité linéaire, indépendant par sous-structure ainsi qu'à un problème global généralisé portant uniquement sur les quantités macro (résultantes et moments dans les interfaces). Il est très similaire à celui utilisé dans [DUR 01] et n'est pas détaillé ici.

Dans l'étape locale, on obtient :

- par interface, un problème explicite local en chaque nœud d'interface. Avec le choix de la définition des interfaces fait ici, ce problème reste de plus linéaire, le comportement des nœuds étant de transférer déplacement et effort de part et d'autre de l'interface.

- par sous-structure : on s'intéresse au comportement des câbles et des barres, en cherchant à obtenir les efforts intérieurs  $\widehat{F}$  dans les éléments et leur allongement  $\widehat{W}$ .

Pour les barres, les inconnues  $(\widehat{F}, \widehat{W})$  doivent vérifier :

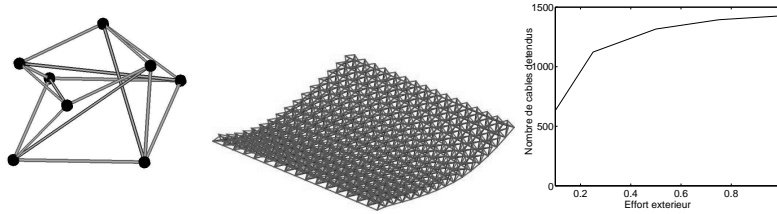
- le comportement des barres (figure 1) :  $\widehat{F} = k\widehat{W}$ ,
- une direction de recherche à partir de l'estimation de la solution  $(F, W)$  obtenue à l'étape linéaire précédente :  $(\widehat{F} - F) + l(\widehat{W} - W) = 0$  où  $l$  est un paramètre de la méthode, homogène à  $k$ . Il n'influe pas sur la solution à convergence, mais peut changer le taux de convergence de l'algorithme. Le problème obtenu est linéaire et explicite en  $(\widehat{F}, \widehat{W})$ .

Pour les câbles, les inconnues  $(\widehat{F}, \widehat{W})$  doivent vérifier :

- le comportement des câbles (figure 1),
  - une direction de recherche, prise sous la même forme que pour les barres.
- Avec le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} \widehat{F}_T = \widehat{F} + F_1 \\ \widehat{R}_T = -(\widehat{W} + W_1) + k^{-1}(\widehat{F} + F_1) \end{cases} \quad [1]$$

où  $F_1$  est la précontrainte initiale installée dans les câbles et  $W_1 = kF_1$ .



**Figure 3.** Demi-cuboctaèdre utilisé (à gauche) et résultats sur une structure de tenségrité.

Pour chaque câble, le problème obtenu est un problème de complémentarité (LCP) scalaire [KAT 97] :

$$\begin{cases} \widehat{R}_T - (l^{-1} + k^{-1})\widehat{F}_T = -[(W + W_1) + l^{-1}(F + F_1)] \\ 0 \leq \widehat{R}_T \perp \widehat{F}_T \geq 0 \end{cases} \quad [2]$$

#### 4. Exemple de résultat

On s'intéresse à une nappe obtenue par duplication d'un module autocontraint [MOT 03, QUI 03] constitué de 8 nœuds, 12 câbles et 4 barres. Les nœuds de la partie inférieure sont bloqués sur deux bords et des efforts verticaux constants sont appliqués sur les nœuds complémentaires. La grille a été décomposée en 16 sous-structures (contenant chacune 16 modules soit 256 demi-cuboctaèdres) et 42 interfaces (dont 18 interfaces faibles). En fonctionnement, le chargement (ou la surcharge) appliquée peut aller jusqu'à détendre une partie des câbles, jusqu'à une valeur critique où il y a perte de rigidité de la structure, analogue du flambement pour un milieu continu, pouvant aller jusqu'à l'apparition de mécanismes. On s'intéresse ici à ce type de chargement, et pour des structures de grande taille. La figure 3 présente la déformée obtenue, ainsi que le nombre de câbles détendus en fonction de la charge appliquée à la structure (dans le cas présenté, on arrive à une détente de 46 % des câbles). On reste encore avec un niveau de charge choisi dans le domaine de fonctionnement stable de la structure, pour lequel elle continue de présenter une réserve de rigidité.

#### 5. Conclusions et perspectives

La simulation des systèmes de tenségrité de grande taille, lorsque les charges appliquées conduisent à la détente de nombreux câbles, nécessite la résolution de grands systèmes non réguliers. L'adaptation d'une approche multiéchelle de décomposition de domaine a été réalisée pour traiter ces systèmes discrets lorsque la non régularité est présente à l'intérieur des sous structures. À court terme, il sera intéressant d'avoir

une sélection automatique d'une direction de recherche optimale, vis à vis du taux de convergence de l'algorithme ; le critère d'arrêt de ce dernier devra être robuste. La direction de recherche, choisie ici locale par élément (câble ou barre), pourrait aussi être prise globale par sous-structure ; auquel cas le problème LCP devient vectoriel et requiert une résolution adaptée [NIN 05, REN 04a]. La méthode fournit aussi en sous produit une homogénéisation des sous structures, c'est à dire d'un groupe de cellules autocontraintes, et une interprétation de ce comportement homogénéisé sera étudiée. À plus long terme, l'utilisation de ce type d'approche pourra être étendu au cas de la dynamique des milieux granulaires, pour laquelle une difficulté supplémentaire est l'évolution importante de la configuration lors des écoulements éventuels des grains.

## 6. Bibliographie

- [BAR 01] BARBOTEU M., ALART P., VIDRASCU M., « A domain decomposition strategy for nonclassical frictional multi-contact problems », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 190, 2001, p. 4785–4803.
- [DUR 01] DUREISSEIX D., LADEVÈZE P., LOISEAU O., « A micro/macro and parallel computational strategy for highly heterogeneous structures », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 52, 2001, p. 121–138.
- [KAT 97] KATTA M., *Principal pivoting methos for LCP*, Department of Industrial and Operations Engineering, University of Michigan, 1997.
- [LAD 00] LADEVÈZE P., DUREISSEIX D., « A micro/macro approach for parallel computing of heterogeneous structures », *Int. J. for Comput. Civil and Struct. Engng.*, vol. 1, 2000, p. 18–28.
- [MOR 99] MOREAU J., « Numerical aspects of sweeping process », *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 177, 1999, p. 329–349.
- [MOT 03] MOTRO R., *Tensegrity*, Hermes Science Publishing, London, 2003.
- [NIN 05] NINEB S., ALART P., DUBOIS F., DUREISSEIX D., « Solveurs de systèmes de complémentarité et application à la tenségrité », *Actes du 17e Congrès Français de Mécanique*, Troyes, 2005.
- [NOU 02] NOUY A., LADEVÈZE P., LOISEAU O., « A multiscale computational approach for contact problems », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 191, 2002, p. 4869–4891.
- [QUI 03] QUIRANT J. K.-A. M., R. M., « Designing tensegrity systems : the case of a double layer grid », *Engineering Structures*, vol. 25(9), 2003, p. 1121–1130.
- [REN 04a] RENOUF M., ALART P., « Conjugate gradient type algorithms for frictional multi-contact problems : applications to granular materials », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, , 2004.
- [REN 04b] RENOUF M., DUBOIS F., ALART P., « A parallel version of non smooth contact dynamics algorithm applied to simulation of granular medium », *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 168, 2004, p. 375–382.