Exemples de couplages de modèles multiphysiques par partitionnement, et multiéchelles par décomposition de domaine

David Dureisseix

▶ **To cite this version:**

David Dureisseix. Exemples de couplages de modèles multiphysiques par partitionnement, et multi-échelles par décomposition de domaine. 8e Colloque National en Calcul des Structures, May 2007, Giens, France. pp.1-6. hal-00321384

HAL Id: hal-00321384
https://hal.science/hal-00321384

Submitted on 25 Aug 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Exemples de couplage de modèles multi-physiques par partitionnement, et multi-échelles par décomposition de domaine

David Dureisseix

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC)
CNRS UMR 5508 / Université Montpellier 2
CC048 Place Eugène Bataillon,
F-34095 Montpellier cedex 5

David.Dureisseix@lmgc.univ-montp2.fr

RÉSUMÉ. *Les techniques de partitionnement, qui mettent en avant les interactions entre sous-systèmes, sont de bons candidats pour modéliser les couplages, en particulier en présence d'échelles spatiales ou temporelles différentes. Un mécanisme de transfert d'informations entre ces modélisations est alors nécessaire. Nous présentons ici des exemples, tout d'abord dans le cas de couplage poroélastique, avec la prise en compte d'échelles temporelles différentes. Ensuite le couplage entre échelles spatiales différentes est décrit dans le cadre d'une décomposition de domaine. Dans le premier cas, les outils présentés ci-après sont le fruit d'une collaboration avec H. Bavestrello (Stanford University), et D. Néron (LMT-Cachan) ; dans le second cas, avec P. Ladevèze (LMT-Cachan) et P. Alart (LMGC). Pour plus de détails, le lecteur est invité à se référer aux articles cités.*

ABSTRACT. *Partitioning strategies usually focus on interaction between subsystems. They are good candidates to model couplings at different spatial or time scales. An information transfer mechanism is therefore required. Herein, we propose examples of a poroelastic coupling featuring different time scales, and a subdomain gluing with different spatial scales. For the first part, the developed tools arise from a collaboration with H. Bavestrello (Stanford University), and D. Néron (LMT-Cachan); for the second one, with P. Ladevèze (LMT-Cachan) and P. Alart (LMGC). More details are available in the referenced articles.*

MOTS-CLÉS : *partitionnement, interface, multiphysique, multiéchelle, transfert, discrétisations incompatibles, éléments finis.*

KEYWORDS: *partitioning, interface, multiphysics, multiscale, tranfer, non matching discretizations, finite elements.*

1. Introduction

Souvent, l'amélioration de la prédictivité des modèles passe par l'augmentation de la précision des simulations (et de taille des problèmes), par la complexité des lois de comportement utilisées (souvent par l'augmentation du nombre de variables internes) ou la prise en compte des couplages entre physiques différentes.

Leur traitement nécessite aussi le développement d'outils de simulation adaptés. Parmi ceux-ci, les méthodes de partitionnement permettent une importante flexibilité permettant d'améliorer la pérennité et les possibilités d'évolution des codes de simulation associés (éventuellement via le couplage de codes). Il peut ainsi s'agir d'un partitionnement géométrique, par exemple avec les méthodes de décomposition de domaine, ou entre physiques, par exemple pour les simulations d'interactions fluide-structure. Ces approches mettent en exergue les interactions entre sous-systèmes et conduisent souvent à isoler le traitement de celles-ci du reste du problème pour lequel des techniques *ad hoc* du moment peuvent alors être utilisées de façon plus ou moins modulaire.

En général, le problème couplé de référence exhibe plusieurs échelles, spatiales et/ou temporelles, dans la réponse du modèle. Une méthode de partitionnement peut alors tenter de tirer parti de ces caractéristiques pour augmenter ses performances et sa flexibilité de mise en œuvre. Ici, nous nous intéressons à deux aspects de cette problématique : (i) le couplage entre physiques différentes, avec la prise en compte d'échelles temporelles différentes ; (ii) le couplage entre sous domaines avec l'utilisation d'échelles spatiales différentes.

2. Transfert de champs entre discrétisations incompatibles pour les problèmes multiphysiques

On s'intéresse ici au cas des problèmes multiphysiques fortement couplés en volume : les différentes physiques interagissent au niveau des lois de comportement du matériau. L'exemple typique est celui du transfert en milieu poreux ; le cas le plus simple est celui de la poroélasticité. Le comportement macroscopique s'écrit alors :

$$\sigma = D\varepsilon - bp\, I_d \qquad q = \frac{1}{Q}\dot{p} + b\ \mathrm{Tr}\dot{\varepsilon} \qquad \underline{W} = H\underline{Z} \qquad [1]$$

σ est le champ de contraintes, ε le champ de déformation, p la pression intersticielle, D est l'opérateur de Hooke, b et Q les coefficient et module de Biot, q est le taux d'accumulation de fluide, $\underline{W}$ est l'opposé de la vitesse de Darcy, $\underline{Z}$ le gradient de pression, et H est la perméabilité. L'admissibilité des différents champs concerne la conservation de la quantité de mouvement et de la masse. Elle conduit à deux systèmes globaux d'équations, découplés pour la partie solide et pour la partie fluide.

2.1. *Exemples de discrétisations spatiales différentes*

Considérons le cas d'un filtre en céramique poreuse. Un bloc de section carrée multi-perforé est traversé par le fluide à filtrer, une rampe de montée en pression rapide est imposée en amont, la pression relative aval étant nulle.

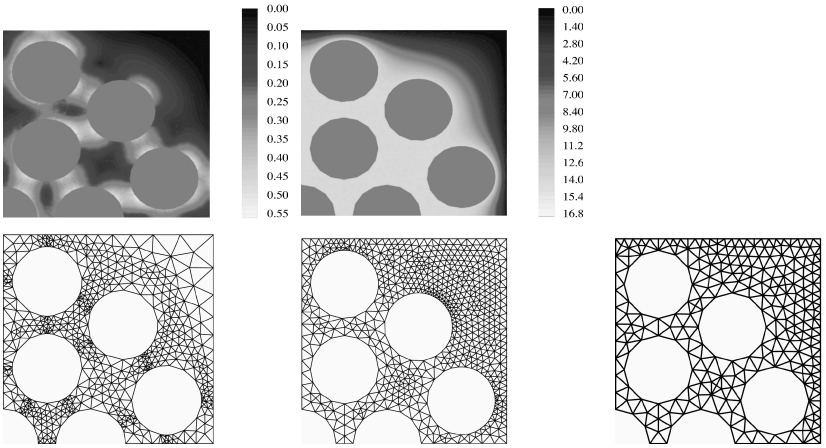

Figure 1. *Champs de déformation principale (en haut, à gauche), de pression intersticielle (en haut, à droite), et maillages solide, fluide et d'interface (en bas)*

Sur la figure 1, un quart de la structure est simulée, et la déformation principale ainsi que la pression intersticielle sont représentées en fin de temps d'étude. Cet exemple illustre l'intérêt d'avoir de discrétisations spatiales différentes pour chacune des physiques, comme celles de la figure 1. La résolution itérative de ce problème nécessite alors l'utilisation d'un outil de transfert de champ entre maillages incompatibles. Initialement appliqué à la thermo-viscoélasticité avec une technique de partitionnement par point fixe (Dureisseix *et al*, 2006), cet outil a ensuite été testé sur le cas présenté ici de la poroélasticité.

Les champs à transférer sont usuellement définis aux points d'intégration de la discrétisation. La première étape consiste à les extrapoler aux nœuds de chaque élément finis. Le champ obtenu, noté E_1 est alors interpolable, mais *a priori* discontinu d'un élément à l'autre. Pour projeter ce dernier champ sur un autre maillage, une technique de type mortar discontinu est utilisée : on conserve les moyennes généralisées vis-à-vis de champs tests discontinus sur le maillage cible :

$$\forall\, F_2^* \int_{\Omega_2} E_2 \cdot F_2^* \, \mathrm{d}\Omega = \int_{\Omega_1} E_1 \cdot F_2^* \, \mathrm{d}\Omega \qquad [2]$$

Le champ E_2 projeté est ensuite interpolé aux points d'intégrations du maillage cible. Le transfert en sens inverse est alors l'opération duale définie par la transposée au

sens de l'énergie (ceci permet les transferts successifs dans les deux sens, ce qui est nécessaire pour une résolution par partitionnement) sans perdre l'énergie des champs). La formulation est symétrique : le même couple de projecteurs est obtenu si on permute les deux maillages.

Le solveur utilisé est ici l'approche LATIN (Large Time Increment method, Ladevèze, 1999). Il résout itérativement les conditions d'admissibilités et les relations de comportement. Pour plus de détails, le lecteur est invité à se reporter à (Néron *et al*, 2004) par exemple. Ici, une discrétisation additionnelle, dite discrétisation d'interface, figure 1, a été utilisée : la relation de comportement couplée est vérifiée sur celle-ci, alors que les conditions d'admissibilité le sont sur les deux discrétisations précédentes.

2.2. *Utilisation de discrétisations temporelles différentes*

En ce qui concerne l'aspect multiéchelle en temps, le même type de problème illustre aussi la problématique. Pour se concentrer sur l'aspect temporel, considérons un problème de consolidation unidimensionnel en déformation pure. Dans ce cas, et sans encore tenir compte des conditions initiales et aux limites, on peut se ramener à

$$\begin{bmatrix} -E & b \\ b & 1/Q \end{bmatrix} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\sigma} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad [3]$$

La solution est une combinaison d'exponentielles décroissantes en temps. Puisqu'aucune viscosité, ni aucun effet dynamique n'est pris en compte, le temps caractéristique solide est celui du chargement extérieur. Le temps caractéristique pour le fluide est quant à lui $\tau_p = (1/H)\,(1/Q + b^2/E)\,(L/\pi)^2$, où L est la longueur caractéristique des phénomènes à prendre en compte. Ici aussi, l'intérêt d'utiliser des discrétisations temporelles différentes pour les deux phénomènes est manifeste, par exemple pour avoir une même qualité de solution pour chacune des physiques.

Le transfert d'évolutions temporelles d'une grille à l'autre est possible avec les mêmes outils que précédemment, à condition de représenter des champs *a priori* discontinus d'un pas de temps à l'autre, et d'avoir une formulation variationnelle en temps. Le schéma de Galerkin discontinu en temps est bien adapté de ce point de vue et a été utilisé pour réaliser une simulation avec discrétisations temporelles différentes pour le solide, le fluide, et l'interface entre les deux (Néron *et al*, 2007). Notons que l'utilisation d'un solveur de type LATIN permet d'envisager ici le couplage de discrétisations temporelles différentes sans avoir besoin d'une approche spécifique d'avance en temps des différents champs.

3. Raccords de champs multiéchelles en espace par décomposition de domaine

Le partitionnement géométrique en espace, consécutif à l'utilisation d'une méthode de décomposition de domaine, introduit naturellement des interfaces entre sous domaines. La présence de plusieurs échelles spatiales peut être alors utilisée en représentant les champs mécaniques sur de telles interfaces. Une représentation de ce type, qualifiée de micro-macro a été utilisée sur les milieux continus hétérogènes et multi-fissurés dans (Ladevèze *et al*, 2001, Nouy *et al*, 2004) et sur les milieux discrets non réguliers dans (Nineb *et al*, 2007).

Dans le cas purement mécanique (monophysique), les champs sur les interfaces sont : le champ de déplacement $\underline{V}$ et d'effort $\underline{F}$. La représentation micro-macro consiste à séparer additivement ces champs : $\underline{V} = \underline{V}^M + \underline{V}^m$ et $\underline{F} = \underline{F}^M + \underline{F}^m$ interface par interface. L'exposant M indique la partie macro, la partie micro étant le complémentaire. Une façon de choisir la partie macro consiste à prendre les moyennes généralisées du champ. Par exemple, la partie constante du déplacement correspond aux translations (la partie macro duale pour les efforts étant respectivement les résultantes). La partie linéaire du déplacement correspond alors aux rotations (resp., aux couples) et aux extensions et distorsion dans le plan moyen de l'interface (resp., aux forces membranaires). En général, on arrête la représentation aux champs affines, qui présentent un bon compromis entre efficacité et coût. Afin de définir de façon unique la représentation, une « orthogonalité » est imposée ; la plus naturelle consiste à prendre le travail $\underline{F}^M \cdot \underline{V}^m$ nul une fois intégré sur la surface de l'interface dans le cas d'un milieu continu, ou $(\underline{F}^M)^T \underline{V}^m = 0$ dans le cas d'un système discret pour lequel une interface est un nuage de points.

Avec cette représentation, le comportement macro d'un sous domaine (ou homogénéisé du volume élémentaire correspondant) est celui qui relie une distribution d'effort macro sur toutes ses interfaces à la partie macro de la réponse en déplacement sur ces mêmes interfaces. Le couplage d'échelles est alors réalisé sur chaque interface. Une telle description peut alors être utilisée pour accélérer la convergence d'une méthode de décomposition de domaine multi-niveaux. Elle peut aussi permettre de traiter un raccord entre deux sous domaines représentés avec des niveaux de raffinements différents. L'application directe est alors une technique de zoom structural, permettant de discrétiser plus finement des zones d'intérêt particulières correspondant à des sous domaines particuliers. Avec un solveur de type LATIN pour les structures massives, une telle application est développée dans (Guidault *et al*, 2007). Pour le cas des structures coques, et avec un solveur de type FETI-DP (Farhat *et al*, 2001), elle est développée dans (M. Amini *et al*, 2006).

4. Conclusions et perspectives

Des outils de transfert de champs entre discrétisations incompatibles (en espace et en temps) ont été présentés. Ils permettent de procéder à des simulations itératives

couplées où différentes échelles interviennent. La flexibilité de telles approches est à attribuer en grande partie à l'utilisation d'une interface entre les champs représentés sur des échelles différentes. Il peut alors s'agir d'une interface géométrique entre sous domaines, d'une interface plus numérique entre grilles temporelles ou entre physiques différentes. Cette interface possède alors son propre comportement et sa propre discrétisation. En perspectives, la même démarche doit aussi pouvoir être appliquée au cas de couplage de modèles. Parmi les applications visées, on peut ainsi trouver : le couplage et la transition entre une représentation discrète (par exemple par éléments discrets) et continue, pour la fragmentation, le couplage multiphysique granulaire / fluide pour les écoulements dans les milieux divisés, le couplage mécanique / diffusion pour la modélisation des phénomènes hygromécaniques, ou des phénomènes biomécaniques comme le remodelage osseux.

Références

Dureisseix D., Bavestrello H., « Information transfer between incompatible finite element meshes: application to coupled thermo-viscoelasticity », *Comp. Meth. Applied Mech. Eng.*, vol. 195, 2006, p. 6523–6541.

Farhat Ch., Lesoinne M., Le Tallec P., Pierson K., Rixen D., « FETI-DP: a dual-primal unified FETI method – part I: a faster alternative to the two-level FETI method », *Int. J. for Num. Meth. Engng.*, vol. 50, n° 7, 2001, p. 1523–1544.

Guidault P.A., Allix O., Champaney L., Navaro J.P., « A micro-macro approach for crack propagation », *Comp. & Struct.*, 2007, à paraître.

Ladevèze P., *Nonlinear computational structural mechanics – new approaches and non-incremental methods of calculation*, Springer Verlag, 1999.

Ladevèze P., Loiseau O., Dureisseix D., « A micro-macro and parallel computational strategy for highly heterogeneous structures », *Int. J. for Num. Meth. Engng.*, vol. 52, n° 1–2, 2001, p. 121–138.

Mobasher Amini A., Dureisseix D., Cartraud P., Buannic N., « A micro-macro strategy for ship structural analysis with FETI-DP method », *3rd Europ. Conf. on Comput. Mech., Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering – ECCM 2006*, Lisbon, 2006.

Néron D., Ladevèze P., Dureisseix D., Schrefler B. A., « Accounting for nonlinear aspects in multiphysics problems: application to poroelasticity », *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3039, 2004, p. 612–620.

Néron D., Dureisseix D., « A computational strategy for multiphysics problems with a time interface between coupled physics », soumis à *Int. J. for Num. Meth. Engng.*, 2007.

Nineb S., Alart P., Dureisseix D., « Domain decomposition approach for nonsmooth discrete problems, example of a tensegrity structure », *Comp. & Struct.*, 2007, à paraître.

Nouy A., Ladevèze P., « Multiscale computational strategy with time and space homogenization: a radial-type approximation technique for solving microproblems », *Int. J. for Multiscale Comput. Engng.*, vol. 2, n° 4, 2004, p. 557–574.