



**HAL**  
open science

## Une approche multi-échelles en calcul des structures pour ordinateur à architecture parallèle

Jean-Yves Cognard, David Dureisseix, Pierre Ladevèze, Philippe Lorong

### ► To cite this version:

Jean-Yves Cognard, David Dureisseix, Pierre Ladevèze, Philippe Lorong. Une approche multi-échelles en calcul des structures pour ordinateur à architecture parallèle. 12e Congrès Français de Mécanique, Sep 1995, Strasbourg, France. pp.101-104. hal-00321382

**HAL Id: hal-00321382**

**<https://hal.science/hal-00321382v1>**

Submitted on 29 Oct 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNE APPROCHE MULTI-ÉCHELLES EN CALCUL DES STRUCTURES POUR ORDINATEURS À ARCHITECTURE PARALLÈLE

**Jean-Yves COGNARD, David DUREISSEIX, Pierre LADEVÈZE, Philippe LORONG**

Laboratoire de Mécanique et Technologie (E.N.S. de Cachan / C.N.R.S. / Université Paris 6)  
61, Avenue du Président Wilson - 94235 CACHAN CEDEX (France)

## I. INTRODUCTION

Les ordinateurs à architecture parallèle sont, ou plutôt seront, un atout considérable dans l'analyse, notamment non linéaire, des structures. Leur exploitation sous-tend de nombreuses recherches, principalement dans le domaine informatique et numérique, tant pour le parallélisme «massif» que «moyennement massif» et ce jusqu'à quelques processeurs. Ce travail se situe avant tout en *mécanique* où nous proposons une approche «parallèle» qui peut être rangée dans la famille des méthodes de décomposition de domaine ([10] [2] [3]) ; elle est particulièrement bien adaptée aux calculateurs multiprocesseurs à mémoire distribuée ou partagée.

Le milieu est considéré comme un assemblage de deux entités mécaniques : les *sous-structures* et les *interfaces* et la Méthode à Grand Incrément de Temps (MAGIT) est appliquée à la formulation du problème ainsi défini. Initialement la MAGIT est construite pour résoudre des problèmes non linéaires d'évolution [6]. Nous décrivons ici une version adaptée à la décomposition précédente, restreinte au cadre de *l'élasticité linéaire* pour lequel elle se confond avec les approches décrites dans [5], [8] et [4]. Les exemples de taille importante présentés permettent d'illustrer les performances de la méthode.

La convergence est liée à plusieurs facteurs : paramètres de la méthode, nombre de sous-structures, forme des sous-structures. En particulier, elle se dégrade quand le nombre de sous-structures croît ; ce trait semble être un dénominateur commun aux méthodes de type décomposition de domaine. Afin de pallier cette difficulté, une *stratégie à deux échelles* est mise en place et est illustrée sur un exemple modèle.

## II. FORMULATION DU PROBLÈME - PARTITIONNEMENT DU MILIEU

On considère une structure élastique soumise à un chargement quasi-statique dans les hypothèses des petites perturbations. Afin de briser la globalité en espace de son équilibre et pouvoir pratiquer un traitement en *parallèle*, elle est partitionnée en sous-structures et interfaces. Toutes deux sont des entités mécaniques à part entière ; le comportement de chacune est défini par ses propres variables auxquelles sont associées ses propres équations.

## 1. Comportement des sous-structures

Considérons la sous-structure  $\Omega^E$  (figure 1). C'est une structure en équilibre avec son propre environnement, limité aux interfaces qui l'entourent. Elle est soumise à des forces de volume  $f_d$ , des densités d'effort  $F^E$  et déplacements  $W^E$  sur sa frontière  $\partial\Omega^E$ .

Dans ce cadre de l'élasticité linéaire, le problème associé à la sous-structure  $\Omega^E$  est de trouver  $(W^E ; F^E)$  vérifiant

– les équations de liaison :

$$\exists U^E \text{ «régulier»}, \quad \varepsilon^E = \varepsilon(U^E), \quad U^E|_{\partial\Omega^E} = W^E \quad (1)$$

– les équations d'équilibre :

$$\exists \sigma^E, \text{ champ de contraintes en équilibre avec } f_d \text{ et } F^E \quad (2)$$

– la partie de la relation de comportement qui est linéaire, qui se restreint ici à :

$$\sigma^E = \mathbf{K} \varepsilon^E$$

où  $\mathbf{K}$  est l'opérateur de Hooke caractéristique du matériau.

## 2. Comportement des interfaces

Considérons la liaison  $L^{EE'}$  qui relie les sous-structures  $\Omega^E$  et  $\Omega^{E'}$  (figure 2). Son état est défini par les valeurs sur sa surface  $\Gamma^{EE'}$  de  $(W^E ; F^E)$  et  $(W^{E'} ; F^{E'})$ , qui sont respectivement les couples déplacement-effort décrivant son action sur les sous-structure  $\Omega^E$  et  $\Omega^{E'}$ .

Le comportement d'une telle interface dépend du type de liaison entre sous-structures qu'elle représente. Par exemple :

– pour une liaison parfaite :

$$F^E + F^{E'} = 0 \quad \text{et} \quad W^E = W^{E'} \quad (4)$$

– pour une liaison «effort imposé» ou «déplacement imposé», le traitement est identique à celui d'une liaison parfaite ; toutefois, les conditions en déplacement ou en effort sont imposées au bâti  $E'$ , qui est une sous-structure particulière.

D'autres types de liaison sont bien entendu envisageables [6].

## 3. Méthode de résolution

La structure étudiée étant l'assemblage des sous-structures  $\Omega^E$  et des interfaces  $L^{EE'}$ , son état est caractérisé par  $s = \approx_E (W^E ; F^E)$  défini sur  $\approx_E \partial\Omega^E$ . Suivant la méthode dite à grand incrément de temps [7], les équations sont partagées en deux groupes. On note :

□  $\mathbf{A}_d$ , l'ensemble des  $s$  qui vérifient les équations du premier groupe, à savoir les équations de liaison (1), d'équilibre (2), et la loi de Hooke (3) des sous-structures  $\Omega^E$  ;

□  $\Gamma$ , l'ensemble des  $s$  qui vérifient les équations du deuxième groupe, à savoir le comportement (4) des liaisons  $\Gamma^{EE'}$ .

Le problème initial consiste alors à rechercher l'intersection de  $\mathbf{A}_d$  et  $\Gamma$ . La méthode de résolution est *itérative* : on construit successivement un élément de  $\mathbf{A}_d$  et de  $\Gamma$  au travers de deux étapes, chacune ayant une direction de recherche constituant les paramètres de la méthode.

□ L'étape locale est la recherche de  $\hat{s}_{n+1/2}$  (connaissant  $s_n$ ) tel que  $\hat{s}_{n+1/2} \in \Gamma$  et vérifiant la direction de recherche

$$(\hat{F}_{n+1/2} - F_n) - k(\hat{W}_{n+1/2} - W_n) = 0 \quad (5)$$

Cette étape se traduit par un problème local sur les interfaces.

□ L'étape globale est la recherche de  $s_{n+1}$  (connaissant  $\hat{s}_{n+1/2}$ ) tel que  $s_{n+1} \in \mathbf{A}_d$  et vérifiant la direction de recherche

$$(F_{n+1} - \hat{F}_{n+1/2}) + k(W_{n+1} - \hat{W}_{n+1/2}) = 0 \quad (6)$$

Cette étape se traduit par un problème global uniquement par sous-structure : la formulation en déplacement de ce problème est un problème d'élasticité par sous-structure.

L'affectation par processeur, par exemple, d'une sous-structure ainsi que de ses interfaces reliées, permet alors de paralléliser le traitement. Les seuls points de synchronisation sont, une fois par itération, l'échange de messages entre processeurs pour

rafraîchir les données «bord» et calculer un indicateur d'erreur ; aussi un point important est-il l'équilibrage des charges entre processeurs. Le choix d'un paramètre  $k$ , scalaire positif homogène à une raideur surfacique, pour définir les directions de recherche est lié à la convergence [6].

### III . EXEMPLE D'UNE ÉPROUVETTE BIAXIALE

Afin d'illustrer les performances de la méthode en élasticité linéaire sur des ordinateurs de type MIMD à mémoire distribuée, l'algorithme a été implanté dans le cadre du code éléments finis de type industriel CASTEM 2000. L'exemple présenté ici est celui d'une éprouvette biaxiale utilisée au laboratoire. L'utilisation de l'IBM SP1 du CEA de Saclay avec l'aide de P. VERPEAUX, a permis de traiter 3 tailles de problèmes dont la plus importante est représentée sur la figure 3, avec le partitionnement d'un seizième de la structure. Pour cet exemple à 31 sous-structures (réparties sur les 16 nœuds de calcul disponibles), les caractéristiques sont données dans la table 1.

Les résultats sont obtenus pour une bonne solution à la 100<sup>ème</sup> itération. La table 1 donne le coût des trois simulations. Seul pour le premier maillage le calcul direct a pu être réalisé sur cet ordinateur : le coût a été de 4 300 s. Pour un découpage donné le coût augmente faiblement avec le nombre de degrés de liberté.

Calcul direct			Sous structuration					
ddl	éléments	encombr <sup>t</sup>	ddl (par s-s)	éléments (par s-s)	encombr <sup>t</sup> (par s-s)	encombr <sup>t</sup> total	coût (par proc.)	coût cumulé
175 740	11 961	2 160 Mo	6 573	364	25 Mo	750 Mo	<b>194 s</b>	<b>2 910 s</b>
259 077	18 471	4 000 Mo	10 011	600	45 Mo	1 350 Mo	<b>340 s</b>	<b>5 100 s</b>
340 734	24 764	6 400 Mo	12 687	800	71 Mo	2 130 Mo	<b>580 s</b>	<b>8 700 s</b>

Table 1 : comparaison des caractéristiques et coût des simulations

### IV . ÉLABORATION D'UNE STRATÉGIE MULTI-ÉCHELLES

Lorsque le nombre de sous-structures croît, la convergence des méthodes de décomposition de domaine se dégrade [1]. Ceci peut être interprété par le fait qu'un découpage de la structure en sous-structures rompt a priori un certain nombre de couplages entre sous-structures, couplages dont les effets doivent être recouverts au cours des itérations. Aussi, plus le découpage est important, plus les effets à grande longueur d'onde dans la structure sont difficiles à atteindre, comme dans le cas de structures élancées en flexion, exemple modèle présenté figure 4 (64 sous-structures de 512 éléments). L'algorithme proposé fait intervenir une longueur caractéristique  $L_0$  dans la valeur optimale du paramètre  $k = E / L_0$  où  $E$  est le module d'Young du matériau [7] ; elle est liée à celle des effets à rechercher. Pour capturer ceux-ci, un mécanisme d'échange global d'information sur la structure ([9] [3]) est généralement efficace ; une approche à *deux échelles* est ainsi mise en place. L'échelle fine est traitée par l'approche précédente avec une longueur caractéristique  $L_1$ , alors qu'au niveau de la grande échelle, les valeurs effectives sont obtenues de façon directe, avec une adaptation de l'approche de BRAMBLE [1]. Il est à noter que les valeurs optimales des paramètres (figure 5) sont liées aux échelles :  $L_0 \approx 2 L$ , alors que  $L_1 \approx 0,25 l$ .

### RÉFÉRENCES

1. BRAMBLE J. H., PASCIAK J. E. & SCHATZ A. H. ; "The construction of preconditioners for elliptic problems by substructuring. I", Math. of Comp., Vol. 47, n° 175, pp. 103-134 (1986).
2. ESCAIG Y., VAYSSADE M. & TOUZOT G. ; "Une méthode de décomposition de domaine multifrontale multiniveaux", Revue Europ. des Éléments Finis, Vol. 3, n° 3, pp. 311-337 (1994).
3. FARHAT C., MANDEL J. & ROUX F.-X. ; "Optimal properties of the FETI domain decomposition method", Com. Meth. in Appl. Mech. and Eng., Vol. 115, pp. 365-385 (1994).
4. GLOWINSKI R., LE TALLEC P. ; "Augmented Lagrangian interpretation of the nonoverlapping Schwarz alternating method", Proc. of Domain Decomposition Methods, SIAM, Philadelphie, pp. 225-231 (1990).
5. LADEVÈZE J. ; "Algorithmes adaptés aux calculs vectoriel et parallèle pour des méthodes de décomposition de domaine", Actes du 3<sup>ème</sup> colloque Tendances Actuelles en Calcul de Structures, pp. 893-907 (1985).
6. LADEVÈZE P. ; "Mécanique non linéaire des structures : modélisation et calcul", (à paraître).
7. LADEVÈZE P., LORONG Ph.; "A large time increment approach with domain decomposition technique for mechanical non linear problems", Proc. of Computing Methods in Applied Sciences and Engineering, INRIA, pp. 569-578 (1992).
8. LIONS P.-L. ; "On the Schwarz alternating method. III. A variant for non overlapping subdomains", Cahiers Mathématiques de la décision, n°8913, CEREMADE, (1990).
9. MANDEL J. ; "Balancing domain decomposition", Comm. in Num. Meth. in Eng., Vol. 9, pp. 233-241 (1993).
10. YAGAWA G. et al. ; "A parallel finite element method with a supercomputer network", Comp. & Struct., Vol. 47, n° 3, pp. 407-418 (1993).

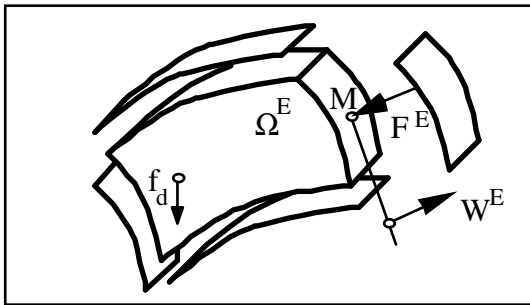


Figure 1 : sous-structure

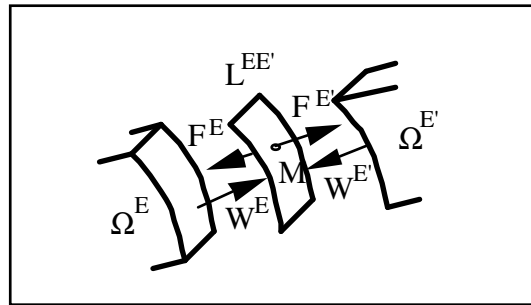


Figure 2 : interface

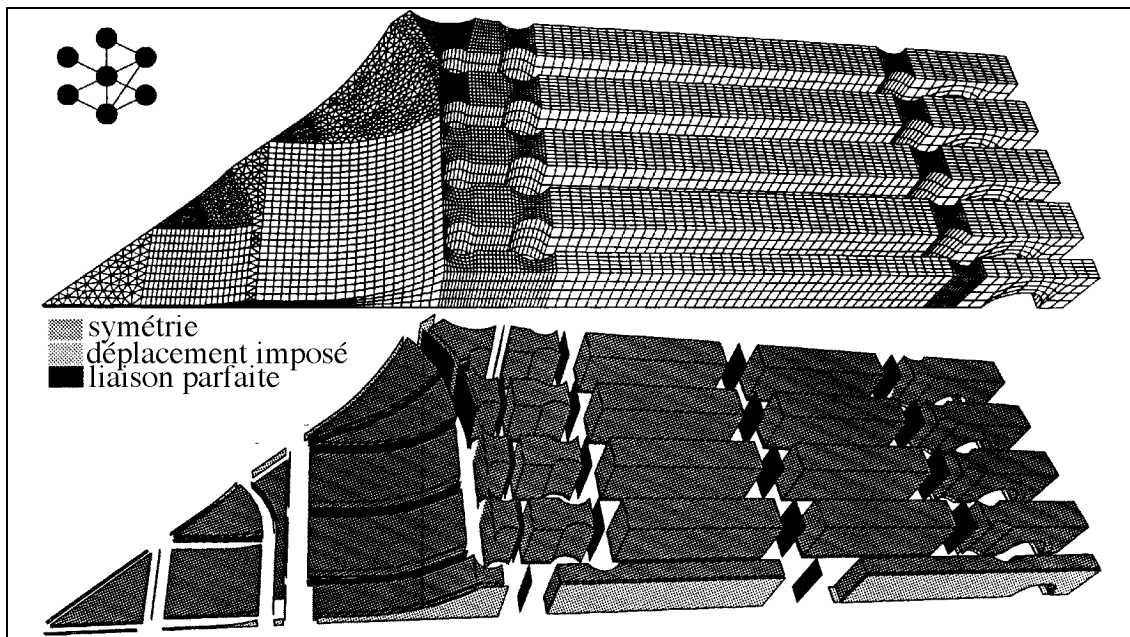


Figure 3 : maillage et partitionnement d'un seizième de l'éprouvette

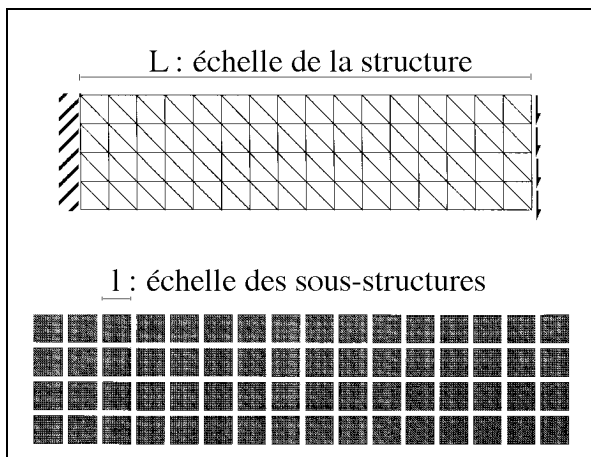


Figure 4 : échelles utilisées

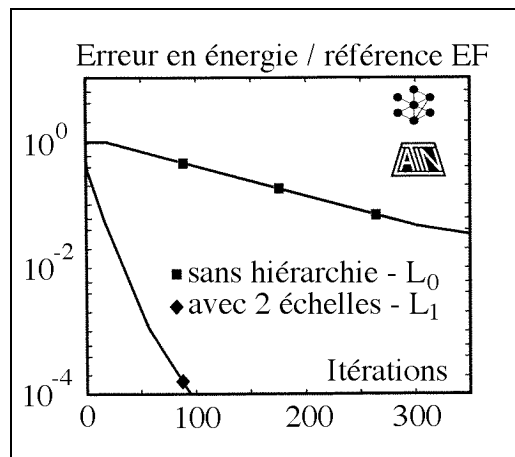


Figure 5 : convergence