



HAL
open science

Weak convergence of the integrated number of level crossings to the local time for Wiener processes

Corinne Berzin-Joseph, José R. León

► To cite this version:

Corinne Berzin-Joseph, José R. León. Weak convergence of the integrated number of level crossings to the local time for Wiener processes. Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série I, Mathématique, 1994, 319, pp.1311-1316. <hal-00319481>

HAL Id: hal-00319481

<https://hal.science/hal-00319481v1>

Submitted on 10 Jan 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Comptes rendus de
l'Académie des sciences.
Série 1, Mathématique

Académie des sciences (France). Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série 1, Mathématique. 1984-2001.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter utilisationcommerciale@bnf.fr.

Statistique/Statistics

Weak convergence of the integrated number of level crossings to the local time for Wiener processes

Corinne BERZIN-JOSEPH and José R. LEON

Abstract – Let $\{X_t, t \in [0, 1]\}$ be a Wiener process defined on (Ω, A, P) with covariance function $r(t, s) = E(X_t X_s) = \inf\{t, s\}$. We define the regularized process $X_t^\varepsilon = \varphi_\varepsilon * X_t$, with φ_ε a kernel that approaches Dirac's delta function. We study the convergence of

$$Z_\varepsilon(f) = \varepsilon^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{N^{X^\varepsilon}(x)}{c(\varepsilon)} - L_X(x) \right] f(x) dx$$

when ε goes to zero, with $N^{X^\varepsilon}(x)$ the number of crossings for X^ε at level x in $[0, 1]$ and $L_X(x)$ the local time of X in x on $[0, 1]$.

Convergence faible du nombre de franchissements intégré vers le temps local pour un processus de Wiener

Résumé – Soit $\{X_t, t \in [0, 1]\}$ un processus de Wiener défini sur (Ω, A, P) dont la covariance r vérifie $r(t, s) = E(X_t X_s) = \inf\{t, s\}$. Nous définissons le processus régularisé $X_t^\varepsilon = \varphi_\varepsilon * X_t$, où φ_ε est un noyau qui approxime la fonction delta de Dirac. Nous étudions la convergence de

$$Z_\varepsilon(f) = \varepsilon^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{N^{X^\varepsilon}(x)}{c(\varepsilon)} - L_X(x) \right] f(x) dx$$

quand ε tend vers zéro, $N^{X^\varepsilon}(x)$ désignant le nombre de franchissements par X^ε du niveau x sur $[0, 1]$ et $L_X(x)$ le temps local de X en x sur $[0, 1]$.

Version française abrégée – Récemment M. Wschebor [6] a montré que, pour presque-tout w , les accroissements du processus de Wiener, comme fonction du temps, convergent au sens de la convergence des moments, vers une distribution gaussienne standard. Ce résultat peut être généralisé à la convergence de

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) N^{X^\varepsilon}(x) \left(\frac{\pi}{2} \varepsilon \right)^{1/2} \|\varphi\|_2^{-1} dx$$

vers $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) L_X(x) dx$ où f est une fonction suffisamment régulière.

Nous nous intéressons à la convergence en loi de la différence convenablement normalisée entre ces deux variables *i.e.* $Z_\varepsilon(f)$.

Nous montrons que $Z_\varepsilon(f)$ converge en loi, quand ε tend vers zéro, vers $\sigma \int_0^1 f(X_s) dW_s$ où W_\bullet est un mouvement brownien indépendant de X_\bullet .

Les auteurs dans un autre article [1] ont considéré le même problème pour des processus gaussiens stationnaires dont la covariance est de la forme : $r(t) = 1 - L(t) |t|^{2\alpha}$ où $0 < \alpha < 1$.

Le processus d'Orstein-Ulhenbeck est un cas particulier ($\alpha = 1/2$) et les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus pour le processus de Wiener.

HYPOTHÈSES ET NOTATIONS :

(H1) Sur le processus $X : \{X_t, t \in [0, 1]\}$ est un processus de Wiener de covariance $r(t, s) = E(X_t X_s) = \inf\{t, s\}$. Dans ce qui suit, nous supposons $X(t)$ défini pour tout $t \in \mathbb{R}$, en définissant $X(t) = 0$ quand $t \notin \mathbb{R}^+$.

Note présentée par Jean-Pierre KAHANE.

(H2) Sur le noyau φ : φ est pair, $\varphi \geq 0$, $\text{supp } \varphi \subseteq [-1, 1]$, φ est C^1 , $\int_{-1}^{+1} \varphi(t) dt = 1$.

Nous définissons $\psi = \varphi * \varphi$.

(H3) Sur la fonction f : $f \in C^2$ et f'' est bornée.

Nous définissons : $g(x) = \sqrt{\pi/2} |x| - 1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} H_{2n}(x)$, où $\{H_n, n \geq 0\}$ sont les polynômes d'Hermite, orthogonaux par rapport à la mesure standard gaussienne et dont le coefficient dominant est égal à 1.

$$\dot{Y}_t^\varepsilon = \sqrt{\varepsilon} \frac{\dot{X}_t^\varepsilon}{\|\varphi\|_2}, \quad Z_\varepsilon(f) = \varepsilon^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \left[\frac{N^{X^\varepsilon}(x)}{c(\varepsilon)} - L_X(x) \right] dx$$

où

$$c(\varepsilon) = \sqrt{\frac{2}{\pi\varepsilon}} \|\varphi\|_2, \quad \theta(x) = \frac{\psi(x)}{\|\varphi\|_2^2}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad \sigma_0^2 = \int_0^1 E[f^2(X_s)] ds.$$

$\text{Ent}\{z\}$, $z \in \mathbb{R}$, désigne la partie entière de z .

Remarque. – Le processus \dot{Y}_t^ε est réduit sur $\{t > \varepsilon\}$.

THÉORÈME. – Sous les hypothèses (H1), (H2) et (H3) nous avons :

$Z_\varepsilon(f)$ converge en loi vers Y lorsque ε tend vers zéro, $Y \in L^2(\Omega)$ et la loi conditionnelle de $(Y/X_s, 0 \leq s \leq 1)$ est celle d'une loi normale centrée dont la variance est aléatoire et égale à

$$\sigma^2 \int_0^1 f^2(X_s) ds \quad \text{où} \quad \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} E[g(Z_1(u))g(Z_2(u))] du$$

et $(Z_1(u), Z_2(u))$ est un vecteur gaussien centré de matrice de covariance

$$\begin{pmatrix} 1 & \theta(u) \\ \theta(u) & 1 \end{pmatrix}.$$

Remarque. – On peut encore dire que la variable aléatoire Y est l'intégrale stochastique de $f(X_s)$ par rapport au mouvement brownien W , limite de $S_t^\varepsilon = (1/\sqrt{\varepsilon}) \int_0^t g(\dot{Y}_s^\varepsilon) 1_{[M\varepsilon, 1]}(s) ds$ où $M > 0$ est « suffisamment grand » i.e.

$$Y = \sigma \int_0^1 f(X_s) dW(s).$$

1. RESULT.

THEOREM. – Under hypothesis (H1), (H2) and (H3) we have:

$Z_\varepsilon(f)$ converges weakly when ε tends to zero towards a r.v. $Y \in L^2(\Omega)$ and the conditional distribution $(Y/X_s, 0 \leq s \leq 1)$ is Gaussian with zero mean and random variance equal to

$$\sigma^2 \int_0^1 f^2(X_s) ds \quad \text{where} \quad \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} E[g(Z_1(u))g(Z_2(u))] du$$

and $(Z_1(u), Z_2(u))$ is a two-dimensional Gaussian vector with zero mean and covariance matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & \theta(u) \\ \theta(u) & 1 \end{pmatrix}.$$

Remark. – One could say that the limit random variable Y is the stochastic integral of $f(X_s)$ with respect to the Brownian Motion W limit of $S_t^\varepsilon = (1/\sqrt{\varepsilon}) \int_0^t g(\dot{Y}_s^\varepsilon) 1_{[M\varepsilon, 1]}(s) ds$ where $M > 0$ is “large enough” *i.e.*

$$Y = \sigma \int_0^1 f(X_s) dW(s).$$

2. PROOFS. – As in [1] start with the decomposition of $Z_\varepsilon(f)$:

$$Z_\varepsilon(f) = \varepsilon^{-1/2} \int_0^1 f(X_s^\varepsilon) g(\dot{Y}_s^\varepsilon) ds + \varepsilon^{-1/2} \int_0^1 [f(X_s^\varepsilon) - f(X_s)] ds.$$

Splitting the integrals in $[0, M\varepsilon]$ and $[M\varepsilon, 1]$, $M > 0$ will be chosen “large enough” (we shall not give here an explicitly lower bound for M), we get

$$\begin{aligned} Z_\varepsilon(f) &= \varepsilon^{-1/2} \int_0^{M\varepsilon} f(X_s^\varepsilon) g(\dot{Y}_s^\varepsilon) ds + \varepsilon^{-1/2} \int_{M\varepsilon}^1 f(X_s^\varepsilon) g(\dot{Y}_s^\varepsilon) ds \\ &\quad + \varepsilon^{-1/2} \int_0^{M\varepsilon} [f(X_s^\varepsilon) - f(X_s)] ds \\ &\quad + \varepsilon^{-1/2} \int_{M\varepsilon}^1 [f(X_s^\varepsilon) - f(X_s)] ds = I_1 + T_1 + I_2 + T_2. \end{aligned}$$

The proof proceeds as follows: we can prove that I_1 , I_2 and T_2 converge to zero in $L^2(\Omega)$ when ε goes to zero; hence the important term in the development of $Z_\varepsilon(f)$ is T_1 and we can show that $E[T_1^2]$ converges to $\sigma^2 \sigma_0^2$.

Then we prove that $(X_t^\varepsilon, S_t^\varepsilon)$ converge weakly for the finite-dimensional distributions to $(X_t, \sigma W_t)$. Furthermore the vectors $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_m})$ and $(W_{t_1}, W_{t_2}, \dots, W_{t_m})$ are independent for all t_1, t_2, \dots, t_m belonging to $[0, 1]$ and $m \in \mathbb{N}^*$.

Remark. – Contrary to [1] we have been able to show the tightness in the convergence of S_t^ε (and therefore the independence of X_t and W_t as processes).

To finish the proof we are interested with the convergence of T_1 . A construction such as the stochastic integral's allows to conclude *i.e.* we consider a discrete version of T_1 defining

$$Z_\varepsilon^n(f) = \varepsilon^{-1/2} \sum_{i=1}^n f(X_{(i-1)/n}^\varepsilon) \int_{(i-1)/n}^{i/n} g(\dot{Y}_s^\varepsilon) 1_{[M\varepsilon, 1]}(s) ds$$

and

$$Z^n(f) = \sum_{i=1}^n f(X_{(i-1)/n}) [W_{i/n} - W_{(i-1)/n}] \sigma.$$

We know from above that $Z_\varepsilon^n(f) \rightarrow Z^n(f)$, weakly as ε goes to zero. On the other hand, we can prove that $\|Z^n(f) - Z^{n+p}(f)\|_2 \rightarrow 0$ as n goes to infinity, for every $p > 0$.

This implies that there exists a r.v. $Y \in L^2(\Omega)$ such that: $Z^n(f) \rightarrow Y$ in $L^2(\Omega)$ when n goes to infinity; furthermore, we can characterize this variable using the asymptotic independence between X and W :

$$L(Y/X_s, 0 \leq s \leq 1) = N\left(0, \sigma^2 \int_0^1 f^2(X_s) ds\right).$$

To conclude to the convergence of T_1 , we prove that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \|T_1 - Z_\varepsilon^n(f)\|_2 = 0.$$

In what follows we shall only sketch the proof concerning the remark, *i.e.* we shall prove the weak convergence for the finite-dimensional distributions of S_t^ε to X_t .

For this we need the preliminary result

LEMMA. – For all $0 \leq s \leq 1$, $p \in \mathbb{N}$ and $\varepsilon > 0$,

$$E [g^{2p} (\dot{Y}_s^\varepsilon)] \leq \text{Cte.}$$

Let $[t_1, t_2]$ and $[t_3, t_4]$ be two intervals in $[0, 1]$ such that $t_2 < t_3$ i.e. $t_3 - t_2 = d \geq 2\varepsilon$ for ε small enough, then: $S_{t_2}^\varepsilon - S_{t_1}^\varepsilon$ and $S_{t_4}^\varepsilon - S_{t_3}^\varepsilon$ are independent. Therefore if we show that $\|S_{t+2\varepsilon}^\varepsilon - S_t^\varepsilon\|_2 \rightarrow 0$ and $S_t^\varepsilon - S_s^\varepsilon \rightarrow \sigma W(t - s)$ weakly, when ε goes to zero, the result follows.

The first result is a consequence of the lemma and Jensen’s inequality.

For the second statement we shall first assume that $s > 0$ and then $s > M\varepsilon$ for ε small enough.

$$\begin{aligned} S_t^\varepsilon - S_s^\varepsilon &= \varepsilon^{-1/2} \int_s^t g(\dot{Y}_u^\varepsilon) 1_{[M\varepsilon, 1]}(u) du \\ &= \varepsilon^{-1/2} \int_s^t g(\dot{Y}_u^\varepsilon) du = \varepsilon^{-1/2} \sum_{k=0}^{N(\varepsilon)-1} Z_k^\varepsilon + B_{t,s}^\varepsilon \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} N(\varepsilon) &= \text{Ent} \left\{ \frac{t-s}{2\varepsilon} \right\}, \\ Z_k^\varepsilon &= \int_{s+2k\varepsilon}^{s+2(k+1)\varepsilon} g(\dot{Y}_u^\varepsilon) 1_{[M\varepsilon, 1]}(u) du = \int_{s+2k\varepsilon}^{s+2(k+1)\varepsilon} g(\dot{Y}_u^\varepsilon) du \end{aligned}$$

and

$$B_{t,s}^\varepsilon = \varepsilon^{-1/2} \int_{s+2N(\varepsilon)\varepsilon}^t g(\dot{Y}_u^\varepsilon) 1_{[M\varepsilon, 1]}(u) du = \varepsilon^{-1/2} \int_{s+2N(\varepsilon)\varepsilon}^t g(\dot{Y}_u^\varepsilon) du.$$

Using the lemma we get $E [B_{t,s}^\varepsilon]^2 = O(\varepsilon)$.

In what follows we use Bernstein’s method to show the asymptotic normality in the same form as for mixing random variables. This is possible because Z_k^ε are 1-dependent.

Define $l(\varepsilon) = \text{Ent} \{(N(\varepsilon)-1)/(p(\varepsilon)+q(\varepsilon))\}$ with $p(\varepsilon)$ and $q(\varepsilon)$ two integer functions that will be chosen later and that tend to infinity when ε goes to zero [3].

$$H_j = [(j-1)(p+q), j(p+q)-q], \quad u_j = \varepsilon^{-1/2} \sum_{k \in H_j} Z_k^\varepsilon, \quad j = 1, l$$

Random variables u_j are independent because the Z_k^ε are 1-dependent.

On the other hand using Lindeberg’s method we compute for $h \in C_k^3$ (space of functions three times differentiable such that h, h', h'' and h''' are bounded)

$$\begin{aligned} &\left| E \left[h \left(\varepsilon^{-1/2} \sum_{k=0}^{N(\varepsilon)-1} Z_k^\varepsilon \right) - h(Y) \right] \right| \\ &= |E [h(u+v+w) - h(Y)]| \\ &\leq |E [h(u+v+w) - h(u+w)]| \\ &\quad + |E [h(u+w) - h(u)]| + |E [h(u) - h(y)]| \\ &\quad + |E [h(y) - h(Y)]| = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \end{aligned}$$

where Y is Gaussian with $\sigma^2(t-s)$ variance and zero mean, $u = \sum_{j=1}^l u_j$, $v = \varepsilon^{-1/2} \sum_{k \in I} Z_k^\varepsilon$

and $w = \varepsilon^{-1/2} \sum_{k \in H} Z_k^\varepsilon$, $I = [0, N(\varepsilon) - 1] \setminus \left(H \cup \bigcup_{j=1}^l H_j \right)$, $H = [l(p+q), N(\varepsilon) - 1]$,

$y = \sum_{j=1}^l y_j$ where y_j are independent zero mean Gaussian variables with the same variance

as u_j and independent from u_j .

We bound every term separately.

For I_1 . - $I_1 \leq \|h'\|_\infty [E(v^2)]^{1/2}$.

Using the 1-dependent property and the stationarity of Z_k^ε we get:

$$E(v^2) \leq 3\varepsilon^{-1} \text{card}(I) E[Z_0^2(\varepsilon)]$$

On the one hand, $\text{card}(I) \leq l(\varepsilon)q(\varepsilon)$ and on the other hand using the lemma, it's easy to show that $E[Z_0^2(\varepsilon)] \leq Cte\varepsilon^2$. Thus I_1 goes to zero under the first condition $q(\varepsilon)/p(\varepsilon) \rightarrow 0$ when ε goes to zero.

For I_2 . - In the same fashion using that $\text{card}(H) \leq Ctep(\varepsilon)$ for $\varepsilon < \varepsilon_0$, we obtain the result under the second condition $\varepsilon p(\varepsilon) \rightarrow 0$ when ε goes to zero.

For I_3 . - Using a result of [3], we show that

$$I_3 \leq Ctel(\varepsilon) E[|u_1^3|] \leq Ctel(\varepsilon) [E(u_1^4)]^{3/4}.$$

To prove the tightness of S_t^ε we need a moment inequality that implies $E(u_1^4) \leq Cte\varepsilon^2 p^2(\varepsilon)$ which thanks to the second condition yields the result.

For I_4 . - This term is a Gaussian one and we only have to work with the convergence of the variance i.e. to show that $\text{var}(y) \rightarrow \text{var}(Y)$ when ε goes to zero.

Since Z_k^ε is stationary, one has:

$$\begin{aligned} \text{var}(y_j) &= \text{var}(u_j) = E(u_j^2) \\ &= \frac{p(\varepsilon) + 1}{\varepsilon} E[Z_0^2(\varepsilon)] + 2 \frac{p(\varepsilon)}{\varepsilon} E[Z_0(\varepsilon) Z_1(\varepsilon)]. \end{aligned}$$

But

$$E[Z_0^2(\varepsilon)] = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k}^2 (2k)! \int_s^{s+2\varepsilon} \int_s^{s+2\varepsilon} \left[\theta\left(\frac{u-v}{\varepsilon}\right) \right]^{2k} du dv.$$

Setting $(u-s)/\varepsilon = x$ and $(v-s)/\varepsilon = y$

$$\begin{aligned} E[Z_0^2(\varepsilon)] &= \varepsilon^2 \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k}^2 (2k)! \int_0^2 \int_0^2 [\theta(x-y)]^{2k} dx dy \\ &= 2\varepsilon^2 \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k}^2 (2k)! \int_0^2 (2-x) [\theta(x)]^{2k} dx \end{aligned}$$

and in the same way

$$\begin{aligned} E[Z_0(\varepsilon) Z_1(\varepsilon)] &= \varepsilon^2 \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k}^2 (2k)! \int_0^2 \int_2^4 [\theta(x-y)]^{2k} dx dy \\ &= \varepsilon^2 \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k}^2 (2k)! \int_0^2 x [\theta(x)]^{2k} dx. \end{aligned}$$

Hence:

$$\begin{aligned} \text{var}(y) = & 4 \varepsilon l(\varepsilon) [p(\varepsilon) + 1] \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k}^2 (2k)! \int_0^2 [\theta(x)]^{2k} dx \\ & - 2 \varepsilon l(\varepsilon) \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k}^2 (2k)! \int_0^2 x [\theta(x)]^{2k} dx. \end{aligned}$$

Since $\varepsilon l(\varepsilon) p(\varepsilon) \rightarrow (t-s)/2$ when ε goes to zero

$$\text{var}(y) \rightarrow 2(t-s) \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k}^2 (2k)! \int_0^2 [\theta(x)]^{2k} dx = (t-s) \sigma^2.$$

Remark. – For $s = 0$, we consider

$$\begin{aligned} S_t^\varepsilon = & \varepsilon^{-1/2} \int_0^t g(\dot{Y}_u^\varepsilon) 1_{[M\varepsilon, 1]}(u) du = \varepsilon^{-1/2} \int_0^a g(\dot{Y}_u^\varepsilon) 1_{[M\varepsilon, 1]}(u) du \\ & + \varepsilon^{-1/2} \int_a^t g(\dot{Y}_u^\varepsilon) du \quad \text{for } 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_a. \end{aligned}$$

The second term tends weakly to $\sigma W(t-a)$ and the first one can be bounded in $L^2(\Omega)$ by:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\varepsilon} \int_{M\varepsilon}^a \int_{M\varepsilon}^a E[g(\dot{Y}_u^\varepsilon) g(\dot{Y}_v^\varepsilon)] du dv \\ & = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k}^2 (2k)! \int_{M\varepsilon}^a \int_{M\varepsilon}^a \left[\theta\left(\frac{u-v}{\varepsilon}\right) \right]^{2k} du dv \leq \text{Cte } a. \end{aligned}$$

Letting ε and then a go to zero the result follows.

Note remise le 13 septembre 1994, acceptée le 20 septembre 1994.

REFERENCES

- [1] C. BERZIN, J. R. LEON and J. ORTEGA, Level crossings and local time for regularized Gaussian processes, *Probab. Theory Related Fields*, Prepubl. Univ. of Paris-Sud, 1993 (submitted).
- [2] P. BREUER and P. MAJOR, Central limit theorems for non-linear functionals of Gaussian fields, *J. Multivariate Anal.*, 13, 1983, pp. 425-441.
- [3] P. DOUKHAN, J. R. LEON and F. PORTAL, Calcul de la vitesse de convergence dans le théorème Central limite vis-à-vis des distances de Prohorov, Dudley et Levy dans le cas de variables aléatoires dépendantes, *Probab. Math. Statist.*, 6, fasc. 1, 1985, pp. 19-27.
- [4] H. HWAI-CHUNG and S. TZE-CHIEN, Limiting distributions of non-linear vector functions of stationary Gaussian processes, *Ann. Probab.*, 18, 1990, pp. 1159-1173.
- [5] M. WSCHEBOR, *Surfaces aléatoires : mesure géométrique des ensembles de niveau*, Lecture Notes in Math., 1147, Springer, 1985.
- [6] M. WSCHEBOR, Sur les accroissements du processus de Wiener, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 315, Series I, 1992, pp. 1293-1296.

C. B. J. : Université Paris-Sud, Laboratoire de Statistique Appliquée,
Centre d'Orsay, Bât. n° 425, 91405 Orsay Cedex, France;
J. R. L. : Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela,
AP: 47197, Los Chaguaramos, Caracas 1041-A, Venezuela.