HAL
open science

Théorie des graphes et représentations des distances : chronocartes et autres représentations

Alain L'Hostis

To cite this version:

Alain L'Hostis. Théorie des graphes et représentations des distances : chronocartes et autres représentations. Philippe Mathis. Graphes et réseaux, modélisation multiniveau, Lavoisier, pp.215-230, 2003, Information Géographique et Aménagement du Territoire. hal-00315310

HAL Id: hal-00315310

https://hal.science/hal-00315310v1

Submitted on 28 Aug 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Chapitre 10

Théorie des graphes et représentation des distances : chronocartes et autres représentations

Alain L'HOSTIS

10.1. Introduction

Née de la résolution de questions concrètes difficilement solubles graphiquement (comme le problème du cheminement par les ponts de Königsberg résolu par Euler, ou le problème des quatre couleurs mis à jour pour la première fois par le cartographe Guthrie en 1852) la théorie des graphes compose un appareil mathématique qui permet d'appréhender des problèmes dans un champ très vaste.

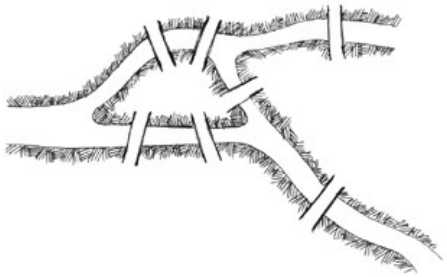


Figure 10.1. ***L****es ponts de Königsberg*

Dans les domaines de la Géographie, de l'Aménagement, et de l'Urbanisme, la théorie des graphes est utilisée pour aborder des questions posées dans le domaine des réseaux (qu'il s'agisse de réseaux de transport et de communication ou encore de réseaux sociaux). La démarche générale est fondée sur la traduction de ces problèmes dans le langage mathématique de la théorie des graphes de manière à pouvoir les traiter en utilisant, par exemple, les propriétés de connectivité, ou encore en explorant les chemins minimaux. C'est la raison pour laquelle, dans ses applications aux sciences humaines et sociales, la théorie des graphes traite principalement des propriétés mathématiques et beaucoup moins de la représentation graphique des nœuds et des arcs[1]. En retournant vers les questions graphiques qui lui ont donné naissance, c'est le versant de la théorie des graphes qui a trait à la représentation (la réalisation des graphe) que nous voulons développer ici, dans ses applications à des problématiques de l'analyse spatiale.

La théorie des graphes étant particulièrement adaptée (cf. autres chapitres du livre) à la modélisation des réseaux de transport, la représentation du graphe du réseau peut constituer une piste de travail pour répondre à la difficile question de la représentation des distances.

Une illustration classique du difficile problème de la représentation des distances nous est fournie par Müller [MUL 79, p. 216]. Sur la figure 10.2, on a disposé trois villes notées p, q et r. Il existe une autoroute reliant les villes q et r une autre entre q et p, tandis que r et p sont reliées par une petite route. Le chemin le plus court en durée entre ces deux dernières villes passe par la ville q et s'effectue en autoroute. La question que pose Müller est la suivante : « comment déterminer, sur une carte à l'échelle du temps, la position des points p, q et r tandis que le plus court chemin d'un point à un autre n'est plus la ligne droite ? » [MUL 79, p. 215].

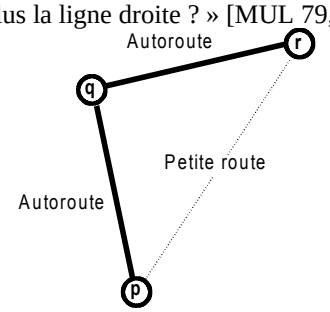


Figure 10.2. *Représentation des plus courts chemins*

1 Quand on étudie la théorie des graphes, une des seules propriétés qui a trait à leur représentation –leur réalisation– est la notion de graphe planaire. Un graphe est dit planaire si l'on peut le dessiner sur un plan de sorte que les sommets soient des points distincts, les arêtes des courbes simples et que deux arêtes ne se rencontrent pas en dehors de leurs extrémités.

La ligne droite ne correspond presque jamais à la forme générale des déplacements, c'est-à-dire à la forme générale de la distance géographique. En conséquence, comme le posent Angel et Hyman, « si l'on souhaite étudier les transports dans un cadre géométrique, on doit développer des théories géographiques non euclidiennes » [ANG 72, p. 366]. Dans cet esprit, nous allons commencer par établir une forme générale de la distance sur un graphe à partir des définitions de base de la théorie des graphes. Le but est de donner une forme mathématique à une mesure géographique : la distance ainsi construite permettra de s'appuyer sur un corpus mathématique, de mieux envisager la dimension spatiale associée aux transports et aux déplacements et, enfin, de questionner les représentations cartographiques utilisées en Géographie.

Pour aborder le champ des représentations nous allons construire une méthode de lecture des distances sur une carte. La confrontation de ces mesures lues avec celles fournies par les données géographiques permettra de caractériser les différentes représentations selon leur capacité à représenter les distances géographiques.

10.2. Une distance sur le graphe

Les distances mathématiques sont des mesures entre objets qui respectent les propriétés de positivité, d'unicité, de séparation et de l'inégalité triangulaire. Du point de vue mathématique comme du point de vue de l'interprétation géographique, une des propriétés les plus fondamentales des distances est celle de l'inégalité triangulaire, car c'est elle qui introduit l'idée de minimum [L'HO 97, p. 102 et 113]. La distance entre deux objets est associée à la mesure de l'écartement le plus petit que l'on puisse trouver. En illustration de ce principe, sur le schéma de Müller la distance entre les points p et r peut prendre deux formes : si on la mesure en kilomètres la distance est donnée par la petite route, tandis que si on la calcule en durée de transport la distance emprunte l'itinéraire autoroutier passant par le point q.

On dispose, dans la théorie des graphes, d'une application particulière appelée écart qui associe une valeur au plus court chemin :

> si a et b sont deux sommets d'un graphe G, l'écart e (a, b) est donné par la longueur du plus court chemin entre a et b.

Si l'on considère le cas d'un graphe valué[2], la longueur d'un chemin correspond à la somme des valeurs associées aux arcs qui le composent. Avec l'écart, on construit une application qui, à un couple d'éléments de l'ensemble des sommets S, associe une valeur dans R. Il faut remarquer que dans cette définition il n'y a aucune

2 Dans un graphe valué on associe une valeur numérique à chacun des arcs.

précision sur les propriétés mathématiques de l'application. On ne précise pas, en particulier, si l'écart est métrique, c'est-à-dire s'il respecte les propriétés des distances.

Dans le cas général d'un graphe non valué, Flament indique la construction d'une métrique à partir de l'écart [FLA 68, p. 39]. La seule condition sur le graphe est que la valeur associée à une liaison entre deux sommets soit identique dans chaque sens. Le graphe doit donc être symétrique. L'écart d'un point à un autre est considéré nul. Défini sur un graphe non valué symétrique, avec les conventions pour les chemins infinis et nuls, l'écart est une métrique.

Sur un graphe valué, pour que l'écart soit une distance au sens mathématique, on doit vérifier une à une les propriétés métriques (symétrie, positivité, séparation et inégalité triangulaire) pour tout couple de sommets. Cela se traduit par deux conditions qui permettent d'établir une distance de graphe [L'HO 97, p. 137] :

– le graphe doit être symétrique,

– pour un graphe valué, les valeurs associées aux arcs doivent être strictement positives.

Remarquons que le critère de calcul des chemins minimaux de la distance peut intégrer la durée de transport, le coût, la longueur des trajets, mais aussi les différents modes de transport (avec une qualité des liaisons qui peut être homogène ou non) ou encore la nature de ce qui est transporté. Dans le cas où le graphe considéré n'est pas symétrique, on ne peut construire qu'une métrique non-symétrique, structure qui appartient au champ plus général des métriques appauvries[3]. Bien que la non symétrie soit le cas général des distances géographiques (en temps ou en coût) nous nous bornerons ici à l'analyse des distances symétriques, en considérant une simplification des données recueillies.

Il faut insister sur le fait que la distance ainsi définie est purement mathématique : elle est uniquement la mise en correspondance de couples de lieux avec une mesure qui prend la forme d'un écart. C'est un objet mathématique qui caractérise les données géographiques mais qui n'a pas a priori de traduction immédiate et univoque dans la sphère des représentations cartographiques.

10.3. Une distance sur la carte

Si la carte géographique fournit d'abord une information sur la localisation des lieux, elle renseigne aussi sur les relations entre les localisations. En particulier, la

3 Pour plus d'éléments sur ces structures et leur emploi en analyse spatiale voir [HUR 90, p. 225]

lecture d'une carte routière permet d'élaborer des itinéraires et de déterminer les distances qui leur sont associées.

Pour définir la fonction de distance dont on peut disposer sur une carte, Müller [MUL 79, p. 224] introduit la notion de "distance graphique". Cette distance est définie sous une forme euclidienne : on considère que la longueur d'un chemin entre deux points de la carte est directement proportionnelle à la longueur du segment rectiligne qui les relie. Or, les déplacements que l'on réalise dans l'espace géographique empruntent des infrastructures de transport qui entre deux lieux choisis au hasard, ont très peu de chances de définir une ligne droite. Ainsi pour mesurer une distance kilométrique sur une carte routière le lecteur doit transformer mentalement la distance graphique pour obtenir une mesure utile : la sinuosité de la route et l'importance des détours du trajet permettent de corriger, à la hausse, la longueur euclidienne d'un itinéraire. Dans ce contexte, la distance euclidienne offre une première approche de la mesure. Ensuite, celle-ci est ajustée par des informations sur les infrastructures empruntées. En fait le concept de la distance "à vol d'oiseau", sur lequel est basée la distance graphique de Müller, ne peut pas être utilisé pour la lecture d'une représentation cartographique si l'on souhaite comprendre la logique des déplacements.

C'est pourquoi il est nécessaire d'introduire une notion différente, celle de "longueur visuelle" [L'HO 97, p. 137], qui est dérivée de la distance graphique de Müller. La longueur visuelle d'une liaison entre deux points est égale à la longueur du chemin correspondant. Si, par exemple, le chemin prend la forme de plusieurs segments mis bout à bout, la longueur visuelle correspond à la somme des longueurs des segments. La longueur visuelle n'est donc pas une notion euclidienne. Il faut remarquer que, définie de cette façon, la longueur visuelle n'est disponible entre deux points que s'il existe un chemin. La longueur visuelle permet, en particulier, de fournir une mesure des itinéraires et des chemins à partir de la réalisation d'un graphe, c'est-à-dire à partir de la représentation graphique d'un réseau de transport.

En abandonnant la distance graphique au profit de la longueur visuelle nous perdons la référence à la métrique. La motivation de ce choix apparaît si l'on se réfère au schéma de Müller (figure 10.2). La longueur visuelle de la liaison entre p et q correspond à la distance entre p et q si on la mesure en kilomètres. Mais cela n'est pas vrai si on calcule la distance en durée de transport. Dans ce cas, la longueur visuelle lue sur la représentation le long de la petite route n'est pas une distance puisqu'elle ne correspond pas à la mesure minimum possible dans l'espace-temps.

En découplant les notions de distance (notion géographique) et de longueur visuelle (notion cartographique) on ouvre la voie à une meilleure compréhension des représentations de la distance.

Ainsi définie, la notion de longueur visuelle remet en cause le mode d'utilisation habituel de l'échelle de la carte. En effet, sur une carte géographique classique, l'échelle a pour fonction de fournir des mesures de distance kilométrique à vol d'oiseau : il s'agit clairement d'une conception euclidienne de la distance. Ce mode d'utilisation de l'échelle implique le postulat de la vérification de l'isotropie et de l'uniformité des espaces représentés, deux propriétés qui ne peuvent être considérées comme acquises quand on aborde les espaces géographiques.

La longueur visuelle établit une mesure qui, convertie grâce à l'échelle de la représentation, produit une distance géographique. Il s'agit ici d'une utilisation non-euclidienne de l'échelle de la carte. Une représentation cartographique des distances sera jugée satisfaisante si les distances lues sont cohérentes avec les données de départ qui sont des distances géographiques.

Pour Bunge, il y a deux manières de représenter les distances : on peut montrer sur une carte classique des chemins qui peuvent être sinueux, ou bien on peut représenter les distances sous une forme simplifiée mais sur une carte déformée [BUN 66]. La seconde approche fait référence aux anamorphoses introduites par Tobler [TOB 63, p. 59-78], et consiste à déplacer les localisations des lieux en fonction des distances[4]. Cette seconde approche est celle qui nous intéresse car elle mobilise directement la représentation du réseau de transport.

10.4. Cartes en ressort

Pour illustrer l'impact des moyens de transport sur les relations spatiales, Tobler s'intéresse à la représentation des distances dans une zone montagneuse [TOB 97]. Le jeu de données de départ est constitué par des mesures de distances kilométriques réelles qui empruntent des itinéraires souvent sinueux. Le degré de circuité du graphe associé (défini comme la mesure de l'écart entre les distances en kilomètres et les distances à vol d'oiseau [KAN 63, p. 93-121]) est donc très élevé[5]. La carte en ressort est construite à partir d'un ensemble de lieux qui sont positionnés à leur localisation chorotaxique [CAU 84, p. 40], c'est-à-dire que leur position dans le plan de la carte n'est pas modifiée par anamorphoses.

4 Sur le sujet lire [CAU 96] (www.cybergeo.presse.fr).
5 Pour des développements et des analyses autour du degré de circuité voir [CHA 97, p. 330].

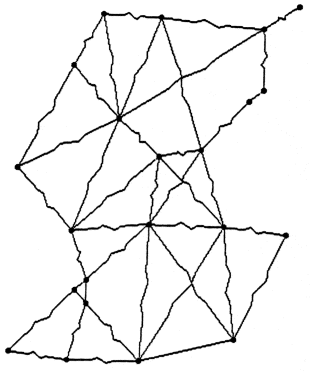


Figure 10.3. *Graphe en ressort du réseau routier du Colorado occidental*

Le principe de la représentation en ressort est de dessiner la liaison existant entre deux points de l'espace sous la forme d'un ressort dont la longueur est proportionnelle à la longueur en kilomètres. Par référence à la distance euclidienne, les liaisons plus longues que le vol d'oiseau sont représentées sous la forme d'un ressort plus ou moins comprimé. Ce principe graphique permet de représenter des chemins plus longs que la ligne droite, sans modifier la localisation des extrémités.

Pour lire une telle carte, il est nécessaire de s'extraire de nos réflexes euclidiens car la distance entre les lieux est indiquée par un chemin qui n'est pas une ligne droite. Cette distance ne peut être comprise qu'en utilisant la longueur visuelle, car la distance graphique définie par Müller nous renvoie des mesures euclidiennes. La lecture de la carte se fait en évaluant l'intensité de la compression des ressorts : plus le ressort est comprimé, plus la liaison est difficile (autrement dit plus elle comporte de détours et de pentes dues au milieu montagneux qui abaissent la vitesse moyenne) et plus elle s'éloigne de la ligne droite. La représentation est construite autour d'une référence directe à la distance euclidienne, mais une référence qui est implicite. On retrouve ici le statut de l'espace euclidien tel que Cauvin l'a proposé, comme étant celui d'espace de référence [CAU 84, p. 72].

Le graphique en ressort peut être vu comme la réalisation d'un graphe. Le graphe est celui du réseau de transport considéré, valué par des mesures effectuées sur le réseau, et sa réalisation obéit à deux contraintes :

– les sommets du graphe sont placés à la position chorotaxique des nœuds qu'ils modélisent ;

– la longueur des arcs du graphe est proportionnelle à la valeur associée,

– les arcs du graphe sont dessinés sous la forme de ressorts qui assurent la proportionnalité des longueurs.

Les distances kilométriques considérées ici étant symétriques, elles définissent une distance de graphe. Le principe de construction de la carte en ressort permet d’établir une représentation cohérente avec la structure mathématique associée. C’est là le principal mérite de ce type de carte qui est de proposer une représentation des distances qui reste cohérente avec des mesures réelles, bien que celles-ci échappent au domaine euclidien.

A partir des mesures représentées sur la carte en ressort, Tobler propose ensuite des anamorphoses tridimensionnelles. Le principe adopté est de faire glisser la localisation des lieux sur un axe vertical pour distendre les distances à vol d’oiseau en trois dimensions. Une régression au sens des moindres carrés permet de trouver une configuration qui minimise l’erreur cumulée sur toutes les liaisons (figure 10.4.).

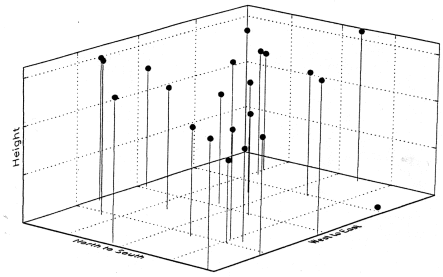


Figure 10.4. *Distances routières approximées par déplacement des nœuds dans la troisième dimension*

Ensuite, une surface de transport peut être calculée par interpolation, en construisant un continuum s’appuyant sur les lieux positionnés précédemment (figure 10.5.). Il est possible de retrouver les distances entre lieux en utilisant une mesure le long de la surface bidimensionnelle.

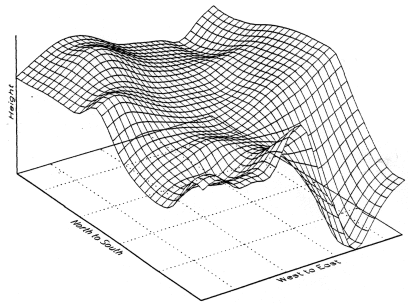


Figure 10.5. ***S****urface de transport construite par interpolation*

Imaginons de tracer sur cette surface le réseau de transport originel. Cette réalisation du graphe permettrait de retrouver une cohérence entre les distances réelles et les distances représentées, à l’instar de ce que propose la carte en ressort.

Si l'on considère que les données de départ permettent de construire une distance de graphe (où la positivité et la symétrie sont vérifiées), la représentation graphique proposée est cohérente tant avec ces données qu'avec la structure mathématique qu'elles sous-tendent, donc aussi avec la réalité géographique.

Le principe de construction de la surface de transport interpolée comporte cependant deux différences importantes avec le mode de représentation de la carte en ressort. D'abord, la régression et l'interpolation introduisent une erreur qui, même si elle est minimisée, fait entrer la représentation dans le domaine approximatif, les mesures prises devant intégrer une erreur associée. Ensuite l'utilisation de la troisième dimension implique un système de projection sur la surface en deux dimensions de la feuille de papier qui porte l'image. Et, là aussi, on introduit une approximation, quoique de nature différente, due aux angles de projection. Cette approximation peut-être en grande partie réduite si l'on aide le lecteur à reconstruire mentalement la troisième dimension. Sur la figure 10.6, la déformation de la grille, les faces cachées (au sud de la surface) et le repère tridimensionnel invitent le lecteur à entrer dans la troisième dimension de la carte, et l'aident à reconstruire la topologie de la surface.

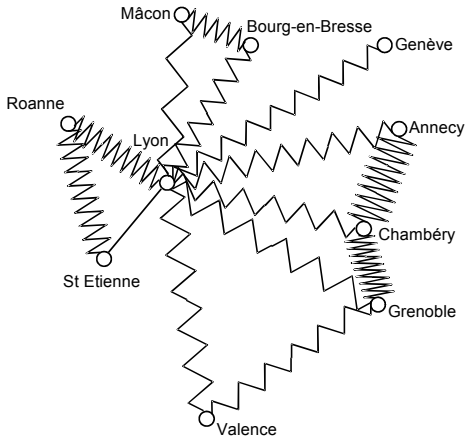


Figure 10.6. ***G****raphique "en ressort" de la région lyonnaise*

La seconde application que nous proposons [PLA 87, p. 12] (figure 10.7.) montre la qualité de service du réseau ferroviaire de la région lyonnaise. La valeur des arcs du graphe indique la qualité de service qui est elle-même construite à partir de la qualité de desserte ligne par ligne.

Visuellement, sur les cartes en ressort, il est difficile de percevoir directement la longueur exacte des arcs. On perçoit en premier l’aspect plus ou moins “comprimé” du ressort qui fournit une indication de la longueur de celui-ci. La notion de longueur visuelle, qui est donnée par la longueur totale du ressort, ne résulte pas ici d’une perception visuelle directe. Dans le cas du graphique en ressort, on est plus proche de l’idée d’une transformation mentale effectuée par le lecteur de la carte, que d’une perception visuelle directe et proportionnelle. Mais cette transformation mentale ne procède-elle pas de l’apprentissage inhérent à tout système de représentation non classique ? Comme l’avance Tobler, ces représentations peuvent sembler étranges de prime abord, mais ceci est largement dû à notre penchant favorable aux cartes plus traditionnelles et aussi plus familières, et qui fait que nous avons tendance à considérer que seules les cartes conventionnelles sont réalistes et correctes [TOB 61, p. 164].

Pour répondre au problème de la représentation des distances, la réalisation du graphe en trois dimensions offre d’autres latitudes, et autorise d’autres modes de représentation qui s’apparentent pour partie aux explorations de Tobler. Nous allons maintenant présenter les cartes en relief d’espace-temps, sous l’angle de la cohérence avec les données initiales, mais aussi en comparaison avec les systèmes présentés jusqu’ici.

10.4. Chronocartes : cartes en relief d’espace-temps

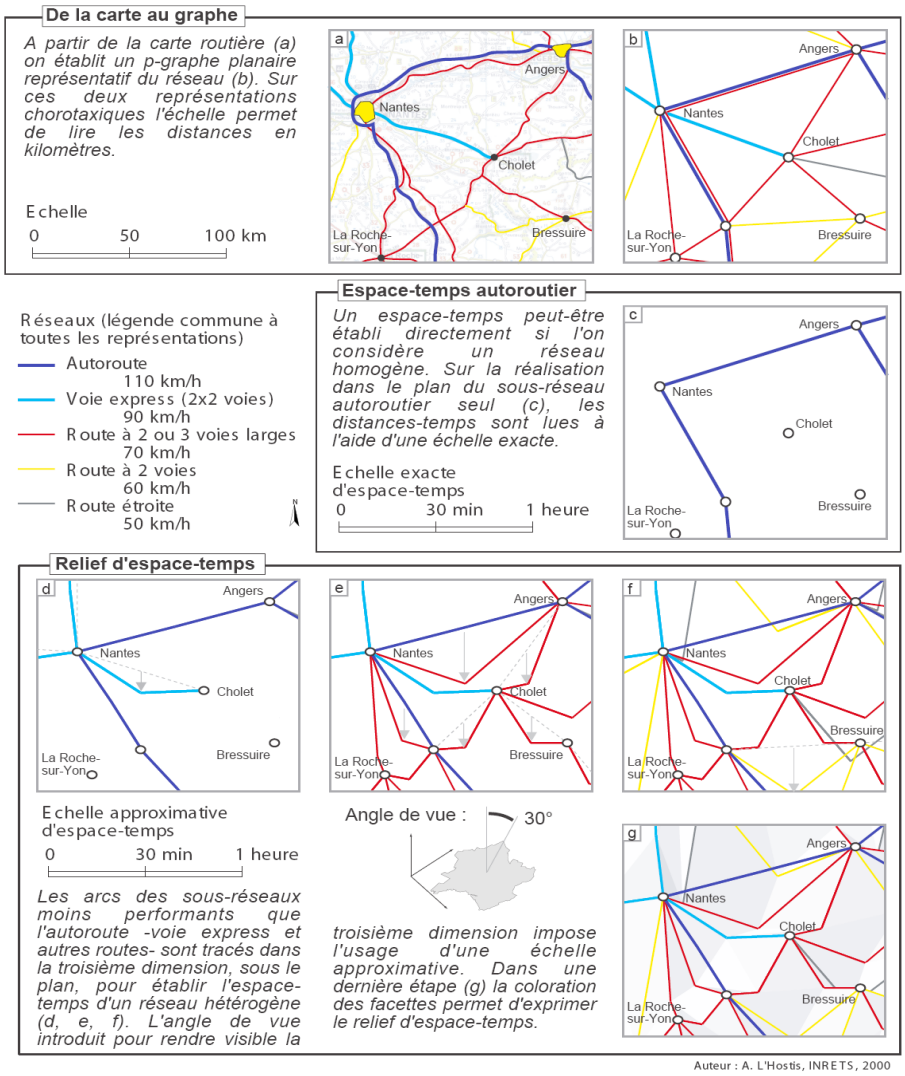
Les cartes en relief d’espace-temps, ou chronocartes, visent à représenter un espace de transport déformé par la coexistence de moyens de transport aux performances diverses [L’HO 96, p. 37-43]. Dans le domaine du transport de passagers, la vitesse et le coût au kilomètre varient très fortement selon les modes, mais aussi au sein d’un mode, selon la qualité et le type des infrastructures empruntées. L’habitant d’Aurillac qui désire se rendre en voiture à sa préfecture de région, Clermont-Ferrand, commence par rouler sur une route nationale à une vitesse moyenne de 60 km/h pour rejoindre une entrée d’autoroute à partir de laquelle il circulera à 110 km/h de moyenne. Dans cet exemple, la portion autoroutière du trajet est parcourue presque près de deux fois plus rapidement que la partie sur route. La possibilité d’articuler entre eux les sous-réseaux du système de transport étant très fortement conditionnée par la nature des réseaux, la cartographie d’un tel espace de transport doit rendre compte de la forme des réseaux de transport et du caractère hétérogène du système. Cette question difficile, qui, dans les anamorphoses, est traitée en dilatant l’espace de manière non homogène en fonction de la qualité des liaisons, est résolue sur la carte en relief par le recours à la troisième dimension. Pour représenter ces distances, on n’intervient pas sur la localisation des lieux, mais sur la façon de dessiner les liaisons.

Les chronocartes sont construites à partir d'un graphe (figure 10.7, étape b). Le graphe représentatif du réseau de transport doit être planaire saturé pour permettre la construction de la surface tridimensionnelle (figure 10.7, étape g). Pour respecter l'hétérogénéité du réseau, le graphe prend la forme d'un p-graphe[6], dans lequel chaque sous-réseau apparaît comme un graphe partiel[7]. Ainsi, entre Nantes et Angers, l'autoroute et la route se superposent dans le p-graphe, et chaque réseau infrastructurel est envisagé comme un graphe partiel du p-graphe. Les sommets du graphe reprennent les villes principales de l'espace considéré, mais également les lieux singuliers dont la prise en compte est nécessaire à une bonne compréhension du réseau de transport, tel l'échangeur autoroutier des Essarts situé entre la Roche-sur-Yon et Cholet. Le choix de la densité des sommets sur l'espace considéré est un des éléments déterminants de la forme du relief et donc de l'image produite et du message qu'elle véhicule. Une faible densité peut permettre de montrer l'effet des réseaux à maille large (TGV et autoroute) sur l'ensemble de l'espace, tandis qu'une densité plus importante permet d'exprimer la complexité des distorsions locales.

La représentation des distances dans un réseau homogène avec des liaisons peu éloignées de la ligne droite est aisée : sur la réalisation dans le plan du graphe autoroutier (étape c), la longueur des arcs réalisés est directement proportionnelle aux distances-temps et les erreurs associées sont faibles. Par contre, dans un réseau hétérogène, dans lequel le différentiel des vitesses de parcours (ou des coûts) est important, la proportionnalité des longueurs des arcs ne peut être respectée si ceux-ci sont dessinés sous la forme de segments dans le plan. Dans les cartes en relief d'espace-temps, les arcs moins performants sont tracés sous le plan des nœuds sous la forme de deux arcs brisés, de telle façon que leur longueur soit proportionnelle aux durées de parcours. Moins la liaison est performante et plus l'arc se creuse et s'éloigne de la ligne droite du plan (étapes d, e et f). Dernière étape, la coloration des faces du graphe en grisés permet de reconstruire la surface de transport et facilite la lecture du relief.

6 Dans un p-graphe il peut y avoir au plus p arcs distincts reliant le même couple de sommets.
7 Un graphe partiel G' d'un graphe G reprend l'ensemble de ses sommets, mais ne contient qu'une sous partie de ses arcs.

Figure 10.7. *Les étapes de construction d'une carte en relief d'espace-temps*



La chronocarte est construite comme la réalisation d'un graphe représentant un réseau de transport multimodal. Le principe de réalisation obéit à trois règles que l'on peut énoncer ainsi :

– la position des sommets du graphe correspond à leur position chorotaxique,

– la longueur des arcs du graphe est proportionnelle à leur longueur effective (que ce soit des kilomètres, des heures, etc.) ;

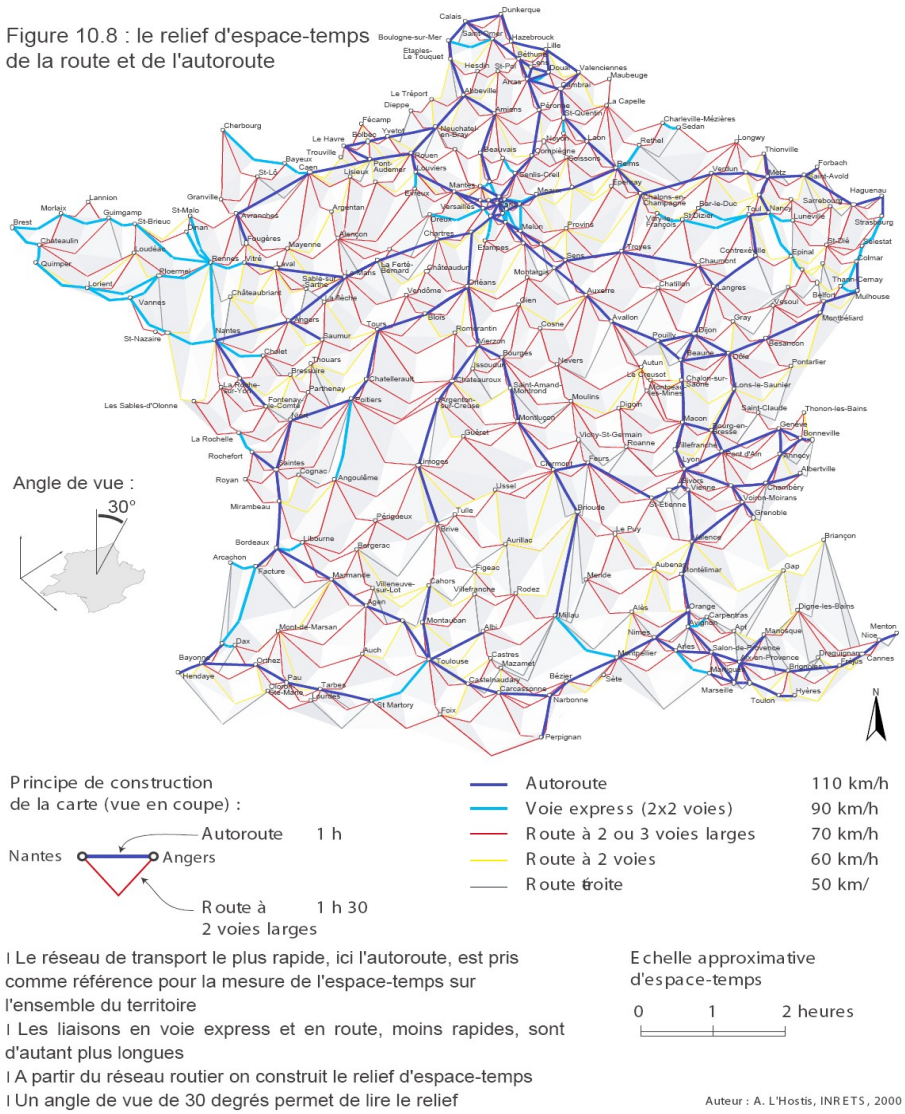
– pour permettre la proportionnalité des longueurs, les arcs s'inscrivent dans la troisième dimension.

Du point de vue de la réalisation des graphes, la parenté de ce principe de représentation avec celui des cartes en ressort de Tobler est très forte. La localisation des sommets est la même, et le principe de proportionnalité pour la longueur des arcs est commun. La seule différence réside dans la façon de tracer les arcs.

Autre point intéressant de comparaison des deux modèles, leur mode de représentation du continuum. Le passage de la réalisation du graphe à la surface de transport se fait chez Tobler à l'aide d'une régression selon un axe vertical puis par interpolation. Dans la carte en relief d'espace-temps, le passage de la réalisation du graphe est établi par le tracé des facettes du graphe en s'appuyant sur les arcs. Chaque facette triangulaire (le graphe doit être planaire saturé) est elle-même scindée en quatre triangles inscrits à partir des milieux des facettes. La surface ainsi construite subit ensuite la déformation des arcs du graphe. La surface est associée au graphe routier et non au graphe autoroutier car l'accès à l'espace banal n'est possible qu'à partir de la route. Cette idée de l'universalité du réseau routier [DUP 94, p. 146] définie par Dupuy, Tobler l'exprime en définissant la frontière du réseau : la frontière du réseau routier est constituée par le bord de la chaussée, tandis que la frontière du réseau autoroutier est constituée par les points d'accès [TOB 61, p. 89]. Sur la carte en relief, la pente des arcs traduit directement la vitesse relative associée : plus la pente est prononcée, plus la vitesse sur liaison est faible par rapport à la vitesse maximale possible figurée par le plan des sommets occupé par le réseau autoroutier. Par construction géométrique, la pente des facettes du graphe est plus forte que celle des arcs sur lesquels elles s'appuient. Ce qui signifie que la performance du sous-réseau interstitiel qui dessert l'espace de la facette est inférieure à celle des liaisons qui la bordent. Ce principe est cohérent avec celui de la hiérarchie du réseau : dans les réseaux de transport, la performance baisse avec la taille des mailles [PLA 91 p. 22]. La représentation du continuum, défini comme le dual du réseau, ne vient pas contredire le principe de la représentation en relief. Cependant, il faut attirer l'attention sur le fait que les distances que la carte en relief montre sont, en premier lieu, celles produites par le réseau de transport. La fonction première du continuum est ici graphique : les grisés des facettes aident le lecteur à se figurer la troisième dimension, tout comme la grille déformée utilisée par Tobler.

Les chronocartes montrent l’espace sous la forme non de couches planes, mais de surfaces complexes superposées. L’image de la figure 10.8. montre deux sous-réseaux du réseau routier de transport qui s’étagent en couches superposées dans la troisième dimension et qui n’entrent en contact qu’aux lieux des échangeurs autoroutiers, illustration directe de l’effet tunnel des infrastructures rapides.

Figure 10.8. ***L****e relief d'espace-temps de la route et de l'autoroute*



Chacun des espaces s’inscrit suivant un relief propre : l’autoroute est dans le plan des villes, là où la ligne droite dessine le chemin le plus rapide mais où l’espace se réduit à un ensemble de points (l’espace-réseau), tandis que les autres réseaux épousent un relief qui est d’autant plus prononcé que l’accessibilité est faible (espace banal). L’espace de la route est une surface continue mais tourmentée, moins accessible, mais où le concept de proximité existe toujours. La carte montre un espace dualisé par la vitesse.

Les grands axes autoroutiers qui irriguent le territoire apparaissent nettement en s’inscrivant dans le plan des villes. Mais dans les interstices de ce réseau, le relief d’espace-temps montre les déficits d’accessibilité dus à la qualité inférieure des infrastructures. L’espace réseau de la Côte d’Azur, d’Avignon à Menton bien relié grâce à un maillage autoroutier dense contraste fortement avec l’espace-temps peu accessible des Alpes-de-Haute-Provence et des Hautes-Alpes.

La chronocarte de la route et de l’autoroute rend lisibles les itinéraires minimaux en durée de transport en montrant la dégradation des conditions relatives de circulation hors du réseau au gabarit autoroutier. Ainsi la relation Grenoble-Nice est assurée par la vallée du Rhône, selon un itinéraire autoroutier qui trace une vaste boucle dont la longueur visuelle reste inférieure à celle de l’itinéraire plus proche de la ligne droite par Gap et Digne qui traverse un relief d’espace-temps tourmenté.

Dans la formalisation du principe de construction des cartes en relief, la première contrainte porte sur la longueur des arcs sans qu’il soit question de leur longueur visuelle. En cela, on peut constater une différence avec le principe de construction des “cartes en ressort”. Sur les cartes en ressort, la longueur visuelle est directement proportionnelle à la longueur effective des arcs, même si la longueur visuelle des ressorts est davantage inférée que directement lue.

Les cartes en relief sont des vues particulières d’un modèle général en trois dimensions. La longueur des arcs du principe de construction est une contrainte sur ce modèle général. Les images, qu’elles soient réalisées à l’écran ou sur une feuille de papier, sont en deux dimensions. C’est sur les images seulement que l’on peut utiliser la notion de longueur visuelle. L’image est créée par la transformation d’une structure en trois dimensions – le modèle – en une forme en deux dimensions – la carte. Tout comme sur la surface de transport interpolée de Tobler, le jeu complexe des projections de la structure en trois dimensions sur le plan de la carte, provoque des perturbations dans les longueurs des arcs. Ces perturbations justifient le fait qu’on ait seulement une “échelle approximative” d’espace-temps sur les cartes en relief. La longueur visuelle dont on dispose sur les images n’est pas exactement proportionnelle à la longueur effective présente dans les données. Cela se traduit mathématiquement par le fait que la surface en trois dimensions et l’image finale ne

sont pas isométriques : il existe une distorsion due à la projection sur le plan. Pour les arcs s'inscrivant dans la troisième dimension, la distorsion entre les longueurs visuelles et les longueurs effectives n'est pas homogène. Elle est donc difficile à évaluer visuellement : il faut retrouver la position des segments en trois dimensions. C'est le rôle des grisés des facettes, de l'indication de l'angle de vue, que d'aider à reconstruire mentalement le relief pour rendre compréhensible la distorsion. Notons que, dans le principe général de construction des cartes en relief, il n'y a pas de contrainte sur les images, ce qui signifie que le réglage des paramètres de production de l'image découle des choix faits par le cartographe. Au modèle unique correspond l'infinité des images possibles, suivant le choix de l'angle de vue, ou encore celui du point de vue[8].

Si l'approximation due à la projection de la structure tridimensionnelle est commune avec celle des surfaces de transport interpolées de Tobler, à la différence de celles-ci, du point de vue du principe de construction, les cartes en relief d'espace-temps relèvent du domaine exact, au sens où la longueur des arcs du modèle en trois dimensions est strictement égale à celle provenant des données de départ.

10.5. Conclusion

La distance fait partie de ces notions qui prennent sens dans des disciplines très éloignées les unes des autres. Chez Tobler (pour qui toute carte résulte d'une transformation mathématique dont il suffit de modifier les paramètres), chez Müller [MUL 79, p. 215-227], ou encore chez Huriot et Perreur [HUR 90, p.225], la question de la représentation des distances, tant en Géographie que dans les autres disciplines qui s'intéressent à l'espace, fait référence de manière insistante aux mathématiques.

Dans cet esprit, les démarches de représentation exposées ici prennent toutes appui sur un graphe. L'objet même de cette contribution (la question de la représentation des distances) appelle un positionnement dans le champ des métriques. C'est ainsi que la distance de graphe à été définie. Les représentations sont toutes construites à partir de la réalisation d'un graphe. La lecture de la carte fait appel à des instruments de mesure (que sont l'échelle de la représentation et la longueur graphique) qui permettent de reconstruire la métrique de l'espace et d'en comprendre la distance.

8 Pour des cartes en relief de la Façade Atlantique selon un point de vue inhabituel voir [MAT 96, p. 97-111]

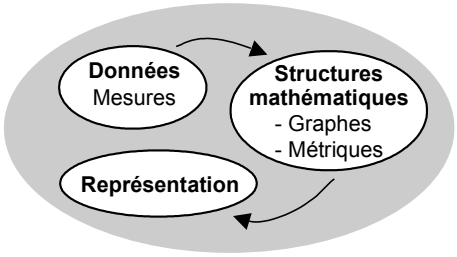


Figure 1.9. *Le rôle des structures mathématiques dans la représentation des distances*

Qu'elle soit implicite ou explicite, la référence aux structures mathématiques est nécessaire à la démarche de représentation des distances. Le recours aux formes mathématiques permet l'explicitation des principes et assure la liberté de contradiction [BUN 66, p. 2].

Les principes de représentation explicités ici démontrent les apports essentiels de l'utilisation des graphes pour la cartographie des distances et la compréhension des relations spatiales. Toutes les pistes sont loin d'avoir été explorées et les modèles recèlent d'importantes perspectives de développement. En effet, si les cartes en relief présentées montrent les liaisons sous la forme de deux segments brisés, rien n'interdit d'imaginer d'autres configurations, en utilisant des courbes par exemple.

Les cartographies de la distance peuvent difficilement être comprises sans un mode d'emploi (une échelle de correspondance et son mode d'utilisation) qui vient parfois bousculer l'ordre établi des conventions cartographiques.

Bibliographie

[ANG 72] Angel S., Hyman G.M., « Urban spatial interaction », *Environment and planning*, GB, vol. 4, 1972, p. 350-367.

[BUN 66] Bunge W., *Theoretical geography*, seconde éd. augmentée 1962, Lund : Gleerup (Lund studies in Geography), 1966, p. 60.

[CAU 96] Cauvin C., « Au sujet des transformations cartographiques de position », *Revue électronique Cybergéo* (www.cybergeo.presse.fr), 1996.

[CAU 84] Cauvin C., Espaces cognitifs et transformations cartographiques, thèse de doctorat d'état : Lettres et Sciences Humaines : Strasbourg, 1984, 304 f. dactyl.

[CHA 97] Chapelon L., Offre de transport et aménagement du territoire : évaluation spatio-temporelle des projets de modification de l'offre par modélisation multi-échelles des systèmes de transport, thèse Aménagement de l'espace et urbanisme : Université de Tours (C.E.S.A.), 1997, 558 p. dactyl.

[DUP 94] Dupuy G., « Réseaux », *in Encyclopédie d'économie spatiale : concepts - comportements – organisations*, sous la dir. de Jean-Paul Auray, Antoine Bailly, Pierre-Henri Derycke, Jean-Marie Huriot, Paris : Economica (Bibliothèque de science régionale), 1994, p. 145-151.

[FLA 68] Flament C., *Théorie des graphes et structures sociales*, Paris : Gauthier-Villars/Mouton (Mathématiques et sciences de l'homme), 1968, 166 p.

[HUR 90] Huriot J.M., Perreur J.,« Distances, espaces et représentations », *RERU*, France, n°2, 1990, p. 197-237.

[KAN 63] Kansky K., " Structure of transportation networks ", Chicago: Department of Geography, Research Paper n° 84, 1963, 155 p.

[L'HO 97] L'Hostis A., Image de synthèse pour l'aménagement du territoire : la déformation de l'espace par les réseaux de transport rapide, thèse de doctorat, Université de Tours, 1997, 306 p.

[L'HO 96] L'Hostis A., « Transports et Aménagement du territoire : cartographie par images de synthèse d'une métrique réseau », *Mappemonde*, n° 3, 1996, p. 37-43.

[MAT 96] Mathis P., « La Stratégie des réseaux de transport dans le grand Ouest » *in L'Entreprise Atlantique*, dirigé par Yves Morvan, Paris : Editions de l'Aube (Mondes en cours, Cités et territoires, IAAT), 1996, 115 p.

[MUL 79] Müller J.C., « La cartographie d'une métrique non euclidienne : les distances-temps », *L'Espace géographique*, France, vol. 8, n° 3, 1979, p. 215-227.

[PLA 91] Plassard F., « La Révolution T.G.V. », *in T.G.V. et aménagement du territoire*, Paris : Syros/alternatives (T.E.N.), 1991, 153 p.

[PLA 87] Plassard H., Routhier J.L., *Sémiologie graphique et évaluation*, Lyon : ARTUR, 1987, 72 p.

[TOB 97] Tobler W.R., « Visualizing the impact of transportation on spatial relations », Paper for the Western Regional Science Association meeting, Hawaii, 1997, 7 p. + annexes.

[TOB 63] Tobler W.R., « Geographic area and map projections », *Geographical review*, USA, vol. 53, 1963, p. 59-78.

[TOB 61] Tobler W., Map transformation of geographic space, Ph. D. Thesis: University of Washington, 1961, 183 p.