



HAL
open science

Analyse des suites aléatoires engendrées par des automates cellulaires et applications à la cryptographie

Bruno Martin

► **To cite this version:**

Bruno Martin. Analyse des suites aléatoires engendrées par des automates cellulaires et applications à la cryptographie. Journée de cryptanalyse et de sécurité de l'information, Mar 2007, Casablanca, Maroc. hal-00296811

HAL Id: hal-00296811

<https://hal.science/hal-00296811>

Submitted on 15 Jul 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Analyse des suites aléatoires engendrées par des automates cellulaires et applications à la cryptographie

Bruno Martin
Université de Nice–Sophia Antipolis,
Laboratoire I3S, UMR 6070 CNRS,
2000 route des lucioles, BP 121,
F-06903 Sophia Antipolis Cedex

24 mars 2007

Résumé

On s'intéresse aux interactions entre la cryptologie et les automates cellulaires. Il a été montré récemment qu'il n'existe pas de règle élémentaire d'automate cellulaire non-linéaire robuste à la corrélation. Ce résultat limite fortement l'usage d'automates cellulaires pour la construction de suites pseudo-aléatoires servant de clés utilisables en cryptographie à clé secrète. De plus, pour de tels mécanismes de génération de suites pseudo-aléatoires, Meier et Staffelbach ont proposé une technique de cryptanalyse efficace. Cependant, des pistes subsistent pour construire des automates cellulaires susceptibles d'engendrer de bonnes suites pseudo-aléatoires, que nous évoquerons à la fin de cet article.

Abstract : This paper considers interactions between cellular automata and cryptology. It is known that non-linear elementary rule which is correlation-immune don't exist. This results limits the use of cellular automata as pseudo-random generators suitable for cryptographic applications. In addition, for this kind of pseudo-random generators, a successful cryptanalysis was proposed by Meier and Staffelbach. However, other ways to design cellular automata capable to generate good pseudo-random sequences remain and will be discussed in the end of this article.

1 Les automates cellulaires

Les automates cellulaires (ou AC) ont été inventés par Ulam et von Neumann [11]. Il s'agit à la fois d'un modèle de système dynamique discret et d'un modèle de calcul. Un automate cellulaire est composé d'un ensemble bi-infini de cellules identiques qui peuvent prendre à un instant donné un état à valeurs dans un ensemble fini. Le temps est également discret et l'état d'une cellule au temps t est fonction de l'état au temps $t - 1$ d'un nombre fini de cellules appelé son «voisinage». À chaque nouvelle unité de temps, les mêmes règles sont appliquées à l'ensemble des cellules, produisant une nouvelle «configuration» de cellules dépendant entièrement de la configuration précédente. Nous nous restreindrons ici à des automates cellulaires sur un anneau de N cellules et dont l'ensemble des états est binaire.

Définition 1 *Un automate cellulaire est un ensemble fini de cellules identiques indicées par \mathbb{Z}_N . Chaque cellule est une machine d'états finis $C = (Q, f)$ où $Q = \mathbb{F}_2$ et f une application $f : Q \times Q \times Q \rightarrow Q$.*

Le fonctionnement de f , la *fonction de transition*, est le suivant : l'état de la cellule i au temps $t + 1$ (noté x_i^{t+1}) dépend des états des cellules $i - 1, i$ et $i + 1$ au temps t (le *voisinage* de la cellule i de rayon 1) :

$$x_i^{t+1} = f(x_{i-1}^t, x_i^t, x_{i+1}^t)$$

La fig. 1 illustre une transition d'un automate cellulaire sur un anneau de 8 cellules. Chacune des cellules pouvant prendre deux états, il existe $2^3 = 8$ configurations possibles d'un tel voisinage. Pour que l'automate cellulaire fonctionne, il faut définir quel doit être l'état, à l'instant suivant, d'une cellule pour chacun de ces motifs. Il y a $2^8 = 256$ façons différentes de s'y prendre, et donc 256 règles d'automates cellulaires différentes. Considérons la règle d'automate cellulaire définie par la table suivante :

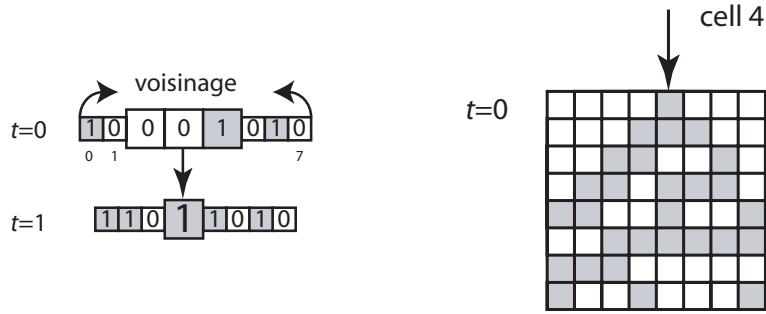


FIG. 1 – Transition de la cellule 3.

FIG. 2 – Evolution d'un AC.

$(x_{i-1}^t x_i^t x_{i+1}^t)$	111	110	101	100	011	010	001	000
x_i^{t+1}	0	0	0	1	1	1	1	0

(cela signifie que si, à un temps t donné, une cellule est à l'état «0», sa voisine de gauche à l'état «0» et sa voisine de droite à l'état «1», au temps $t + 1$ elle sera à l'état «1».) Si l'on part d'une configuration initiale où toutes les cellules sont à l'état «0» sauf une, on aboutit à la suite de configurations (appelée aussi *diagramme espace-temps*) décrit dans la figure 2. Par convention, la règle décrite ci-dessus est appelée «règle 30», car 30 s'écrit 00011110 en binaire et 00011110 correspond à la deuxième ligne du tableau.

Ces 256 automates cellulaires appelés également *élémentaires* ont été étudiés par Wolfram [13] qui a proposé une représentation alternative des règles qui peuvent être vues comme des fonctions Booléennes à (au plus) 3 variables. Par exemple, la fonction Booléenne qui correspond à la règle 30 est :

$$x_i^{t+1} = x_{i-1}^t \oplus (x_i^t \vee x_{i+1}^t) \quad (1)$$

où \oplus représente le «ou exclusif» et \vee l'opération du «ou logique». Puisque nous nous intéressons essentiellement à la qualité de l'aléatoire qu'on peut obtenir par l'évolution d'un automate cellulaire, il est possible d'exhiber des équivalences entre les règles élémentaires. Nous en présentons trois : la *conjonction*, la *réflexion* et celle qui est la *composition* des deux. Remarquons cependant que le contenu de la cellule i au temps t , x_i^t (obtenu de la configuration initiale x^0 par t itérations de la règle r) n'est pas le même que $(x_i')^t$ (obtenu par t itérations de la règle $r' \simeq r$) mais les comportements ont globalement les mêmes propriétés.

Rappelons qu'une règle élémentaire est toujours de la forme $f(x) = y$ avec $x \in (\mathbb{F}_2)^3$ et $y \in \mathbb{F}_2$. Nous noterons dans la suite \tilde{m} le mot obtenu de $m = m_0 m_1 \dots m_n$ en le lisant de la droite vers la gauche : $\tilde{m} = m_n m_{n-1} \dots m_0$ et \overline{m} le mot obtenu de m en le complémentant bit à bit : $\overline{m} = \overline{m_0} \dots \overline{m_n}$.

1.1 Conjonction

Soit la transformation : $y_i = \overline{f(\overline{x_i})}$ $i \in \llbracket 0, 7 \rrbracket$ alors, l'ensemble des entrées x est transformé en :

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	5	4	3	2	1	0

il reste encore à complémenter les sorties pour obtenir la règle équivalente par conjonction. Par cette transformation, la règle 30 est transformée en 135.

Une autre façon de voir la règle $r' \simeq_c r$ écrite sur 8 bits est : $\tilde{r} = \overline{r'}$, donc $r' = \overline{\tilde{r}}$.

1.2 Réflexion

Soit la transformation : $y_i = f(\tilde{x}_i)$ $i \in \llbracket 0, 7 \rrbracket$ alors, l'ensemble des entrées x est transformé en :

0	1	2	3	4	5	6	7
0	4	2	6	1	5	3	7

De cette manière, la règle 30 est transformée en 86.

1.3 Conjonction-réflexion

On compose les deux transformations précédentes pour obtenir : $y_i = \overline{f(\tilde{x}_i)}$ $i \in \llbracket 0, 7 \rrbracket$ alors, l'ensemble des entrées x est transformé en :

0	1	2	3	4	5	6	7
7	3	5	1	6	2	4	0

De cette manière, la règle 30 est transformée en 149.

2 Le chiffre de Vernam

Soit $P = p_1 p_2 \dots p_m$ un clair de m bits et $k_1 k_2 \dots k_m$ un flux binaire ; la clé k . Soit c_i le i^{e} bit du chiffré obtenu par application de l'opération de chiffrement $c_i = p_i \oplus k_i$. Le déchiffrement est obtenu grâce à l'idempotence de \oplus en recalculant $p_i = c_i \oplus k_i$ avec la même clé k .

Ce chiffre, appelé chiffre de Vernam, est *parfaitement sûr* [8, 3] pourvu que la clé soit une suite aléatoire parfaite et qu'elle ne soit utilisée qu'une seule fois. D'un point de vue pratique, pour utiliser ce chiffre, cela signifie qu'on doit pouvoir construire assez facilement des suites (pseudo)-aléatoires assez longues.

L'idée de Wolfram [12] est d'utiliser un automate cellulaire pour engendrer une telle suite pseudo-aléatoire en utilisant la suite des valeurs prises au cours du temps par une cellule fixée avec un automate cellulaire exécutant la règle 30 sur un anneau de N cellules à partir d'une configuration initiale qui joue le rôle de la clé du générateur de suite pseudo-aléatoire. L'application itérée de la règle locale f transforme celle-ci en une fonction Booléenne F à N variables qui, au bout d'un certain temps, combine les valeurs de la configuration initiale entre elles.

Dans les sections suivantes, nous verrons les faiblesses d'une telle réalisation en rappelant tout d'abord une attaque menée contre le générateur basé sur la règle 30. Nous montrerons ensuite en explorant l'ensemble des règles élémentaires, qu'il n'existe pas de règle élémentaire qui permette d'engendrer des suites pseudo-aléatoires de bonne qualité cryptographique.

3 L'attaque de Meier et Staffelbach

Nous rappelons l'attaque de Meier et Staffelbach [5] à clair/chiffré connus contre la règle 30. Le but est de trouver un chiffre équivalent qui ramène le problème de déduire la clé originale à celui de trouver celle du chiffre équivalent. Le chiffre équivalent possède un plus petit nombre de clés dont certaines ont une plus grande probabilité d'apparition. Ces remarques permettent de concevoir un algorithme d'attaque efficace.

La méthode est la suivante. On s'intéresse à la suite $\{x_i\}_t$ des valeurs prises par la cellule x_i étant donnée une configuration initiale $S(t) = \{x_{i-n}^t, \dots, x_i^t, \dots, x_{i+n}^t\}$, la clé. L'évolution de l'automate cellulaire est régi par la règle 30 qui peut être réécrite en utilisant la linéarité partielle :

$$x_{i-1}^t = x_i^{t+1} \oplus (x_i^t \vee x_{i+1}^t) \quad (2)$$

Par l'équation (1), les valeurs des cellules autour de x_i forment un triangle (cf. fig. 3).

Étant données les valeurs des cellules de deux colonnes adjacentes, la *complétion arrière* permet de reconstruire par (2) la totalité du triangle à gauche de la suite $\{x_i\}_t$. Par la complétion arrière, $N - 1$ valeurs de $\{x_i\}_t$ et $N - 2$ valeurs de $\{x_{i+1}\}_t$ déterminent la configuration initiale. De manière similaire, la clé peut être reconstruite à partir de $N - 2$ valeurs de $\{x_i\}_t$ et $N - 1$ valeurs de $\{x_{i-1}\}_t$.

$$\begin{array}{cccccccc}
x_{i-n}^t & \star & \dots & \star & x_{i-1}^t & x_i^t & x_{i+1}^t & \star & \dots & \star & x_{i+n}^t \\
& & & & & x_i^{t+1} & x_{i+1}^{t+1} & \star & \dots & \star & \\
& & & & \star & \vdots & \vdots & \star & & & \\
& & & & & \star & \star & \star & & & \\
& & & & & & x_i^{t+n} & & & &
\end{array}$$

FIG. 3 – Triangle déterminé par la configuration initiale.

Si on se donne $N - 1$ valeurs de la suite $\{x_i\}_t$, connaître la clé équivaut à la connaissance d’une des suites adjacentes. Celles-ci peuvent être considérées chacune comme une clé déterminant le reste de la suite. Le problème devient : trouver une suite adjacente puis déterminer la clé par complétion arrière.

Il y a certaines différences entre les suites adjacentes gauches et droites que nous expliquons pour un automate cellulaire général de largeur $2n + 1$ sans condition de bord. On suppose connue $\{x_i\}_t^{t+n}$. Selon la figure 3, le problème de trouver la suite adjacente gauche est équivalent par (1) à celui de compléter la totalité du triangle gauche. Réciproquement, la connaissance de $L = \{x_{i-n}^t, \dots, x_{i-1}^t\}$ et de $\{x_i\}_t$ équivaut à la connaissance de tout le triangle gauche. Remarquons que les valeurs de L ne peuvent pas être choisies au hasard. Par exemple, si $x_i^t = 1 \Rightarrow x_{i-1}^t = x_{i-1}^{t+1} + 1$.

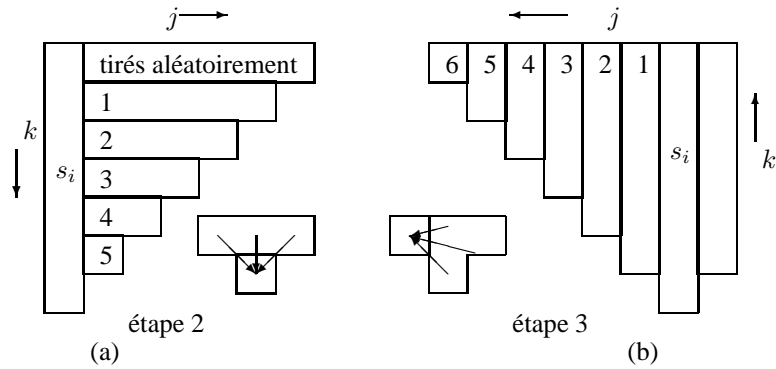


FIG. 4 – Explication du fonctionnement de l’algorithme. En (a), on illustre la complétion avant et en (b) la complétion arrière. On peut aussi voir le fonctionnement de l’algorithme comme si on appliquait le masque de droite dans le sens j, k pour (a) et k, j pour (b).

D’un autre coté, tout choix de $R = \{x_{i+1}^t, \dots, x_{i+n}^t\}$ mène à une complétion consistante vis à vis de $\{x_i\}_t$. En effet, par (2), pour tout élément de la suite adjacente droite x_{i+1}^t il existe un élément de la suite adjacente gauche x_{i-1}^t consistant avec la valeur suivante de la suite de référence x_i^{t+1} . De plus, selon (1), n’importe quel choix de $\{x_{i+2}^t, \dots, x_{i+n}^t\}$ mène à une extension consistante en $x_{i+2}^{t+1}, \dots, x_{i+n-1}^{t+1}$. En itérant ce procédé, on obtient le triangle de droite de la figure 3. Ce procédé, appelé *complétion avant*, construit une suite adjacente droite consistante avec la suite de référence pour tout choix de R .

Supposons à présent que l’automate cellulaire est un anneau de N cellules (ce qui signifie en particulier que $L = R$). Pour retrouver la clé, on peut calculer soit $R = \{x_i^t, \dots, x_{i+N-1}^t\}$, soit $L = \{x_{i-N+1}^t, \dots, x_i^t\}$. En s’appuyant sur les remarques précédentes, on obtient l’algorithme MS, illustré par la figure 4.

Algorithme MS

1. engendrer une clé aléatoire ;
2. complétion avant :
 - Pour** $k \in \{1, \dots, N - 2\}$
 - Pour** $j \in \{1, \dots, N - k - 1\}$
 - $x_{i+j}(t+k) \leftarrow x_{i+j-1}(t+k-1) \oplus (x_{i+j}(t+k-1) \vee x_{i+j+1}(t+k-1))$;
3. complétion arrière :
 - Pour** $j \in \{1, \dots, N - 1\}$
 - Pour** $k \in \{N - 1 - j, \dots, 0\}$
 - $x_{i-j}(t+k) \leftarrow x_{i-j+1}(t+k+1) \oplus (x_{i-j+1}(t+k) \vee x_{i-j+2}(t+k))$;
4. exécuter la règle 30 sur la config. init. obtenue ci-dessus pour générer la suite. Fin si coïncidence, sinon aller en 1.

Le fonctionnement de l'algorithme est illustré sur un exemple avec $N = 5$ par la fig. 5. Dans ce cas, la clé est $(x_i, \dots, x_{i+4}) = (0, 1, 0, 1, 1)$ et la suite pseudo-aléatoire $(0, 0, 1, 0, 0)$. A l'étape 1 de l'algorithme, les valeurs x_{i+1}, \dots, x_{i+4} sont choisies au hasard. Si x_{i+1} est à 1, alors par (1), la suite adjacente droite produite est indépendante du choix de x_{i+2}, x_{i+3} et x_{i+4} . C'est pour cela qu'ils sont marqués par «*» dans la fig. 5. Ainsi, il n'y a qu'une seule suite adjacente droite avec $x_{i+1} = 1$. Donc, avec probabilité $1/2$, la clé correcte est trouvée dès le premier essai.

x_{i-4}	x_{i-3}	x_{i-2}	x_{i-1}	x_i	x_{i+1}	x_{i+2}	x_{i+3}	x_{i+4}
1	0	1	1	0	1	0	1	1
		0	1	0	1	0	1	
			1	1	1	0		
				0	0			
				0				

Génération de la suite temporelle

x_{i-4}	x_{i-3}	x_{i-2}	x_{i-1}	x_i	x_{i+1}	x_{i+2}	x_{i+3}	x_{i+4}
1	0	1	1	0	1	*	*	*
	0	1	0	0	1	*	*	
		1	1	1	1	*		
			0	0	0			
				0				

Détermination de la racine par complétion arrière

FIG. 5 – Un exemple simple de cryptanalyse.

Puisque la règle 30 est susceptible d'une attaque, qu'en est-il des autres règles ? Existe-t-il, parmi les 256 règles élémentaires, de meilleures règles que celle proposée par Wolfram ? C'est à cette question que nous allons répondre dans la section suivante.

4 Étude de l'auto-corrélation

Une mesure du taux de corrélation entre les entrées et les sorties des itérées des fonctions de transition des automates cellulaires élémentaires peut être obtenue à l'aide de la transformée de Walsh.

Notons $F(\underline{x})$ la valeur de la fonction F évaluée au point défini par le vecteur $\underline{x} = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$ de $(\mathbb{F}_2)^N$ ou, de manière équivalente, $F(x)$ la valeur de F évaluée au point $x = \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot 2^i$. Soit également $\underline{\omega} \in (\mathbb{F}_2)^N$ et $\omega = \sum_{i=0}^{N-1} \omega_i \cdot 2^i$, l'entier correspondant. On définit la *transformée de Walsh* de F par $\hat{F}(\omega) = \sum_{x=0}^{2^N-1} F(x) (-1)^{\langle \underline{x}, \underline{\omega} \rangle}$, où $\langle \underline{x}, \underline{\omega} \rangle$ est le produit scalaire.

La transformée de Walsh possède quelques propriétés statistiques intéressantes : la valeur de la transformée au point 0 est égal à la valeur moyenne de la fonction : $\hat{F}(0) = E[F(x)]$. Cette propriété permet de tester l'équidistribution de 0 et de 1 de F . En effet, si F est équidistribuée, $F(0) = 2^{N-1}$.

On peut aussi déduire des dépendances statistiques entre des sous-ensembles des entrées et la sortie de F . Il est clair que si on connaît le vecteur d'entrée complet de F , la valeur de la sortie est sans ambiguïté aucune. Mais il peut y avoir certaines variables d'entrée ou de petits sous-ensembles de variables d'entrée qui réduisent l'incertitude sur la sortie de F . En d'autres termes, il y a une corrélation entre tout sous-ensemble X_1, \dots, X_m de variables d'entrée et la variable de sortie Z de F . C'est ce qu'énonce le lemme 1 :

Lemme 1 (Rueppel [6]) *La variable aléatoire discrète Z est indépendante des m variables aléatoires indépendantes et uniformément distribuées X_1, \dots, X_m si et seulement si Z est indépendante de la somme sur \mathbb{F}_2 de $\sum_{i=1}^m c_i X_i$ pour tout choix de c_1, c_2, \dots, c_m non tous nuls de \mathbb{F}_2 .*

Ce lemme implique que l'information mutuelle entre la variable de sortie et les m variables d'entrée est nulle, si et seulement si l'information mutuelle entre Z et toute combinaison linéaire non nulle de m variables d'entrée vaut zéro. On en déduit : $P[F = 1 / \langle X, \omega \rangle = 1] = \frac{1}{2} - \frac{F(\omega)}{2^N}$

Lemme 2 Soit $X = (X_1, \dots, X_m)$ un vecteur aléatoire où les V.A. binaires X_1, \dots, X_m sont indépendantes et telles que $P[X_i = 0] = P[X_i = 1]$ pour tout i . Soit $F : (\mathbb{F}_2)^N \rightarrow \mathbb{F}_2$ et soit $\omega \neq 0$. Alors, la V.A. $Z = F(X)$ est indépendante de $\langle \omega, X \rangle$ si et seulement si $\hat{F}(\omega) = 0$.

Nous pouvons maintenant énoncer le critère principal de résistance aux corrélations :

Théorème 1 (Xiao et Massey [14]) *La fonction $F : (\mathbb{F}_2)^N \rightarrow \mathbb{F}_2$ est résistante aux corrélations à l'ordre k si et seulement si $\hat{F}(\omega) = 0, \forall \omega = (\omega_1, \dots, \omega_t) \neq 0$ tel que le nombre de ω_i non nuls est au plus k .*

En fait, l'idée d'utiliser la transformée de Walsh pour tester la qualité d'une suite pseudo-aléatoire vient de [15]. Dans cet article, Yuen a observé que le spectre d'une suite parfaitement aléatoire est asymptotiquement plat. Cette observation a été ensuite utilisée pour construire des tests pour mesurer la qualité des suites pseudo-aléatoires en améliorant ceux proposés traditionnellement par Knuth [2].

Nous avons utilisé ces différentes propriétés pour trouver, parmi les règles élémentaires, celles qui sont les plus susceptibles d'engendrer de l'aléatoire d'une qualité convenable [4]. Pour appliquer ces différentes propriétés, nous allons calculer la transformée de Walsh en utilisant un algorithme proposé dans [1].

Nous procédons en plusieurs étapes. La première est de rechercher parmi toutes les règles élémentaires celles qui sont équidistribuées en calculant la transformée de Walsh de chaque règle et en sélectionnant les règles i telles que $\hat{F}_i(0) = 4$. Ce premier tri nous permet de retenir 70 règles.

La seconde est de rechercher, parmi ces 70 règles, les meilleures règles. Pour ce faire, nous nous intéressons aux itérées des fonctions sélectionnées et nous choisirons la (ou les) fonction(s) F_i vérifiant :

$$\min_{F_i} \max_{\omega=2^k} |\widehat{F_i^{(o)}}(\omega)|$$

où o représente le nombre d'itérations de F_i et en s'intéressant aux ω de la forme $2^k, k \in \llbracket 0, 2.o + 1 \rrbracket$.

La recherche exhaustive des meilleures fonctions a été menée en calculant la transformée de Walsh sur toutes les règles jusqu'à la cinquième itérée ($o = 5$) avec un algorithme dont la complexité globale est asymptotiquement : $256.o^2.(2.o + 1).2^{2.o+1}$. Les règles intéressantes sont reportées dans le tableau 1 dans lequel toutes les fonctions de valeur 0 sont exactement des règles correspondant à des fonctions linéaires. Les seules bonnes fonctions non linéaires peuvent être obtenues de la règle 30 par le biais des équivalences que nous avons rappelées dans le tableau. D'où :

Théorème 2 *Il n'existe pas de règle élémentaire non linéaire d'automate cellulaire qui soit résistante aux corrélations.*

On retrouve ainsi le fait que la règle 30 (ainsi que les règles qui lui sont équivalentes par les transformations) est une «bonne» règle pour la génération de suites pseudo-aléatoires. Cependant, nous avons vu que cette règle est peu robuste à la cryptanalyse inventée par Meier et Staffelbach. Dans la prochaine section, nous donnons quelques pistes pour construire de meilleurs automates cellulaires pour engendrer des suites pseudo-aléatoires.

5 De nouvelles pistes

Dans [9], Tomassini et Sipper ont suggéré l'utilisation d'automates cellulaires non uniformes pour engendrer de meilleures suites pseudo-aléatoires. Dans ce modèle, chaque cellule peut utiliser plusieurs règles

ordre règle	1		2		3		4		5		conj	refl	c.r.
	cfg	val	cfg	val	cfg	val	cfg	val	cfg	val			
30	4	2	16	4	64	16	256	40	1024	80	135	86	149
60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	195	102	153
86	1	2	1	4	1	16	1	40	1	80	149	30	135
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	165	90	165
102	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	153	60	195
105	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	105	105	105
135	4	2	16	4	64	16	256	40	1024	80	30	149	86
149	1	2	1	4	1	16	1	40	1	80	86	135	30
150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	150	150	150
153	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	102	195	60
165	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90	165	90
195	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	153	102

TAB. 1 – Résultat de la transformée de Walsh et “bonnes” fonctions. Dans ce tableau, l’ordre correspond au nombre d’itérations de la règle, val la plus petite valeur de la transformée de Walsh et cfg la configuration correspondante. A droite, nous avons rappelé les règles équivalentes.

(l’automate cellulaire devient *non-uniforme*) et les meilleures règles sont sélectionnées par une approche évolutionnaire au moyen d’un algorithme génétique. De cette manière, Tomassini et Sipper ont sélectionné quatre règles de rayon un ; il s’agit des règles 90, 105, 150 and 165 qui sont toutes linéaires, ce qui est un inconvénient, comme il est rappelé dans [16]. Ils ont utilisé une batterie de tests statistiques pour mesurer la qualité des suites pseudo-aléatoires engendrées avec de bons résultats.

Cette étude a été généralisée à des règles de rayon supérieur à un dans [7]. Seredynski *et al* ont à leur tour proposé différentes règles de rayon 1 et 2 d’automates cellulaires ; ce sont les règles de rayon un 30, 86 et 101 et les règles de rayon deux 869020563, 1047380370, 1436194405, 1436965290, 1705400746, 1815843780, 2084275140 et 2592765285. Leur nouvel ensemble de règles a été testé selon les directives du FIPS 140-2 [10] et des tests de Marsaglia, implémentés dans le paquetage *diehard*.

Cependant, dans aucun des deux cas, les auteurs n’ont mené une étude de la corrélation des suites engendrées. Il faudrait faire une étude analogue à la notre pour valider l’approche évolutionnaire de sélection des règles d’automates cellulaires pour la génération de suites pseudo-aléatoires.

Références

- [1] D.E. Elliott and K.R. Rao. *Fast transforms, algorithms, analysis, applications*. Academic press, 1982.
- [2] D.E. Knuth. *Seminumerical Algorithms*. Addison Wesley, 1969.
- [3] B. Martin. *Codage, cryptologie et applications*. Presses Polytechniques Universitaires Romandes, 2004.
- [4] B. Martin. A walsh exploration of wolfram ca rules. In *International Workshop on Cellular Automata*, pages 25–30, Hiroshima University, Japan, sep 2006.
- [5] W. Meier and O. Staffelbach. Analysis of pseudo random sequences generated by cellular automata. In *EUROCRYPT ’91*, Lecture Notes in Computer Science. Springer Verlag, 1991.
- [6] R.A. Rueppel. *Analysis and design of stream ciphers*. Springer Verlag, 1986.
- [7] F. Seredynski, P. Bouvry, and A. Y. Zomaya. Cellular automata computations and secret key cryptography. *Parallel Comput.*, 30(5-6) :753–766, 2004.
- [8] C.E. Shannon and W. Weaver. *The mathematical theory of communication*. University of Illinois press, 1964.
- [9] M. Sipper and M. Tomassini. Co-evolving parallel random number generators. In *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN IV*, pages 950–959, Berlin, 1996. Springer Verlag.
- [10] National Institute Of Standards Technology. FIPS publication 140-2, Security requirements for cryptographic modules. US Gov. Printing Office, Washington, 1997.
- [11] J. von Neumann. *Theory of Self-Reproducing Automata*. University of Illinois Press, 1966.

- [12] S. Wolfram. Cryptography with cellular automata. In *CRYPTO 85*, Lecture Notes in Computer Science. Springer Verlag, 1985.
- [13] S. Wolfram. *Theory and applications of cellular automata*. World Scientific, Singapore, 1986.
- [14] G-Z. Xiao and J. L. Massey. A spectral characterization of correlation-immune combining functions. *IEEE Trans. on Information Theory*, 34(3) :569–, 1988.
- [15] C-K. Yuen. Testing random number generators by Walsh transform. *IEEE Trans. Computers*, 26(4) :329–333, 1977.
- [16] G. Zémor. *Cours de cryptographie*. Cassini, 2000.