



Descrierea soluției - cmmstr

*Autor: Ionel-Vasile Piț-Rada,
Prof. C.N. “Traian”
Drobeta Turnu Severin*

Soluția 1

În sirul final fiecare literă va apărea exact o dată.

Prima literă a sirului final va fi selectată de pe cea mai din stânga poziție a ei (ca să lase la dreapta cât mai mult spațiu de căutare pentru celelalte), fie j aceasta, și astfel încât la dreapta ei să se găsească fiecare dintre celelalte litere care apar în sirul dat. Pentru a fi siguri că la dreapta poziției j avem toate celelalte litere vom determina mai întâi cea mai mare poziție r astfel încât în sirul $a[r]..a[n-1]$ să apară toate literele și apoi vom determina $0 \leq j \leq r$. Se repetă aceleași idei și pentru celelalte litere.

Se citește sirul $a[0]..a[n-1]$ și se determină mulțimea $M = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ a cifrelor care apar în sirul citit a . În m etape, la fiecare etapă vom avea de determinat în sirul $a[p]..a[n-1]$ cea mai mică literă x din mulțimea de litere M , x având proprietatea că există o poziție j astfel încât $a[j] = x$ și sirul $a[j+1]..a[n-1]$ conține toate celelalte litere $M - \{x\}$. Poziția j va fi aleasă cât mai mică. După ce poziția j a fost aleasă litera x va fi afișată și apoi stearsă din mulțimea M , iar căutarea va continua în sirul $a[j+1]..a[n-1]$.

Fie $M = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$

Pas1. Se porneste cu $p=0$ apoi

Pas2. Cât timp M este nevidă

Pas2.1 Se determină cel mai mare r pentru care secvența $a[r]..a[n-1]$ conține toate cifrele din M

Pas2.2 Se determină $a[j] = \min \{a[i] \mid p \leq i \leq r \text{ și } a[i] \text{ aparține lui } M\}$ astfel încât j să fie minim

Pas2.3 Se afișează $a[j]$

Pas2.4 $p = j + 1$

Complexitatea este $O(m \cdot n)$. Deoarece $0 < m \leq 26$ se poate spune că avem complexitatea $O(n)$ cu constanta m .

Soluția 2

Are la bază aceleași idei, dar s-a schimbat mecanismul de asigurare a proprietății că la dreapta poziției j se află toate literele din M .

Se determină la început pentru fiecare i cu $0 \leq i < n$ $b[i]$ = poziția următoarei litere egale cu $a[i]$ sau $b[i] = -1$ dacă nu mai există la dreapta litera egală cu $a[i]$.

Se mai determină simultan cu valorile $b[i]$ valorile $start[j]$ și $stop[j]$, pentru fiecare j cu $0 \leq j < 26$ astfel încât $start[j]$ = prima poziție din sirul a și respectiv $stop[j]$ = ultima poziție din sirul a , unde apare caracterul 'a' + j . Inițial avem $start[i] \geq 0$ pentru orice $0 \leq i < 26$.

În sirul M depunem în ordine strict crescătoare toate literele care apar în sirul a , $M[0]$, $M[1]$, ..., $M[m]$. Vom avea $0 < m < 26$.

În m etape, la fiecare etapă vom determina în sirul $a[p]..a[n-1]$ (la început $p=0$), în ordine strict crescătoare, prima literă $M[i]$ cu proprietatea că pentru toate celelalte litere $M[j]$ avem $stop[M[j]] > start[M[i]]$, adică toate celelalte litere $M[j]$ se află la dreapta literei $M[i]$. Deoarece litera



$M[i]$ este minima ea este afisata. Bineinteles in continuare vom cauta litere la dreapta pozitiei $\text{start}[M[i]]$, adica in cuvantul $a[\text{start}[M[i]]+1]..a[n-1]$. Va trebui sa ne asiguram ca pentru fiecare $j \neq i$ si $0 \leq j < m$ avem $\text{start}[M[j]] > \text{start}[M[i]]$ si, pentru aceasta, vom folosi valorile $b[]$, repetand convenabil instructiunea $\text{start}[M[j]] = b[\text{start}[M[j]]]$. Stergem apoi $M[i]$.

Deoarece sirul dat $a[0]..a[n-1]$ este parcurs de 2 ori in timpul algoritmului avem $O(n)$ la care se adauga numarul total de operatii de determinare a literei minime $M[i]$ care este cel mult egal cu $m(m-1) + ((m-1)(m-2) + \dots + 2 \cdot 1) = (m-1)m(m+1)/3$ adica $O(m^3)$. Deoarece $0 < m^3 \leq 5^6 = 15625$ putem considera ca $O(m^3) = O(1)$.

Avem astfel complexitatea finala $O(n)$ cu constanta 2.

Deci solutia 2 are constanta mai buna.

Solutia 3

Solutia propusa de d-nul prof. Marius Nicoli este asemanatoare cu solutia 2, dar imbunatateste constanta complexitatii algoritmului utilizand cautari binare in sirurile pozitiilor literelor ramase in discutie la un moment dat. In acest caz, intrucat in loc de parcurgere secventiala se utilizeaza cautari binare constanta va fi 1 deoarece in locul unei parcurgeri complete a sirurilor de pozitii se vor efectua $26 \cdot \log(n)$ deplasari ($\log(n) \leq 22$).

Solutia 4

Acest algoritm nu imbunatateste timpul de executie al solutiilor 2 si 3, dar imbunatateste volumul de memorie rezervata. Se pastreaza intr-un vector, ordonat strict crescator in raport cu valorile nenegative, $\text{poz}[c]$ cea mai mica pozitie unde apare in sir litera c . In momentul cand la pozitia i apare un caracter nou c_2 (unde aveam $\text{poz}[c_2] = -1$) inlocuim $\text{poz}[c_2] = i$ si la toate pozitiile mai mari ca c_2 punem -1 . In acelasi timp determinam momentul cand un caracter c_3 apare pentru ultima data la pozitia j ($s[j] = c_3$). In acel moment vom afisa din vectorul poz toate caracterele mai mici sau egale cu c_3 . Algoritmul continua pana cand se vor afisa toate caracterele.