

Modélisation du fluage propre du béton nucléaire au jeune âge

Jihad Zreiki

Laboratoire de Mécanique et Technologie – Secteur Génie Civil et Environnement -
Ecole Normale Supérieure de Cachan – 61 avenue du président Wilson – 94235 Cachan

RESUME. Un modèle numérique a été développé pour prédire les déformations du béton au jeune âge, et pour estimer les contraintes résiduelles dans les structures massives en béton. Prenant en compte les déformations du fluage au jeune âge est très important en cas de prévenir les contraintes réduites si des déformations endogènes ou thermiques sont retenues.

Nous proposons un modèle du fluage prend en compte l'effet de l'hydratation et la maturité du matériau. La variation du module du Young en fonction du degré d'hydratation est un paramètre essentiel a pris en compte dans la modélisation.

En introduisant notre modèle dans un code de calcul aux éléments finis (CAST3M), nous obtenons des résultats plus logiques. Une comparaison entre des calculs et des résultats expérimentaux a été effectuée.

MOTS-CLÉS : fluage propre, béton au jeune âge, Kelvin modèle.

ABSTRACT. A numerical model has been developed to predict early age strains for massive concrete structures. Taking into account creep at early-age is essential if one wants to predict quantitatively the induced stresses if autogenous or thermal strains are restrained. We propose a model of creep takes into account the effect of the hydration and the maturity of material. The evolution of the Young's modulus according to the degree of hydration is a parameter essential took into account in modelling.

By introducing our model into a code of element finite (Cast3m), we obtain more logical results. A comparison between experimental calculation and results was carried out.

KEYWORDS: Basic creep, concrete at early age, Kelvin's Model.

1. INTRODUCTION

Les pièces massives en béton peuvent se présenter sous différente importante structure comme (centrale nucléaire, colis de stockage des déchets nucléaire). Au jeune âge et après la mis en place, la chaleur dégagée pendant la réaction d'hydratation dans ces pièces du béton peut générer un gradient de la température qui induit des déformations autogènes et thermiques à l'intérieur de la pièce. Le dégagement donc conduit à une température élevée au cœur de la pièce, se traduit par un retrait thermique différentiel après le refroidissement. Ce retrait induit des contraintes thermique ou moment que la structure n'a pas encore une rigidité suffisante pour résister ces contraintes, et des fissures peut se développer.

Il nécessite de la prédiction des risques de fissuration du béton au jeune âge de mieux comprendre plusieurs phénomènes. Il faut bien prend en compte que la réaction d'hydratation et la température s'évolue au cours du temps, et il faut regarder le module d'Young les déformations de retrait endogène, de retrait thermique et de fluage propre. Nous pouvons remarquer dans ces pièces massives

que le module d'Young ce n'est pas le même dans les différents couches ce qui est à l'origine de contrainte de traction, (les déformations de une jeune couche sont empêchés par la plus ancienne), et comme le béton en générale a une faible résistance en traction, celui-là induit des fissurations.

2. MODELE MACROSCOPIQUE DE BETON AU JEUNE AGE

2.1. EVOLUTION DU MODULE D'YOUNG

Il existe plusieurs modèles décrivant le module d'Young, il est donné en fonction de la résistance de compression à 28 jours dans l'Eurocode 2 (CEN, 2004)

$$E = 9500(f_{cm})^{1/3} \text{ MPa} \quad [\text{Eq. 1}]$$

Le ACI-209R-82 (ACI, 1982) donne le module d'Young par :

$$E = 4733(f_{cm})^{0.5} \text{ MPa} \quad [\text{Eq. 2}]$$

Anders (Hauggard *et al.*, 1999) a proposé une relation de module d'Young en fonction du :

$$E(t) = a \cdot \exp\left(\frac{b}{t}\right)^c \text{ MPa} \quad [\text{Eq. 3}]$$

Où : a, b, c sont des paramètres dépend du matériau; t : le temps équivalent t défini à température 20°

C. Dans cette étude, nous nous utilisons une relation reliant l'évolution du module d'Young E du béton en le degré d'hydratation ξ comme cela proposé par (De Schutter, 1999)

$$E(\xi) = E(\xi_{\max}) \left(\frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} \right)^\beta \text{ MPa} \quad [\text{Eq. 4}]$$

Avec : ξ le degré d'hydratation; $\xi_{\max}$ le degré d'hydratation finale; ξ_0 le seuil de degré d'hydratation ou le béton a une propriété mécanique négligeable, il est été fixé à 0.25 par (De Schutter, 1999).

2.2. MODELE CHIMIQUE D'HYDRATATION

Plusieurs concepts intéressantes sont proposés pour modeler la procédure d'hydratation et le développement microstructural en pâte, mortier et béton.

Plusieurs de ces modèles sont basés sur la construction simple de particules (Pommersheim *et al.*, 1982; Knudsen, 1984). Jander & Hoffman (Bogue, 1955) a supposé que le ciment peut être représenté comme une simple particule, il a expliqué le taux de réaction en fonction du degré d'hydratation et du temps. Les modèles d'hydratation microscopiques sont complexes, ces modèles représentent les constituants de base du ciment par des formes géométriques simples (sphères, carrés) et de les décomposer en unités élémentaires qui interagissent entre-elles. Jennings et Jahnson ont développé un modèle microstructure considère l'interaction entre les particules d'hydratation. Ils ont utilisé une telle approche en décrivant les grains sphériques par leurs centres et rayon, ce qui correspond au coeur non hydraté et les couches d'hydratation (Jennings et Jahnson, 1986).

(Bentz et Garboczi, 1991) ont proposé un modèle numérique tridimensionnel basé sur l'image qui simule l'hydratation du ciment et qui montre également la microstructure du béton.

Nous choisissons s'est porté sur l'utilisation de l'affinité chimique pour décrire l'évolution des cinétiques d'hydratation, prenant en compte la thermo activation selon une seule loi d'Arrhenius sous forme de l'équation suivante (Ulm et Coussy, 1998) :

$$\dot{\xi} = \tilde{A}(\xi) \cdot \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right) \quad [\text{Eq. 5}]$$

Avec : $\dot{\xi}$ Taux de degré d'hydratation; $\tilde{A}(\xi)$: affinité chimique normalisé ; E_a : énergie d'activation [J.mol⁻¹]; R : constant du gaz parfait [8.314 J.mol⁻¹.K⁻¹]; T : température (Kelvin).

L'énergie d'activation dépende de la température et la méthode de mesure. L'évolution de la température a obtenue par l'équation de la chaleur :

$$C \frac{dT}{dt} = \nabla(k \nabla T) + L \dot{\xi} \quad [\text{Eq. 6}]$$

L : la chaleur de hydratation [J.m⁻³]; k: la conductivité thermique [W.m⁻¹.K⁻¹]; C: la capacité thermique [J.m⁻³.K⁻¹].

Le paramètre L et l'affinité $\tilde{A}(\xi)$ peuvent être obtenu expérimentalement en mesurant la température pendant un essai adiabatique ou quasi-adiabatique (AFNOR, 1988).

2.3. MODELE DU FLAUGE DE BETON

Le modèle effectif (EMM) est le modèle le plus simple et le plus ancien entre les modèles disponibles pour le béton (Bažant et Wittmann, 1980). Un âge ajusté modèle effectif (AEMM) a été présenté pour expliquer les effets de vieillissement et la variations de contraintes. Les deux modèles consistent une solution linéaire simple. La méthode du taux du fluage (RCM) qui tient en compte la nature séquentielle de la charge, il été utilisé pour évaluer l'effort entre le béton et l'acier. Le modèle (RFM) proposé par (Bažant et Wittmann, 1980) est rabaissé la plus part d'insufflation en employant une fonction de complaisance de fluage en deux parties.

Certains chercheurs ont été utilisés les modèles rheological (ressort et amortisseur) pour représenter le comportement viscoélastique du béton (Bažant et Chern, 1985 ; Bažant et Prasannan, 1989 ; De Schutter, 1999 ; Hauggaard *et al.*, 1999). Ces modèles rheologicals peuvent exprimer le fonction du fluage ou de la relaxation comme une somme d'exponentiels (série de Dirichlet) (De Borst 1994), et il est possible de se présenter le fonction du fluage comme une ensemble d'équation linéaires (Ignacio et Bažant 1993). Les chaînes de Kelvin-Voigt et Maxwell sont les plus utilisés pour modeler le fluage du béton. Les chaînes de Kelvin-Voigt (Maxwell) est un modèle qui combinent des ressorts et des amortisseurs en parallèle (série). Certains chercheur sont utilisé seulement une unité de Kelvin-Voigt pour présenter le fluage propre du béton (De Schutter 1999 ; Hauggaard 1999).

2.4. MODEL DU FLAUGE PROPRE

Nous utilisons pour simuler le fluage propre du béton une chaîne de Kelvin-Voigt avec une unité (i=1) (Figure 1). L'équation de l'incrément pour l'unité de Kelvin est donnée par :

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_{spring}^1 + \dot{\sigma}_{dashpot}^1 \quad [\text{Eq. 7}]$$

Où : $\dot{\sigma}_{spring}^1$ et $\dot{\sigma}_{dashpot}^1$ sont l'incrément de contrainte dans le ressort et l'amortisseur respectivement.

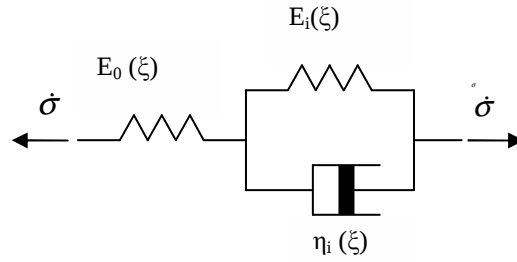


Figure1: Le modèle rhéologique de Kelvin.

Nous pouvons relier l'incrément de la déformation $\dot{\epsilon}^1$ dans la cellule de Kelvin avec l'incrément de déformation dans l'amortisseur :

$$\dot{\epsilon}^1 = \dot{\epsilon}_{dashpot}^1 = \frac{\dot{\sigma}_{dashpot}^1}{\eta^1(\xi)} \quad [\text{Eq. 8}]$$

Où : $\eta^1(\xi)$ est la viscosité de l'amortisseur.

Or comme l'incrément de la déformation dans le ressort :

$$\dot{\epsilon}^1 = \dot{\epsilon}_{spring}^1 = \frac{\dot{\sigma}_{spring}^1}{E^1(\xi)} \quad [\text{Eq. 9}]$$

Où : $E^1(\xi)$ est la rigidité du ressort.

Nous pouvons écrire l'équation précédente : $\dot{\sigma}_{dashpot}^1 = \eta^1(\xi) \dot{\epsilon}^1 \Rightarrow$

$$\dot{\sigma}_{dashpot}^1 = \frac{\partial}{\partial \xi} [\eta^1(\xi) \dot{\epsilon}^1] = \eta^1(\xi) \ddot{\epsilon}^1 + \dot{\eta}^1(\xi) \dot{\epsilon}^1 \quad [\text{Eq. 10}]$$

Par substitution (Eq.10) et (Eq.9) à (Eq.7), nous obtenons une équation différentiel non linéaire de seconde degré qui présente la cellule de Kelvin-Voigt :

$$\dot{\sigma} = E^1(\xi) \dot{\epsilon}_{spring}^1 + \eta^1(\xi) \ddot{\epsilon}^1 + \dot{\eta}^1(\xi) \dot{\epsilon}^1 \quad [\text{Eq. 11}]$$

Suite au travail de (De Schutter, 1999) les paramètres du matériau ont été exprimé en fonction du degré de hydratation de ciment. Hauggaard a décrit les paramètres du matériau en fonction du temps (Hauggaard *et al.*, 1999).

Nous proposons une relation similaire à cela proposé par (De Schutter, 1999) :

$$E^1(\xi) = E_{\max}^1 \frac{1}{2.081 - 1.608\xi} \left(\frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} \right)^\beta \quad [\text{Eq. 12}]$$

Avec $\tau(\xi) = \frac{\eta^1(\xi)}{E^1(\xi)}$; ξ_0 , $\xi_{\max}$ sont le degré d'hydratation au début et fin d'essai ; $E_{\max}^1$ est le module d'Young au fin d'essai ($\xi = \xi_{\max}$) ; $\tau(\xi)$ est le temps de retardation dépend du matériau.

2.5. SOLUTION NUMERIQUE

L'équation constitutive non linéaire doit être résolue. Pour calculer les déformations du fluage, les contraintes ont été linéarisées pour chaque pas du temps *time-step* :

$$\sigma(t) = \sigma_n + (\sigma_{n+1} - \sigma_n) \frac{(t - t_n)}{t_{n+1} - t_n} \quad [\text{Eq. 13}]$$

Où : t_n est le temps au pas de temps n ; σ_n est la contrainte au pas de temps n ; $t \in [t_n, t_{n+1}]$.

Pour trouver une solution à l'équation non linéaire [Eq. 11], nous supposons que les propriétés du matériau sont constantes dans chaque pas de temps. Les propriétés moyennes sont données par l'équation suivante.

$$E^1(\xi) = E^1\left(\frac{\xi_n + \xi_{n+1}}{2}\right); \xi \in [\xi_n; \xi_{n+1}]; \dot{E}^1(\xi) = \frac{E^1(\xi_{n+1}) - E^1(\xi_n)}{\Delta t_n} \quad [\text{Eq. 14}]$$

Avec un petit changement de propriété au pas du temps (petit pas de temps), nous pouvons considérer approximativement que l'équation [Eq. 11] peut être réécrite :

$$\dot{\varepsilon}^1 + \frac{\bar{E}^1(\xi)}{\bar{\eta}^1(\xi)} \varepsilon^1 = \frac{\dot{\sigma}}{\bar{\eta}^1(\xi)} \quad [\text{Eq. 15}]$$

Nous considérons que le changement de la contrainte est linéaire pendant le petit pas de temps, et le ratio contrainte est constant. La solution de l'équation [Eq. 15] donne l'incrément de déformation :

$$\Delta \varepsilon^1 = \varepsilon_{n+1}^1 - \varepsilon_n^1 = a + b \sigma_{n+1} + c \sigma_n \quad [\text{Eq. 16}]$$

Où : ε est la déformation du fluage propre au pas de temps n ; a , b , et c dépend de la propriété du matériau et du temps :

$$a = \frac{\sigma_{dashpot}^{1,n}}{\bar{E}^1} \left(1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{\bar{\tau}}\right)\right); \quad b = \frac{1}{\bar{E}^1} \left[\Delta t - \frac{1}{\bar{\tau}} \left(1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{\bar{\tau}}\right)\right)\right]; \quad c = -b$$

$$\bar{E}^1 = \psi \cdot E^1(\xi); \quad \bar{\tau} = \tau(\xi) / \psi; \quad \psi = 1 + \tau \left(\frac{\Delta E^1}{\Delta t}\right) E^1$$

L'incrément de contrainte dans l'amortisseur est calculé par :

$$\sigma_{dashpot}^{1,n+1} = \Delta \sigma \frac{\bar{\tau}}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{\bar{\tau}}\right)\right) + \sigma_{dashpot}^{1,n} \exp\left(\frac{-\Delta t}{\bar{\tau}}\right) \quad [\text{Eq. 17}]$$

Avant d'écrire la loi multiaxiale de fluage, nous généralisons la loi uniaxiale du Hook ($\varepsilon = \sigma / E$) à multiaxial par la relation $\varepsilon = E^{-1} \cdot G \sigma$. Pour la contrainte axisymétrique, nous pouvons écrire la matrice des contraintes $\sigma = (\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \sigma_{rz})^T$ et la matrice des déformations $\varepsilon = (\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z, \varepsilon_{rz})^T$.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad [\text{Eq. 18}]$$

Où ν est le ratio de Poisson du fluage, ce paramètre peut être considéré constant (Bažant *et al.*, 1997), nous pouvons écrire l'équation [Eq. 16] en 3D :

$$\Delta \varepsilon^1 = A + B \sigma_{n+1} + C \sigma_n \quad [\text{Eq. 19}]$$

Où : $\Delta \varepsilon$ est la déformation totale ; ε_e est la déformation élastique ; ε_{sh} est la déformation de retrait ; E^0 le Module d'Young de l'amortisseur seul.

3. IDENTIFICATION DU MODELE DE FLUAGE

3.1. TYPE DE BETON UTILISE

Nous souhaitons caractériser un béton autoplacant fibré à haute performance dont la composition est donnée dans la suite : ciment CEM V / A (S-V) 42.5 N CE M CP1 (454 Kg/m³) ; Fumées de silice (45 Kg/m³) ; Sable calcaire 0/4 mm (984 Kg/m³) ; Gravillon calcaire 5/12 mm (672 Kg/m³) ; Eau efficace (173 Kg/m³) ; Superplastifiant (5.2 Kg/m³) ; Fibres Inox (L30 mm, Ø 0.6 mm) (85 Kg/m³)

3.2. ESSAI D'HYDRATATION

L'évolution de l'hydratation et la chaleur d'hydratation du béton peuvent être suivies sur chantier à partir d'un essai quasi-adiabatique sur éprouvette cylindrique 16x32cm calorifugée (Aloia *et al.*, 2001). Connaissant l'énergie d'activation du liant (Waller, 1999), nous pouvons déterminer l'affinité endogène équivalente et l'évolution du degré d'avancement de réaction pour différents chemins thermiques. Le Figure 2 montre l'identification du modèle d'hydratation endogène de l'équation [Eq. 5] pour une éprouvette isotherme.

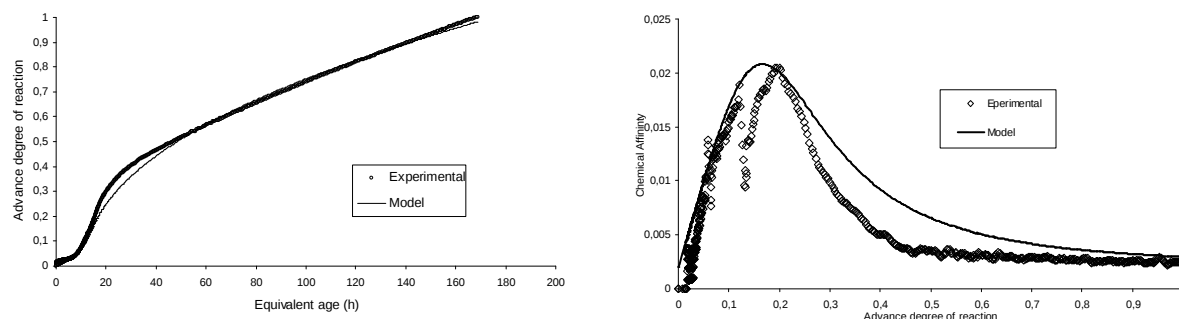


Figure 2. Evolution de l'affinité chimique endogène et du degré d'avancement de réaction

3.3. PROPRIETE MECHANIQUE AU JEUNE AGE

L'évolution du module d'Young et de la résistance en compression a été mesurée sur des éprouvettes 16*32cm. La résistance en traction a été mesurée par essais de flexion sur prismes 7*7*28 cm. Les modèles d'évolution sont basés sur le degré d'avancement de la réaction d'hydratation ξ selon les lois proposées par (De Schutter, 1999). La Figure 3 montre l'identification des modèles proposés.

3.4. TEST DU FLUAGE PROPRE

L'essai du fluage propre a été effectué sur des éprouvettes 7*7*28 cm, le charge a assuré constant à l'aide au un bâti de fluage. Les déformations a mesuré par une jauge de déformation noyé dans

l'éprouvette, l'éprouvette a protégé par un papier d'aluminium et conservé dans sale climatisé (T =20), HR = 50%) pendant l'essai Figure 4.

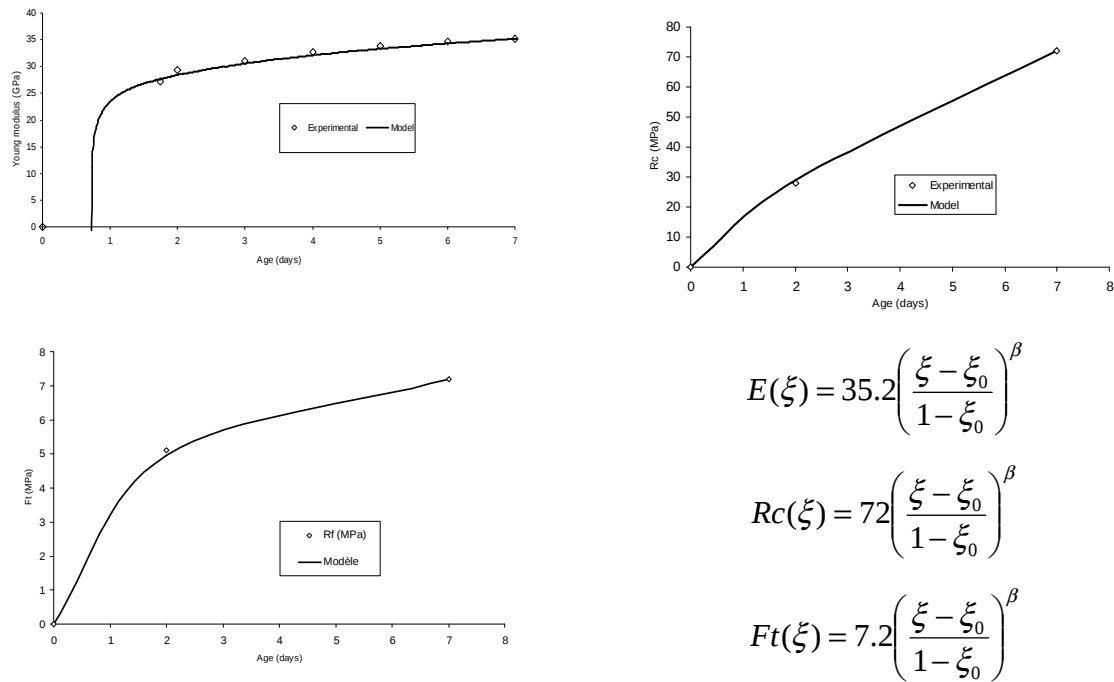


Figure 3. Evolution des propriétés mécaniques du béton au jeune âge, identification de modèle

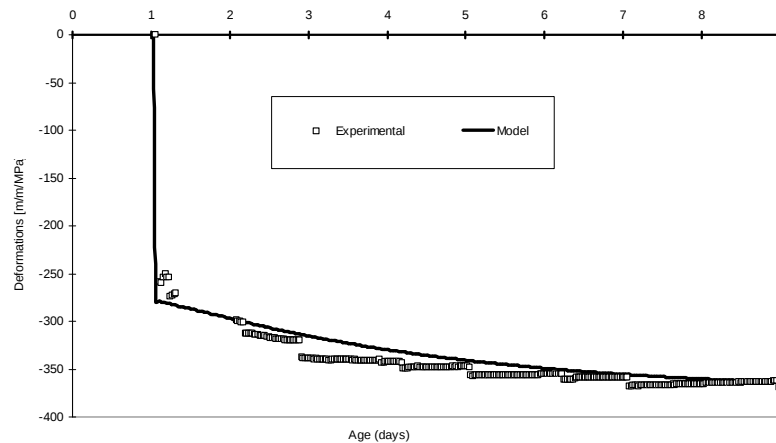


Figure 4. Identification du modèle de fluage propre

4. CONCLUSIONS

Un modèle numérique a été développé pour prédire le fluage propre du béton au jeune âge. Le modèle prend en compte la procédure d'hydratation, le retrait endogène, et le fluage propre. Nous pouvons résumer les résultats principaux cette étude par: nous pouvons utiliser l'unité Kelvin-Voigt pour simuler le comportement de béton au jeune âge. Un élément de Kelvin-Voigt visuellement peut bien décrire le fluage propre du béton. Les résultats expérimentaux ont montré une identification satisfaisante du modèle.

5. BIBLIOGRAPHIE

- Comité Européen de Normalisation. (2004) « *Calcul des structures en béton, Partie 1.1 : Règles générales et règles pour les bâtiments* », Bruxelles.
- American Concrete Institute (ACI). (1982). « *Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures* », ACI-209R-82, ACI Committee 209, Detroit.
- Hauggaard A.B., Damkilde L., Hansen P.F. (1999). « Transitional thermal creep of early age concrete ». *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 125, n° 4.
- De Schutter G. (1999). « Degree of hydration based Kelvin model for the basic creep of early age concrete ». *Matériaux et Constructions*, vol. 32, pp 260-265.
- Pommersheim, J.M., Clifton, J.R. (1982). « Mathematical modeling of tricalcium silicate hydration: II. Hydration sub-models and the effect of model parameters », *Cem. Concr. Res*, vol. 12, pp 765–772.
- Bogue, R.H. (1955). « *The Chemistry of Portland cement* ». 2nd ed., Reinhold Publishing, New York.
- Knudsen, T. (1984). « The dispersion model for hydration of Portland cement: I. General concepts ». *Cem. Concr. Res*, 14 (5): 622– 630.
- Jennings, H.M., Johnson S.K. (1986). « Simulation of development during the hydration of a cement compound ». *J. Am. Ceram. Soc*, vol. 69 n° 11, pp 790–795.
- Bentz D.P., Gaboczi E.J. (1991). « Percolation of phases in a three-dimensional cement paste microstructural model », *Cem. Concr. Res*, vol. 21, pp 325– 344.
- Ulm F.J., Coussy O. (1998). « Couplings in early-age concrete: from material modelling to structural design », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 35 n° 31, pp 4295-4311.
- AFNOR (1988). « Mesure de la chaleur d'hydratation des ciments par calorimétrie semi-adiabatique (dite méthode du calorimètre de Langavant) », pp 0335-3591.
- Bazant Z.P., Wittmann, F.H. (1980). « *Creep and shrinkage in concrete structures* ». John Wiley & Sons, New York.
- Bazant P.Z., Chern J.C. (1985). « Concrete creep at variable humidity: constitutive law and mechanism », *Materials and structural*, vol. 18 n° 1, pp 1-20.
- Bazant P.Z., Prasanna S. (1989). « Solidification theory for concrete creep. II: verification and application », *Journal of Engineering mechanics*, vol. 115 n°8, pp1704-1725.
- De Borst R., Van Den Boogaard A.H. (1994). « Finite-element modeling of deformation and cracking in early age concrete ». *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 120 n° 12.
- Ignacio C., et Bazant P.Z. (1993). « Viscoelasticity with aging caused by solidification of nonaging constituent ». *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 119 n° 11.
- D'Aloia L., Kada H., et Lecrux S. (2001). « *Guide d'utilisation de la matriumétrie. Projet National Calibé – Résistance du béton dans l'ouvrage* ». Rapport IREX, France.
- Waller, V. (1999). « Relations entre composition des bétons, exothermie en cours de prise et résistance en compression », Thèse de doctorant de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France.
- Zreiki, J. 2008. « Propriétés mécaniques et de transfert à l'interface support-renfort dans le cas de réparation et maintenance des ouvrages en béton », Thèse de doctorant de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan (ENS), France.