

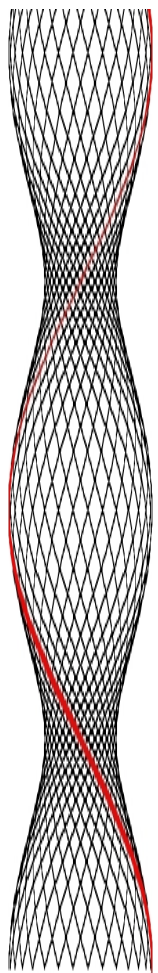


ROADEF'08

9^{ème} congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision
25, 26 & 27 Février 2008 - CLERMONT-FERRAND

Interférences multiples et coloration d'hypergraphes

Clermont-Ferrand – 26 février 2008

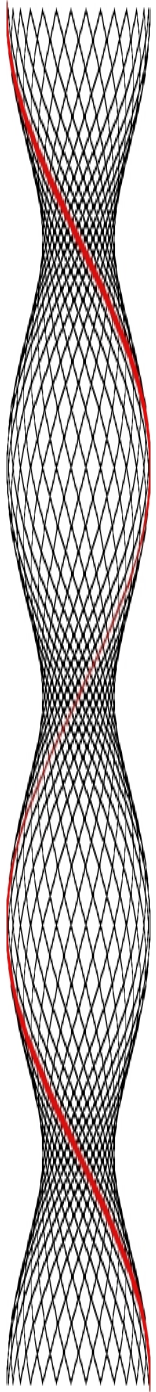


utbm
université de technologie
Belfort-Montbéliard

Alexandre Gondran
Alexandre Caminada - Oumaya Baala

Plan

- Problématique
- Interférences multiples / SINR
- T-coloration d'hypergraphe
- Conclusions/Perspectives





Problématique

Allocation des fréquences dans les WLAN

Limiter les interférences qui dégradent la Qualité de Service (QoS) du réseau en limitant sa capacité.

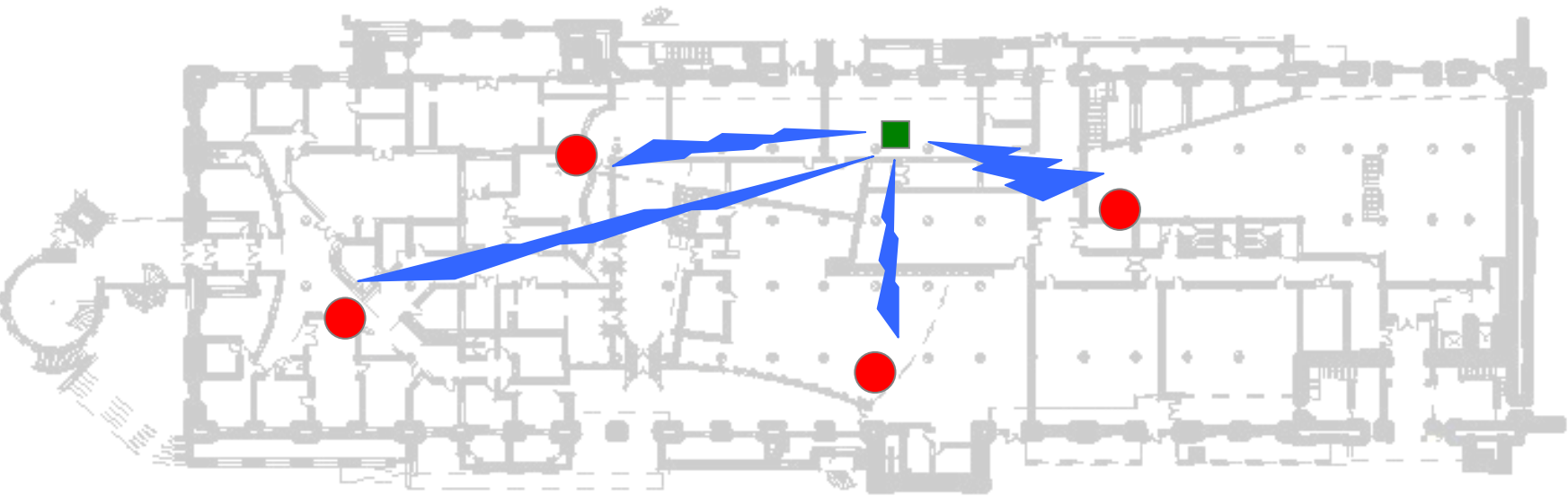
Pas possible d'éviter les interférences
→ les répartir au mieux dans l'espace

→ Calcul du SINR : calcul long

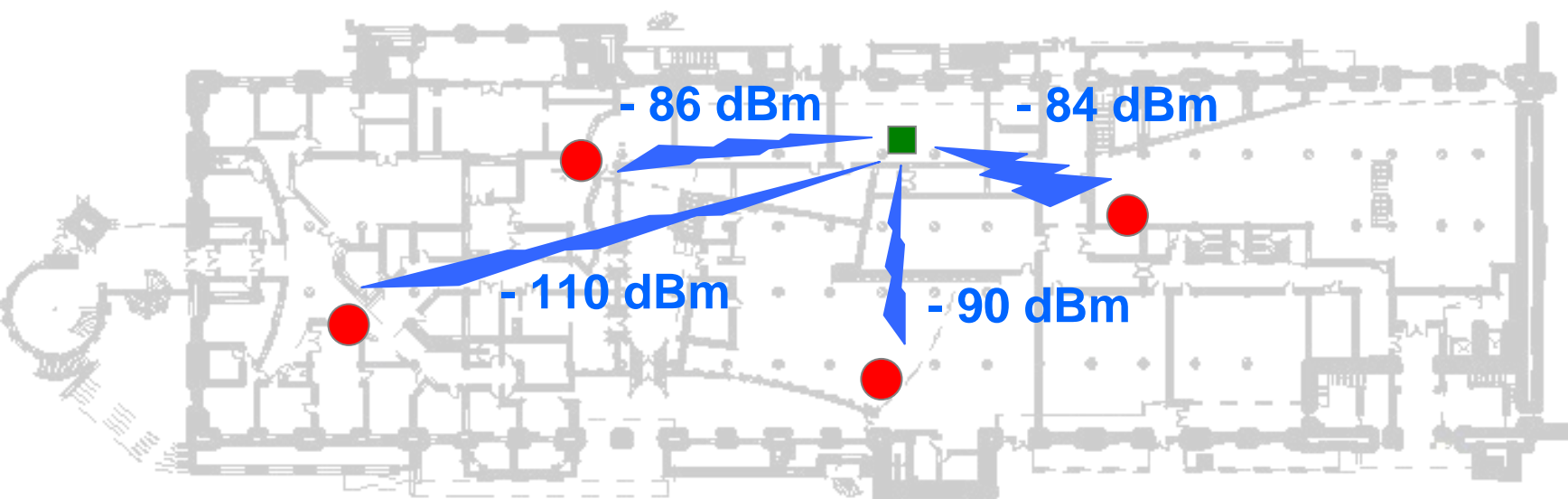
Interférences multiples



Interférences multiples

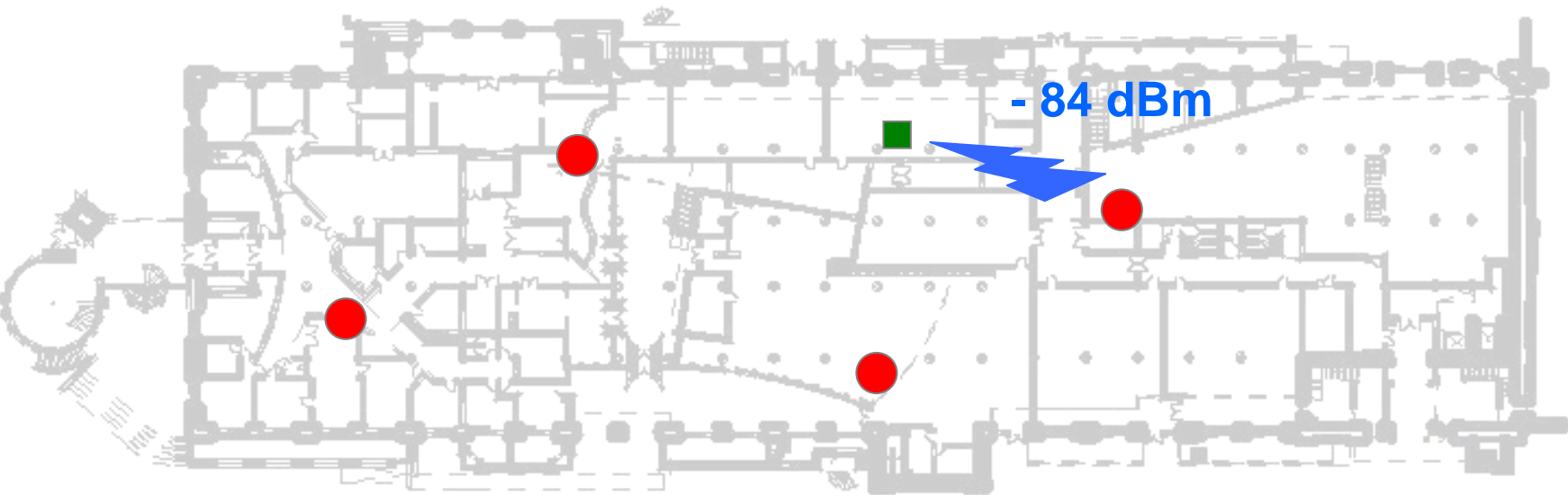


Interférences multiples



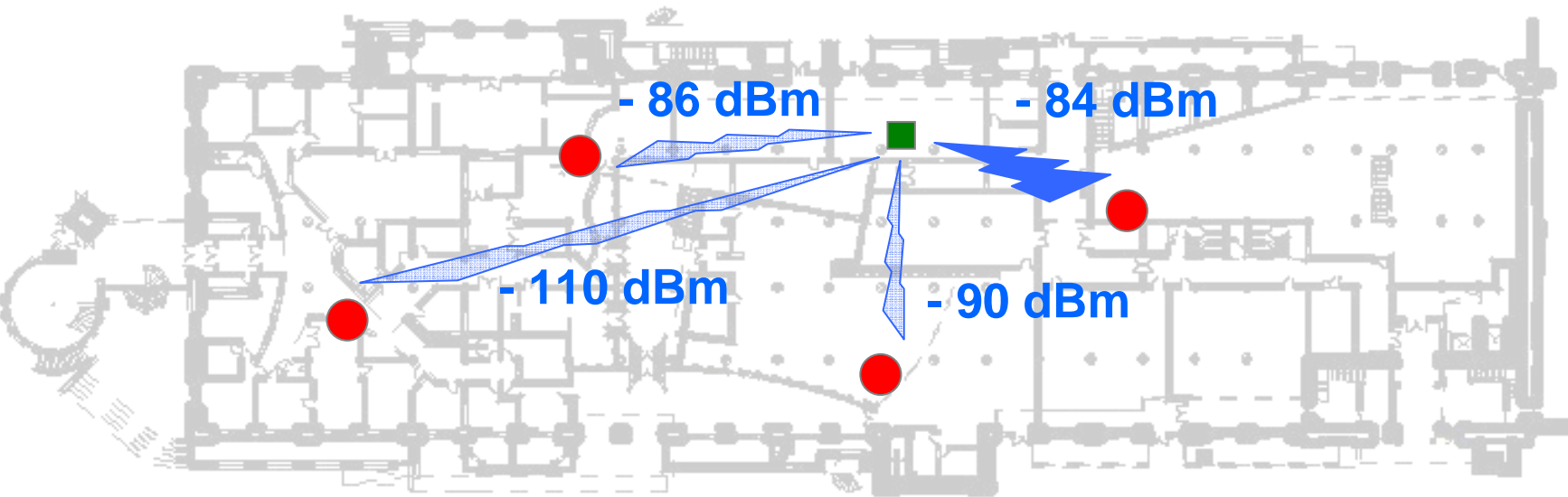
Interférences multiples

Association du client avec le meilleur serveur



Interférences multiples

Interférences + Bruit \Rightarrow SINR

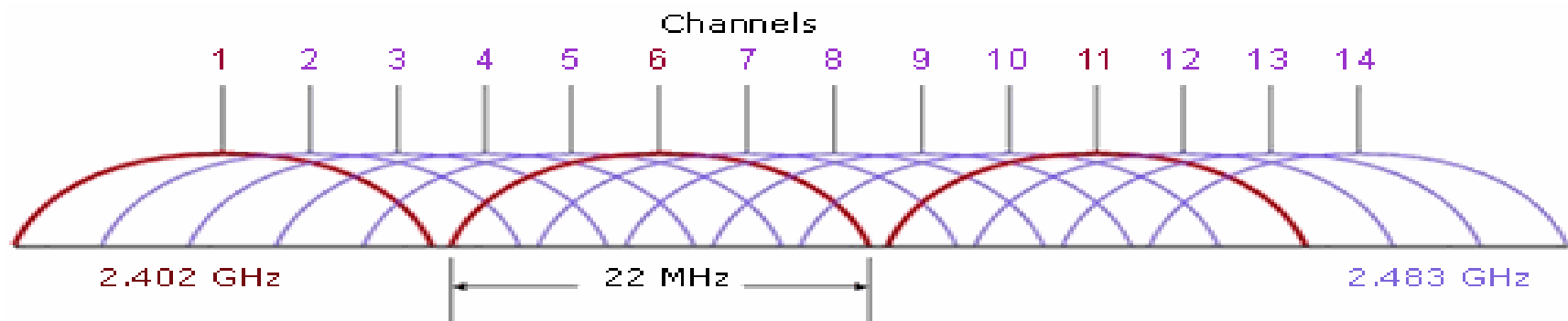
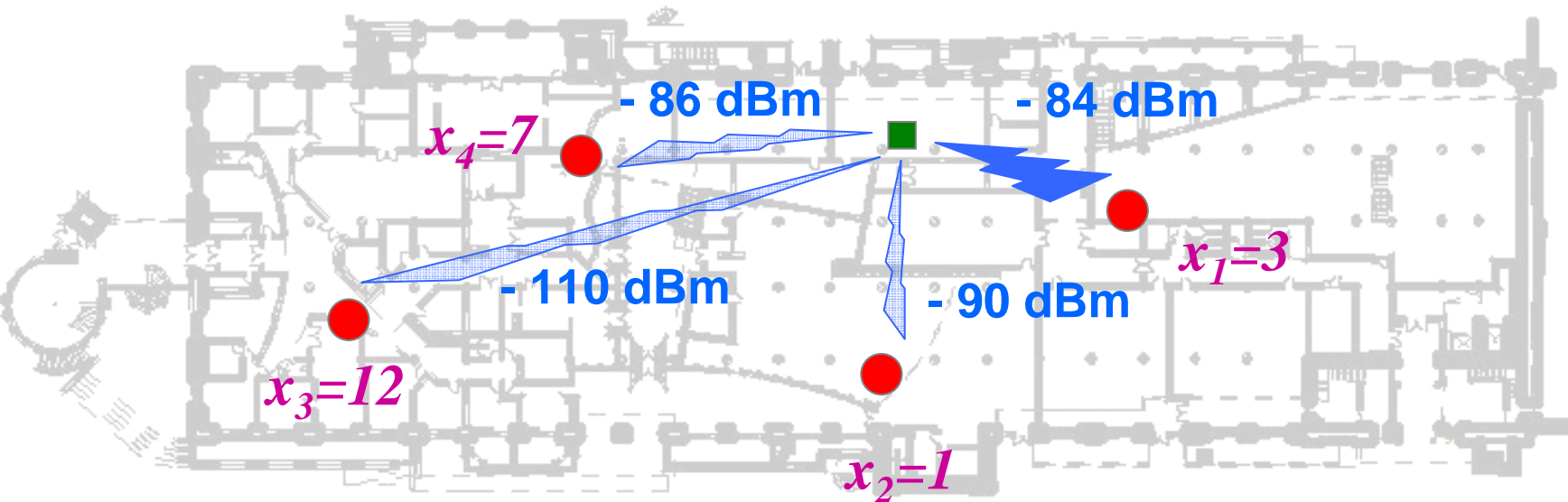


$$SINR = \frac{P_{\text{best serveurur}}}{\sum P_{\text{interfering transmitters}} \times \gamma(|x_{i \text{ serveurur}} - x_i|) + N}$$

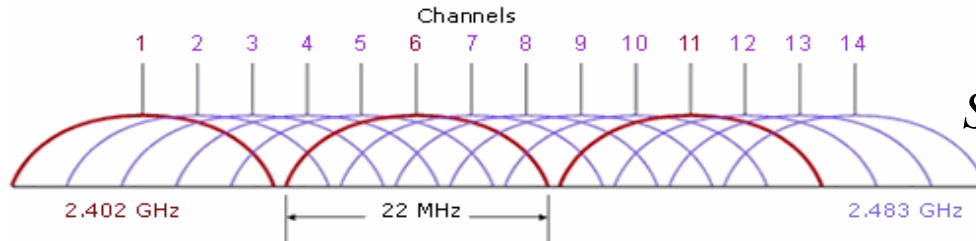
Interférences multiples

$$SINR = \frac{P_{\text{best serveur}}}{\sum P_{\text{interfering transmitters}} \times \gamma(\Delta f) + N}$$

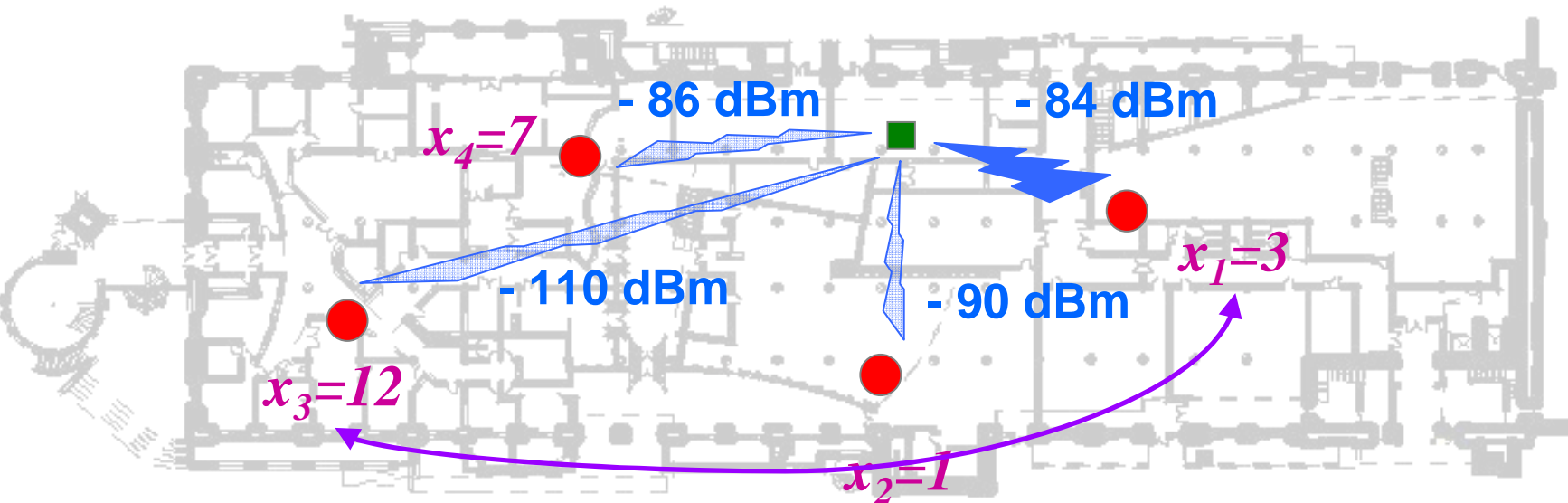
⇒ Affectation des canaux de fréquences d'émission



Interférences multiples



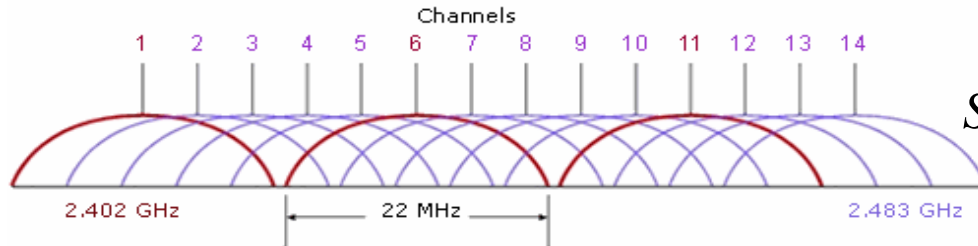
$$SINR = \frac{P_{\text{best serveur}}}{\sum P_{\text{interfering transmitters}} \times \gamma(\Delta f) + N}$$



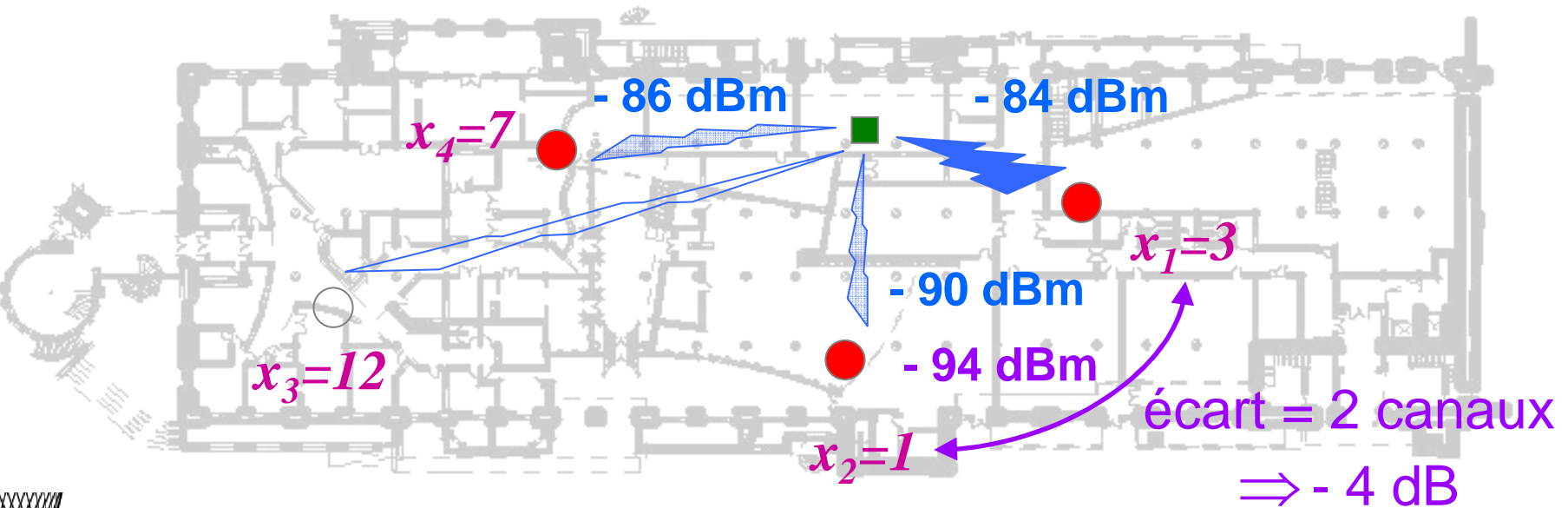
écart = 9 canaux

En 802.11b : écart ≥ 5 canaux \Rightarrow aucune influence

Interférences multiples



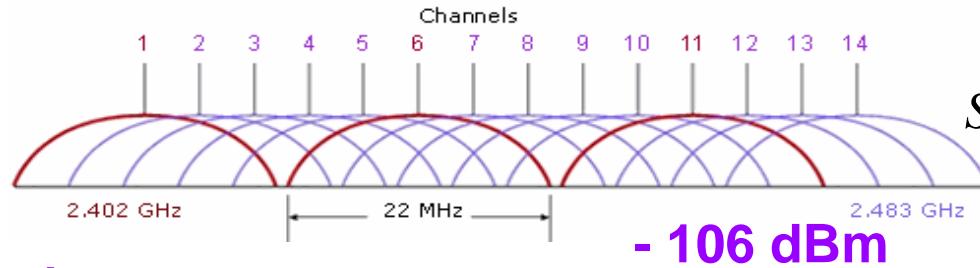
$$SINR = \frac{P_{\text{best serveur}}}{\sum P_{\text{interfering transmitters}} \times \gamma(\Delta f) + N}$$



$$SINR = -84 - (-94$$

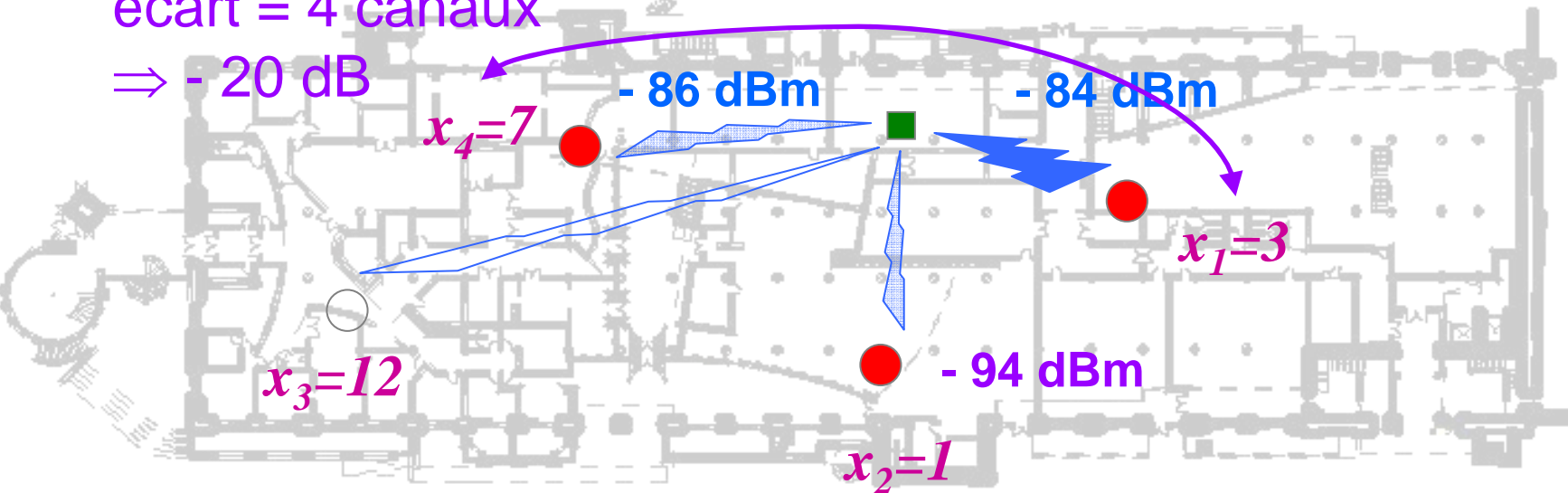
facteur de protection

Interférences multiples



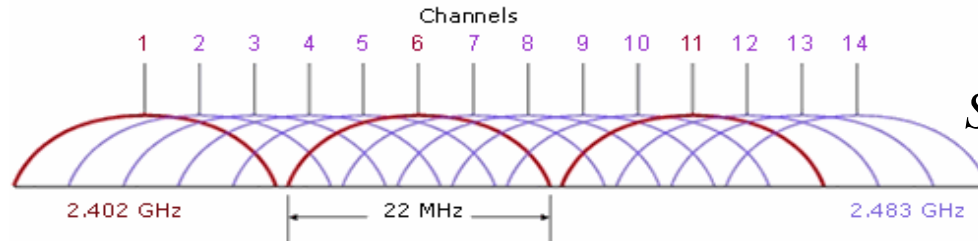
$$SINR = \frac{P_{\text{best serveur}}}{\sum P_{\text{interfering transmitters}} \times \gamma(\Delta f) + N}$$

écart = 4 canaux
 $\Rightarrow -20 \text{ dB}$

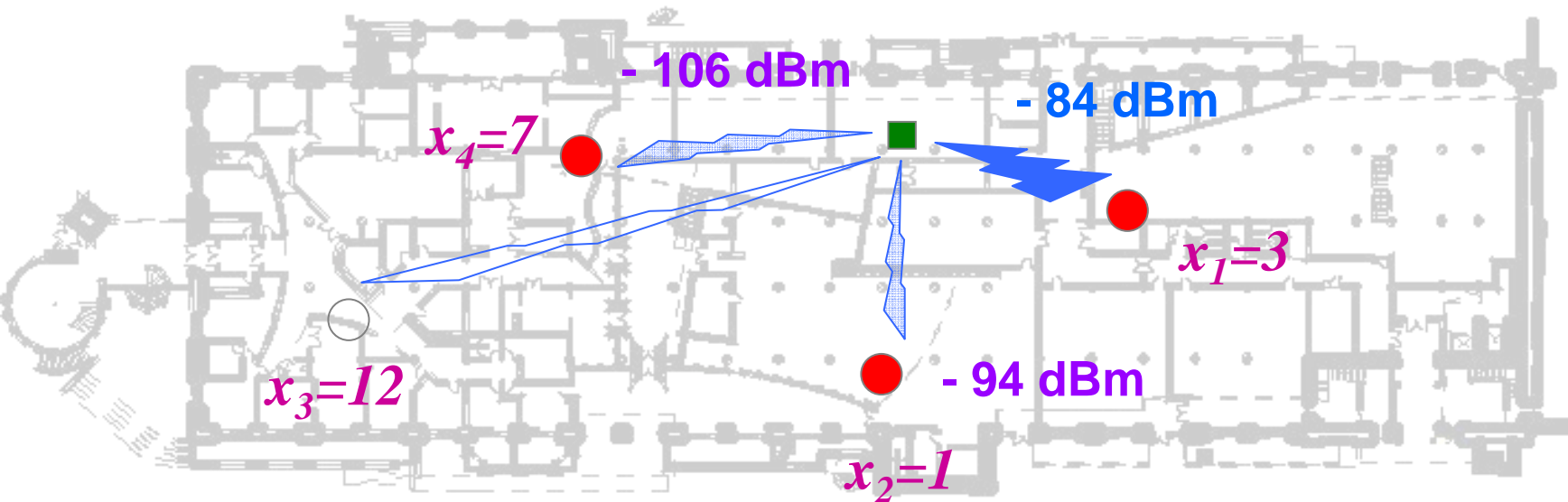


$$SINR = -84 - (-94 \oplus_{\text{watt}} -106)$$

Interférences multiples



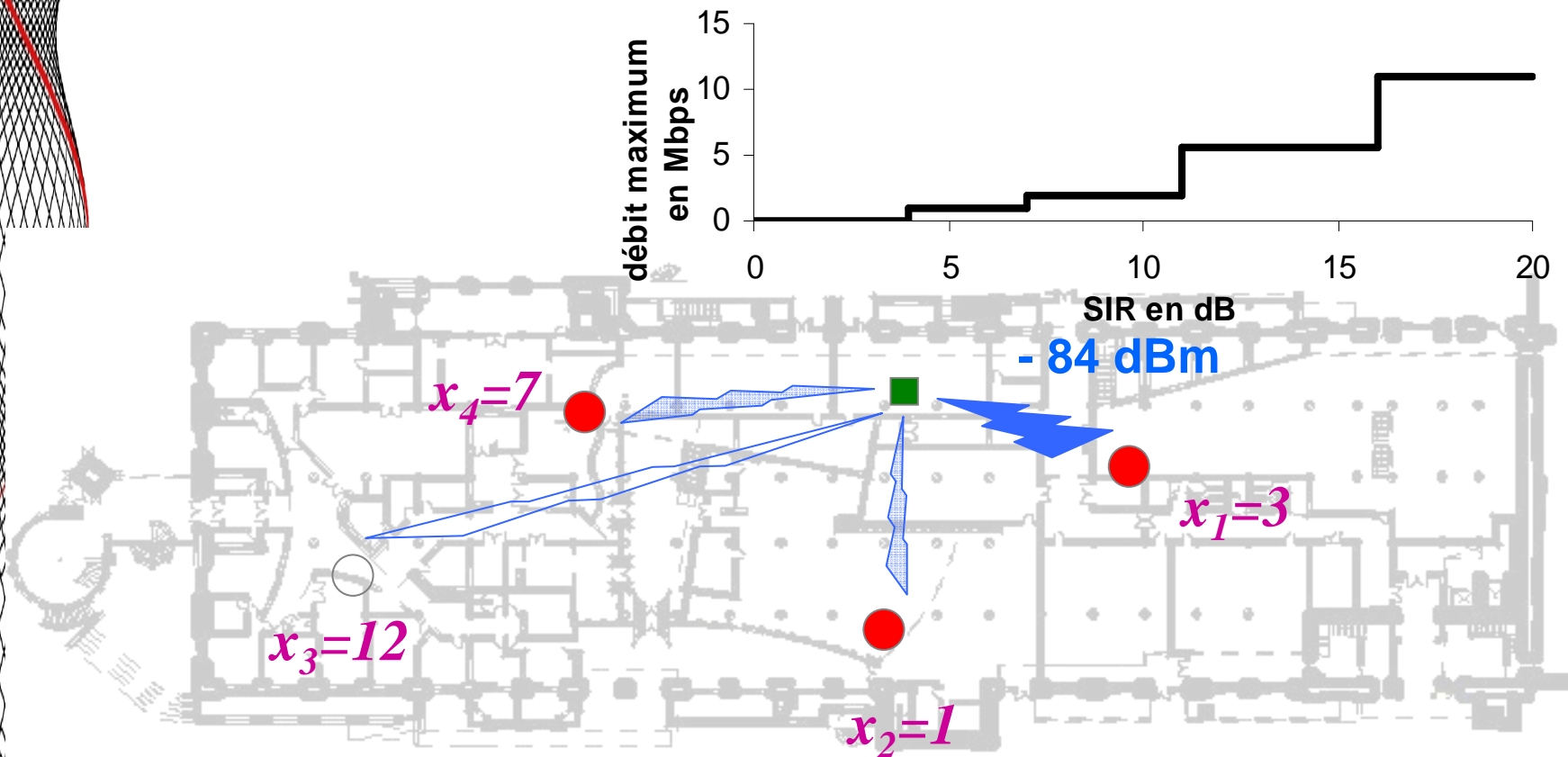
$$SINR = \frac{P_{\text{best serveur}}}{\sum P_{\text{interfering transmitters}} \times \gamma(\Delta f) + N}$$



$$SINR = -84 - (-94 \oplus_{\text{watt}} -106 \oplus_{\text{watt}} \text{bruit}) = 9 \text{ dB}$$

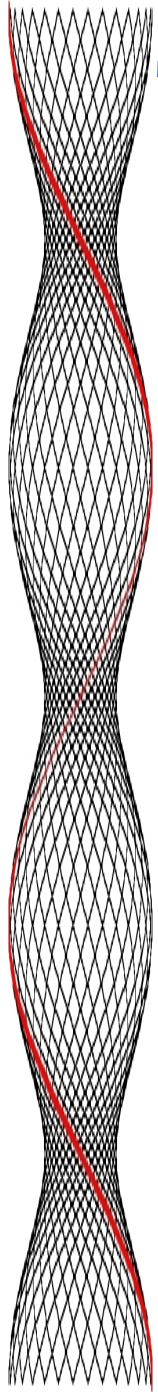
$$\text{bruit} = -100 \text{ dBm}$$

Interférences multiples



$$\text{SINR} = -84 - (-94 \oplus_{\text{watt}} -106 \oplus_{\text{watt}} \text{bruit}) = 9 \text{ dB}$$

débit nominal lié au SINR : 2 Mbps



T-coloration de graphe : problème de décision

Soit $G(V,E)$ est un graphe non orienté

V l'ensemble des antennes (points d'accès)

E l'ensemble des arêtes du graphe

Soit T matrice (symétrique) des pondérations des arêtes

x_i couleur de l'antenne $i \in V$

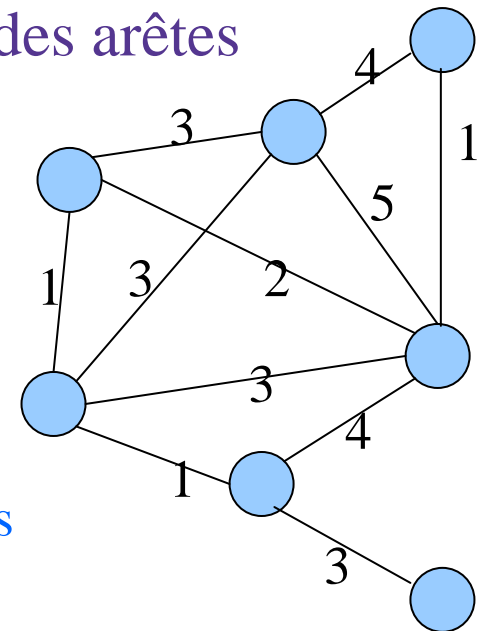
On cherche les x_i tel que:

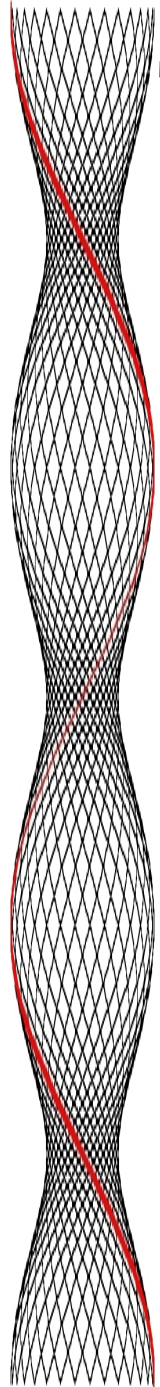
$$\forall (i, j) \in E, \quad |x_j - x_i| \geq t_{ij}$$

Pour un réseau 802.11b/g, T-coloration avec 13couleurs

$x_i \in X = \{1, 2, 3, \dots, 13\}$

$t_{ij} \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$





T-coloration de graphe : problème d'optimisation

Soit $G(V,E)$ est un graphe non orienté

V l'ensemble des antennes (points d'accès)

E l'ensemble des arêtes du graphe

Soit T matrice (symétrique) des pondérations des arêtes

Soit P matrice (symétrique) des pénalités des arêtes

x_i couleur de l'antenne $i \in V$

On cherche les x_i pour :

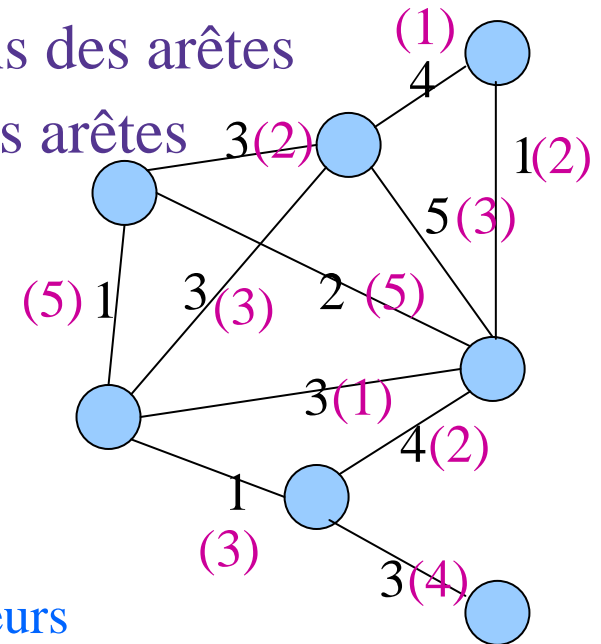
$$\text{minimiser } \sum_{(i,j) \in E} p_{ij} \delta_{|x_j - x_i| \geq t_{ij}}$$

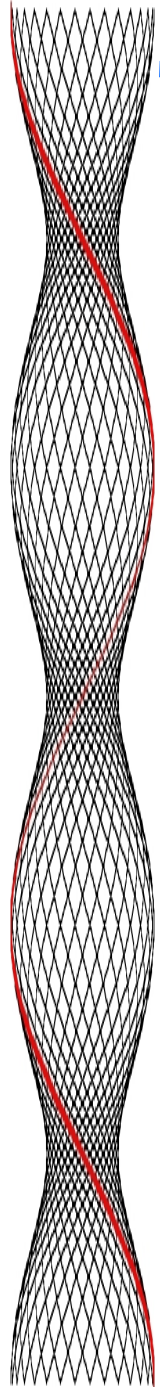
Pour un réseau 802.11b/g, T-coloration avec 13couleurs

$x_i \in X = \{1, 2, 3, \dots, 13\}$

$t_{ij} \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$p_{ij} \in \{\text{nombre d'usagers pénalisés}\}$





T-coloration de graphe : problème d'optimisation

Soit $G(V,E)$ est un graphe non orienté

V l'ensemble des antennes (points d'accès)

E l'ensemble des arêtes du graphe

Soit T matrice (symétrique) des pondérations des arêtes

Soit P matrice (symétrique) des pénalités des arêtes

x_i couleur de l'antenne $i \in V$

On cherche les x_i pour :

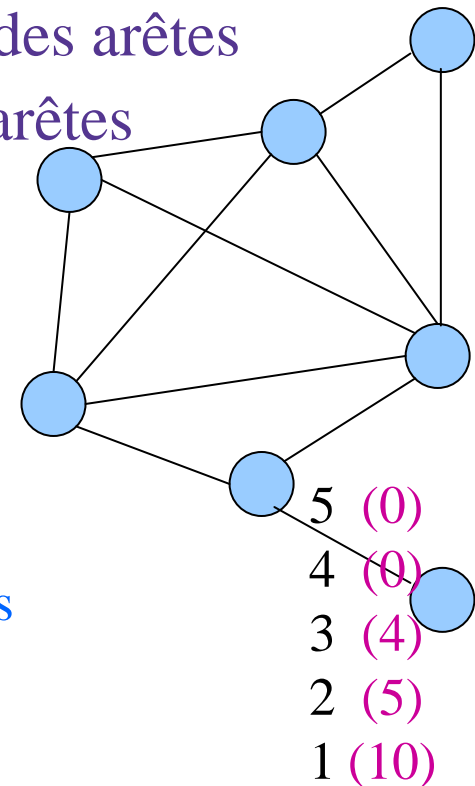
$$\text{minimiser} \quad \sum_{(i,j) \in E} p_{ij} \delta_{|x_j - x_i| \geq t_{ij}}$$

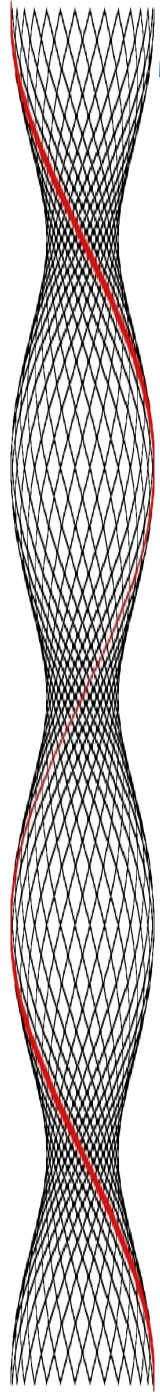
Pour un réseau 802.11b/g, T-coloration avec 13couleurs

$x_i \in X = \{1, 2, 3, \dots, 13\}$

$t_{ij} \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$p_{ij} \in \{\text{nombre d'usagers pénalisés}\}$





T-coloration de graphe : problème d'optimisation

Soit $G(V,E)$ est un graphe non orienté

V l'ensemble des antennes (points d'accès)

E l'ensemble des arêtes du graphe

Soit P matrice 3D ijk des pénalités des arêtes ij pour un écart $k = 0...K$

x_i couleur de l'antenne $i \in V$

On cherche les x_i pour :

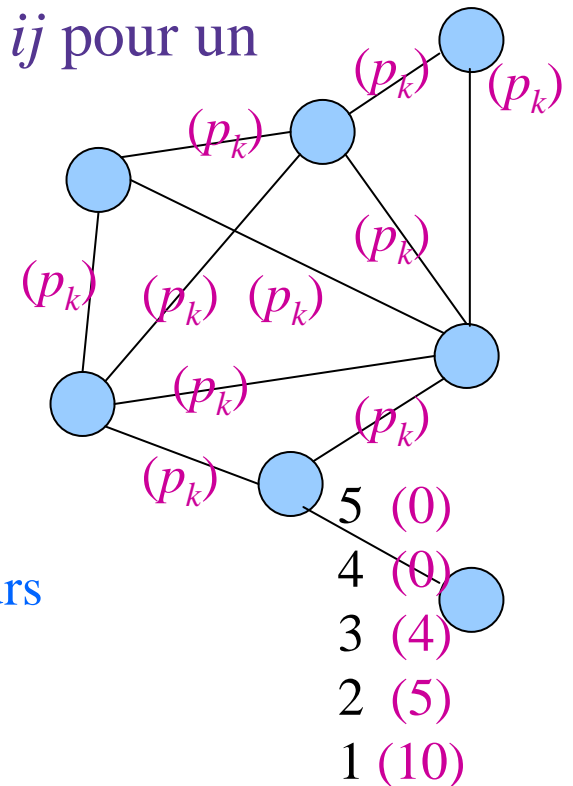
minimiser
$$\sum_{\substack{(i,j) \in E \\ k=0...K}} p_{ijk} \delta_{|x_j - x_i| \geq k}$$

Pour un réseau 802.11b/g, T-coloration avec 13couleurs

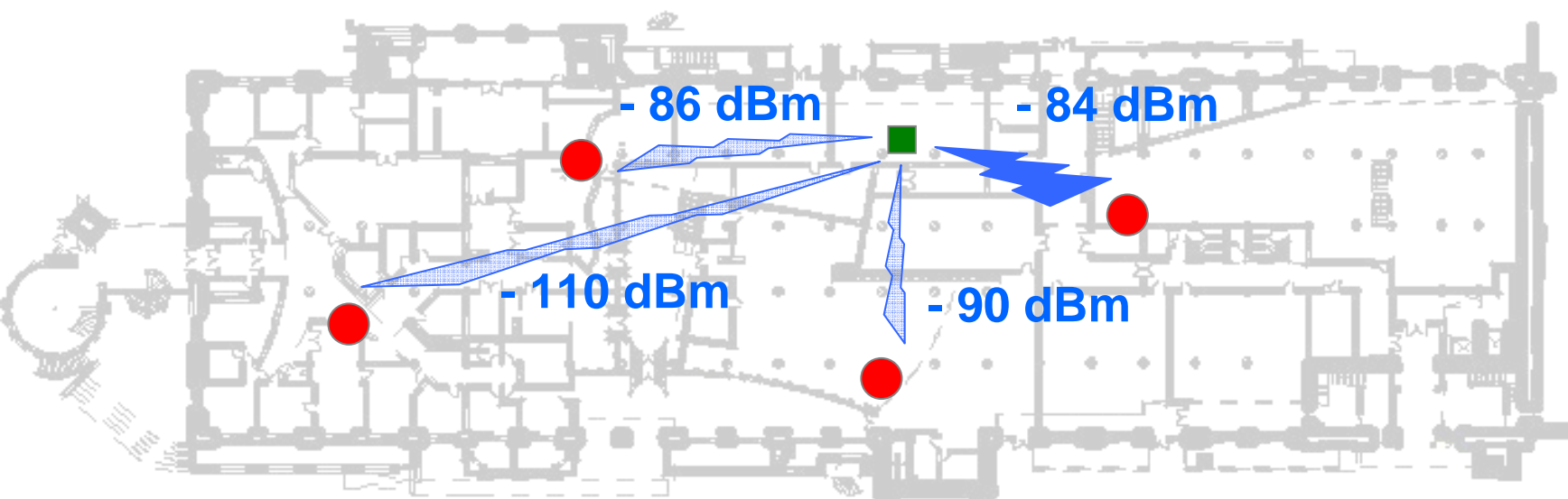
$x_i \in X = \{1,2,3,\dots, 13\}$

$K = 5$

$p_{ijk} \in \{\text{nombre d'usagers pénalisés par écart}\}$

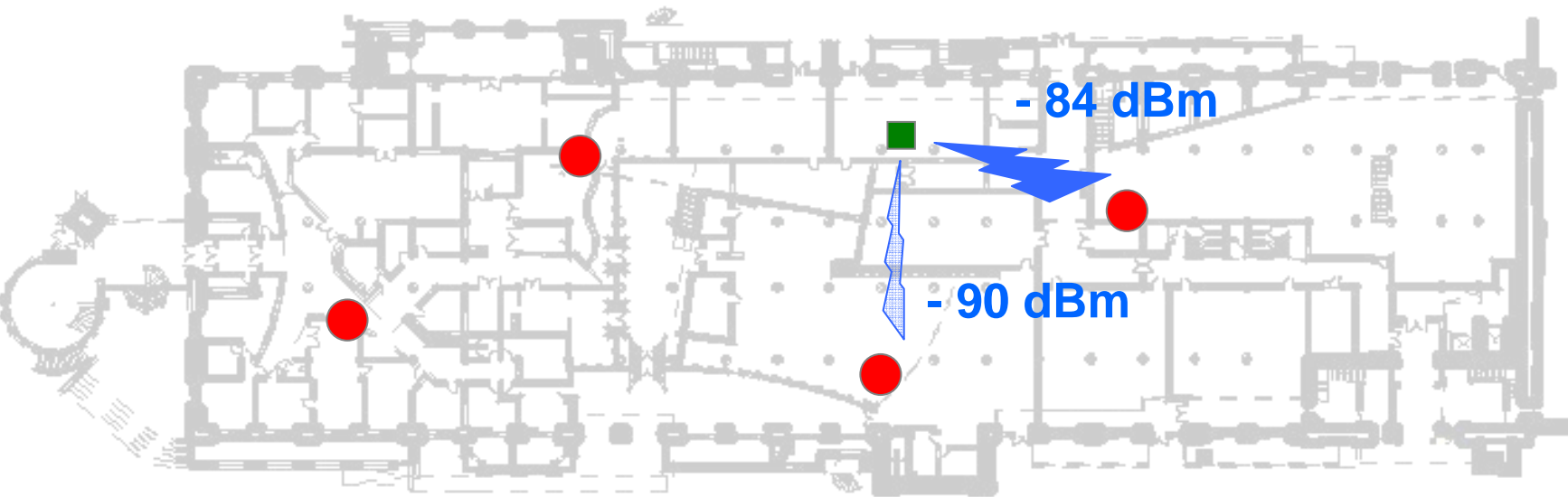


Interférences multiples



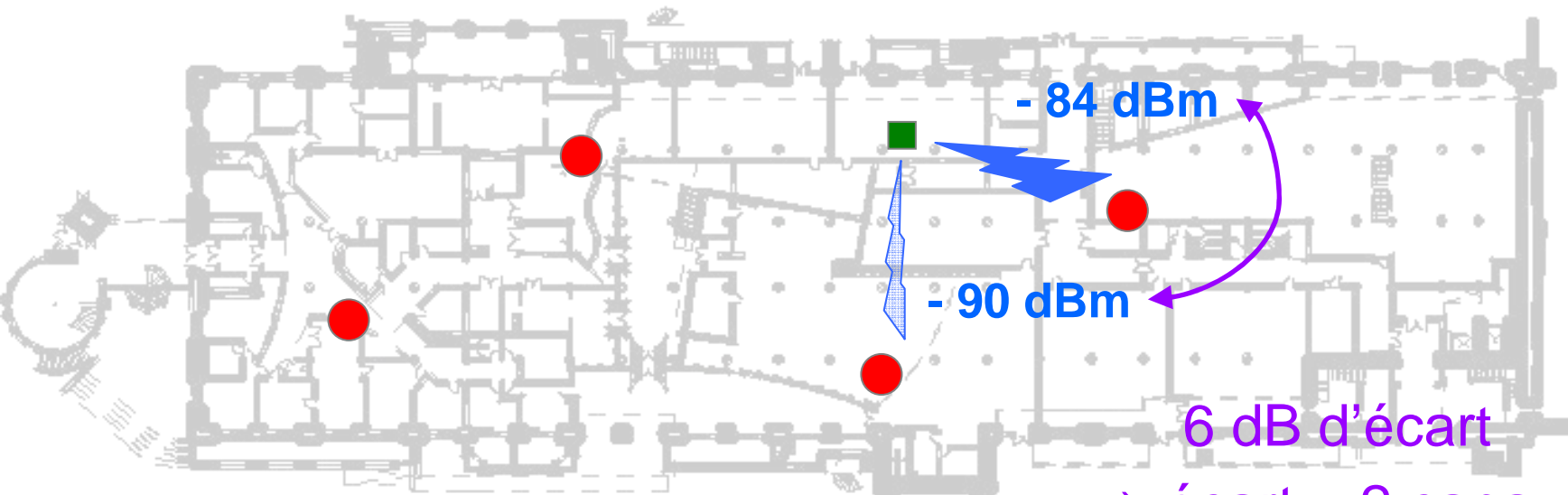
Interférences multiples

Quel écart de fréquence minimum pour que $SINR > \text{seuil}$?



Interférences multiples

Quel écart de fréquence minimum pour que $\text{SINR} > 20\text{dBm}$

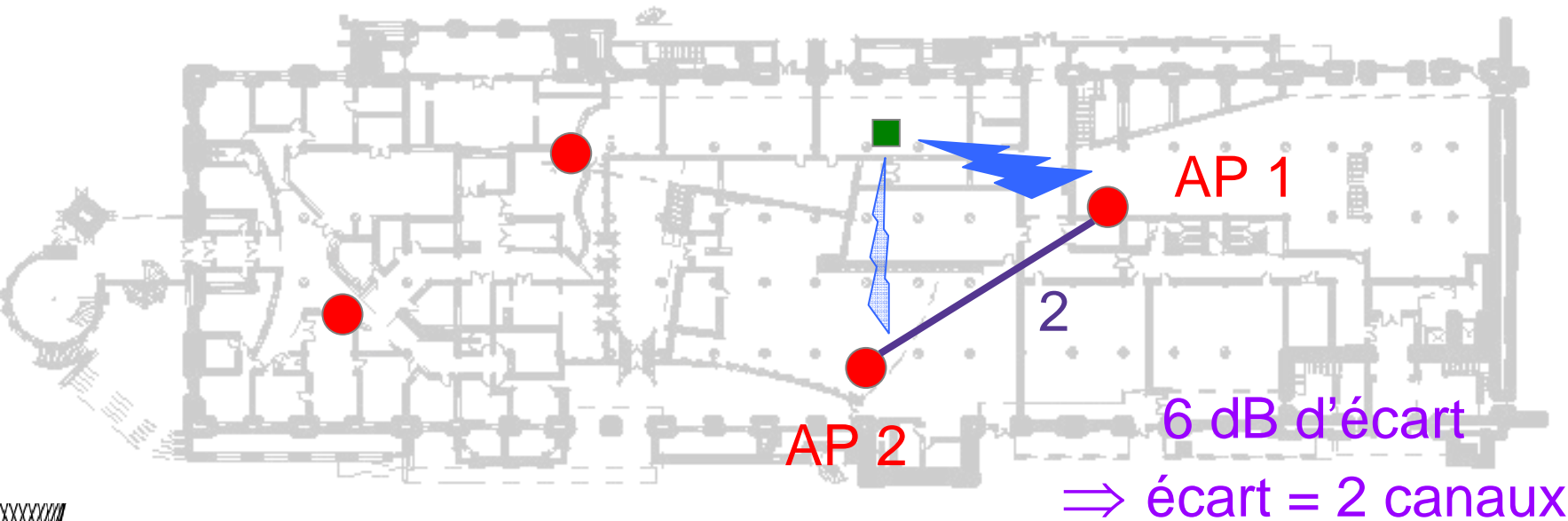


6 dB d'écart
 \Rightarrow écart = 2 canaux

$\text{SINR} > 20\text{dB}$

Interférences multiples

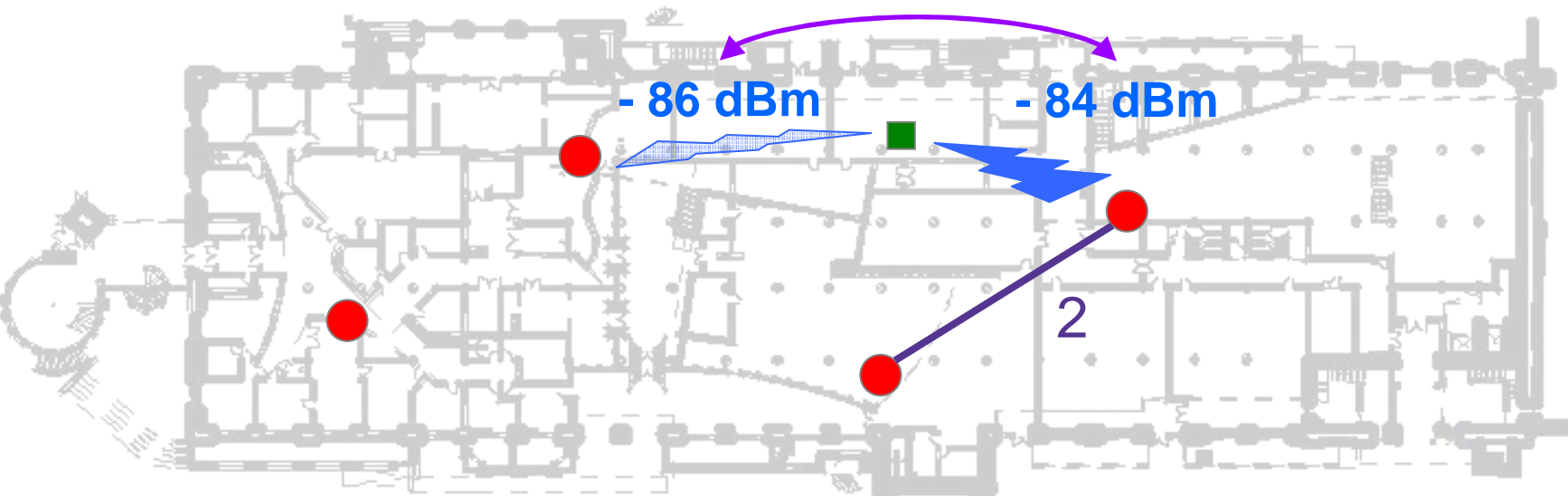
Quel écart de fréquence minimum pour que SINR > seuil ?



$$|x_1 - x_2| \geq 2$$

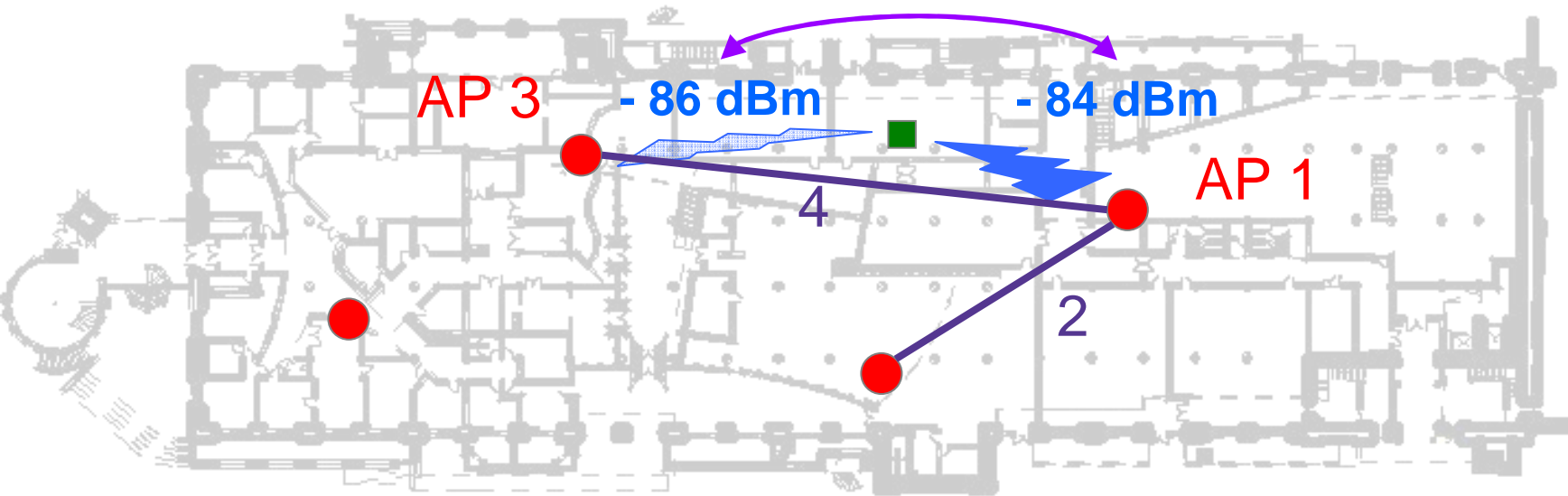
Interférences multiples

2 dB d'écart
⇒ écart = 4 canaux



Interférences multiples

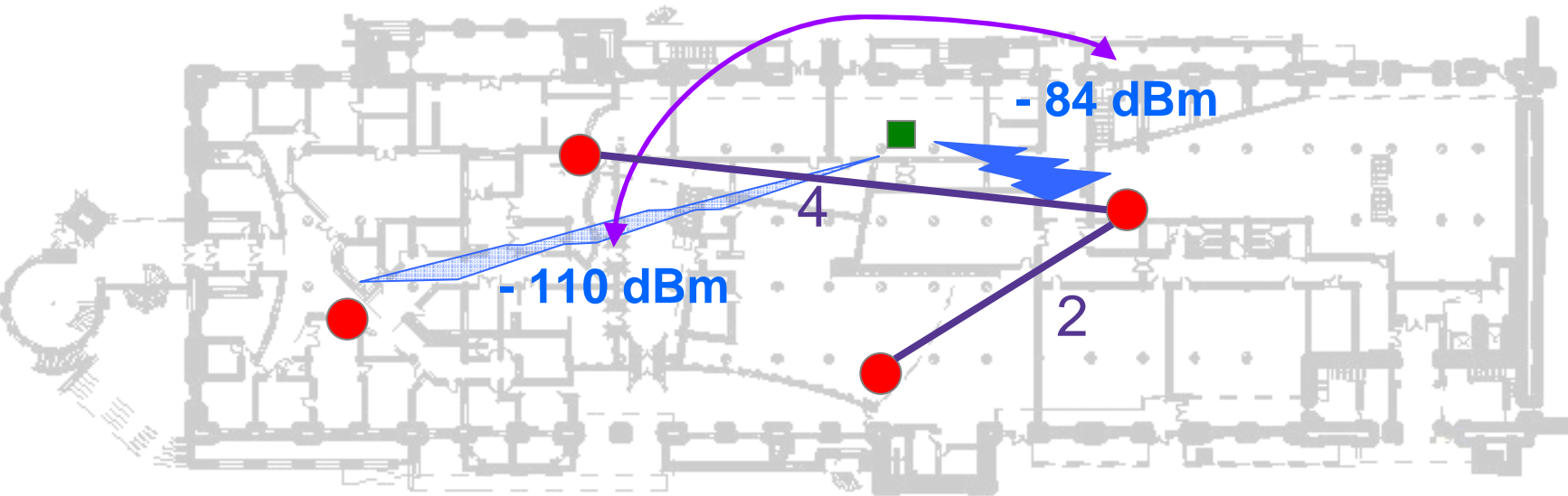
2 dB d'écart
⇒ écart = 4 canaux



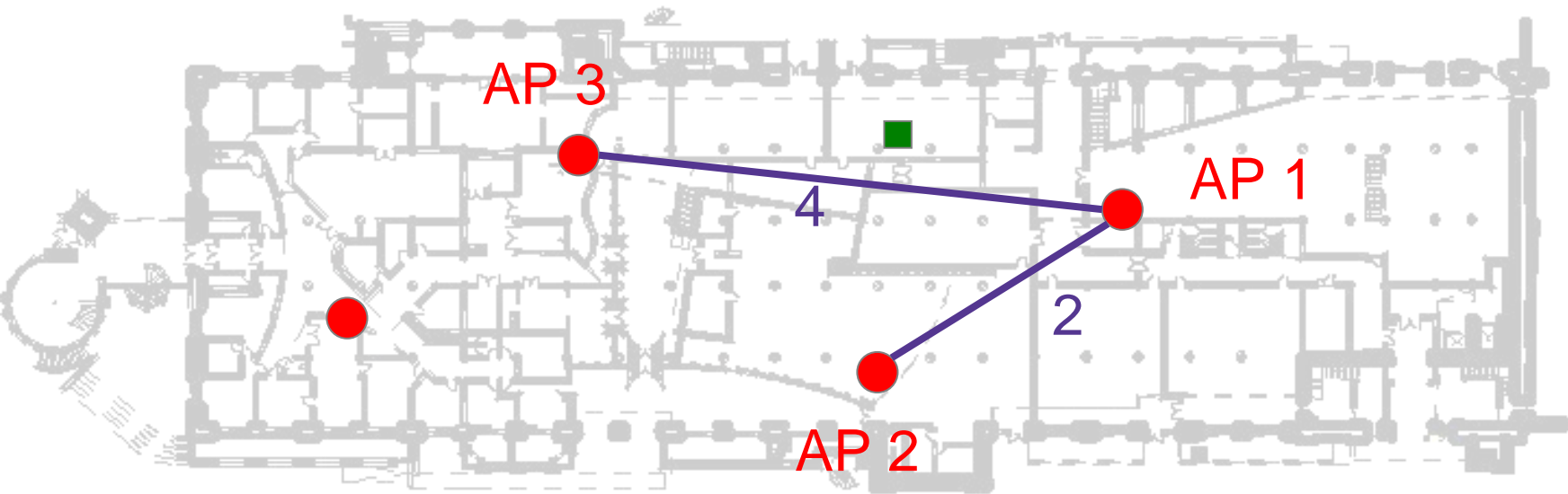
$$|x_1 - x_3| \geq 4$$

Interférences multiples

26 dB d'écart
⇒ écart = 0 canaux

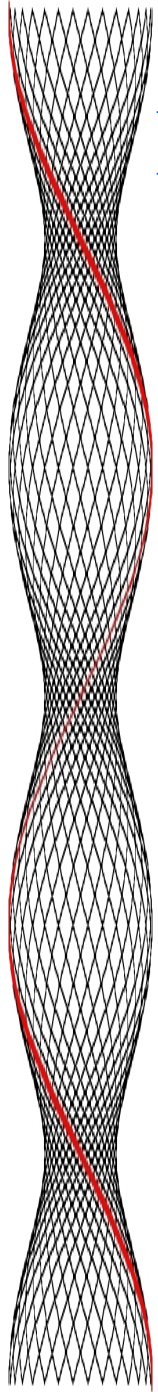


Interférences multiples



$$|x_1 - x_2| \geq 2$$

$$|x_1 - x_3| \geq 4$$



Modélisation en hypergraphe

$$\forall f \in F, \quad SINR_f \geq s_f$$

$$\forall f \in F, \quad \frac{p_{i_f, f}}{\sum_{i \in f \setminus \{i_f\}} p_{i, f} \mathcal{V}(|x_{i_f} - x_i|) + N} \geq s_f$$

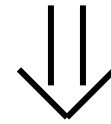
$$\forall f \in F, \quad \sum_{i \in f \setminus \{i_f\}} p_{i, f} \mathcal{V}(|x_{i_f} - x_i|) \leq \frac{p_{i_f, f}}{s_f} - N =: \lambda_f$$

$$\forall f \in F, \quad \sum_{i \in f \setminus \{i_f\}} p_{i, f} \mathcal{V}(|x_{i_f} - x_i|) \leq \lambda_f$$



Simplification au problème de T-coloration de graphe

$$\forall f \in F, \quad \sum_{i \in f \setminus \{i_f\}} p_{i,f} \gamma(|x_{i_f} - x_i|) \leq \lambda_f$$



$$\forall f \in F, \forall i \in f \setminus \{i_f\}, \quad p_{i,f} \gamma(|x_{i_f} - x_i|) \leq \lambda_f$$

$$\forall f \in F, \forall i \in f \setminus \{i_f\}, \quad |x_{i_f} - x_i| \geq \gamma^{-1} \left(\frac{\lambda_f}{p_{i,f}} \right) := t_{ij}$$

Conditions nécessaires:

En posant $j = i_f$,

$$\forall (i, j) \in E, \quad |x_j - x_i| \geq t_{ij}$$

→ Le problème de T-coloration de graphe est sous-contraint



Simplification au problème de T-coloration de graphe

$$\forall f \in F,$$

$$SINR_f \geq s_f$$

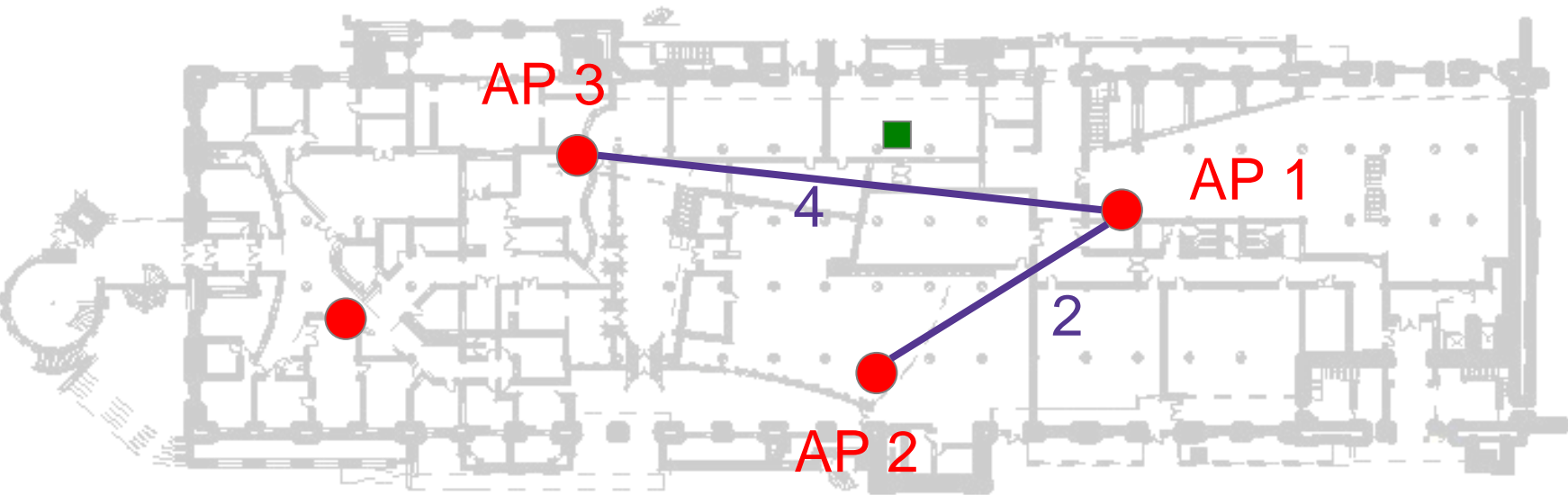


$$\forall (i, j) \in E, \quad |x_j - x_i| \geq t_{ij}$$

Quelles contraintes faut-il ajouter pour avoir l'équivalence ?

→ des contraintes n-aires (non simplement binaire)
graphe → hypergraphe

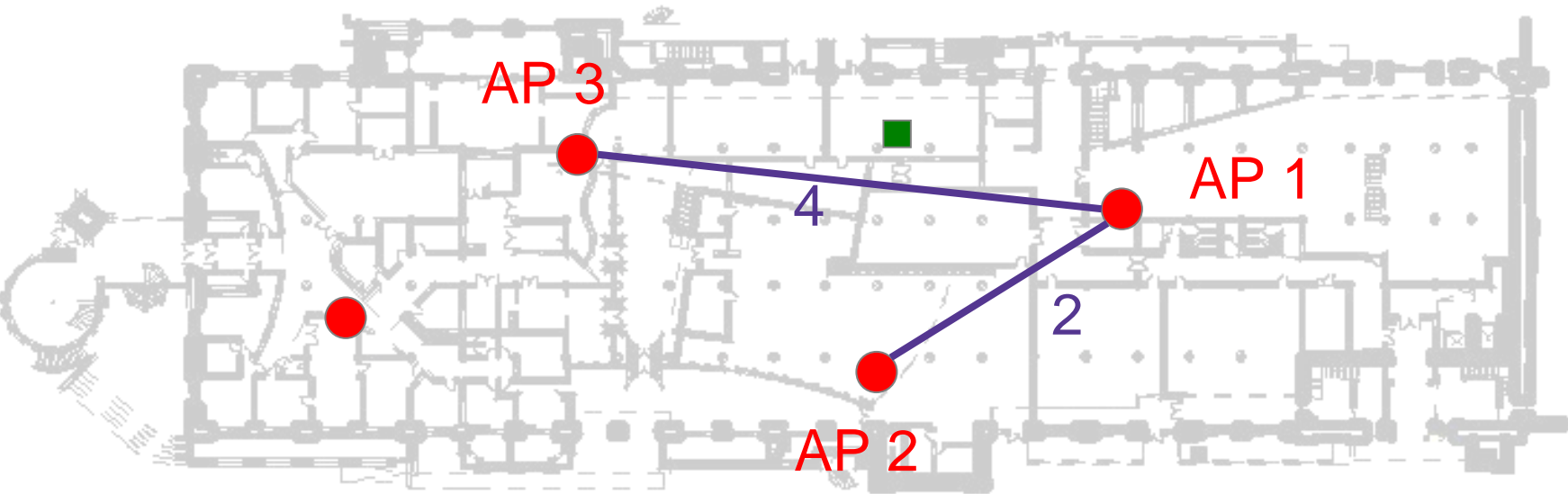
Interférences multiples



$$|x_1 - x_2| \geq 2$$

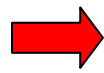
$$|x_1 - x_3| \geq 4$$

Interférences multiples



$$|x_1 - x_2| \geq 2$$

$$|x_1 - x_3| \geq 4$$



$$|x_1 - x_2| = 2$$

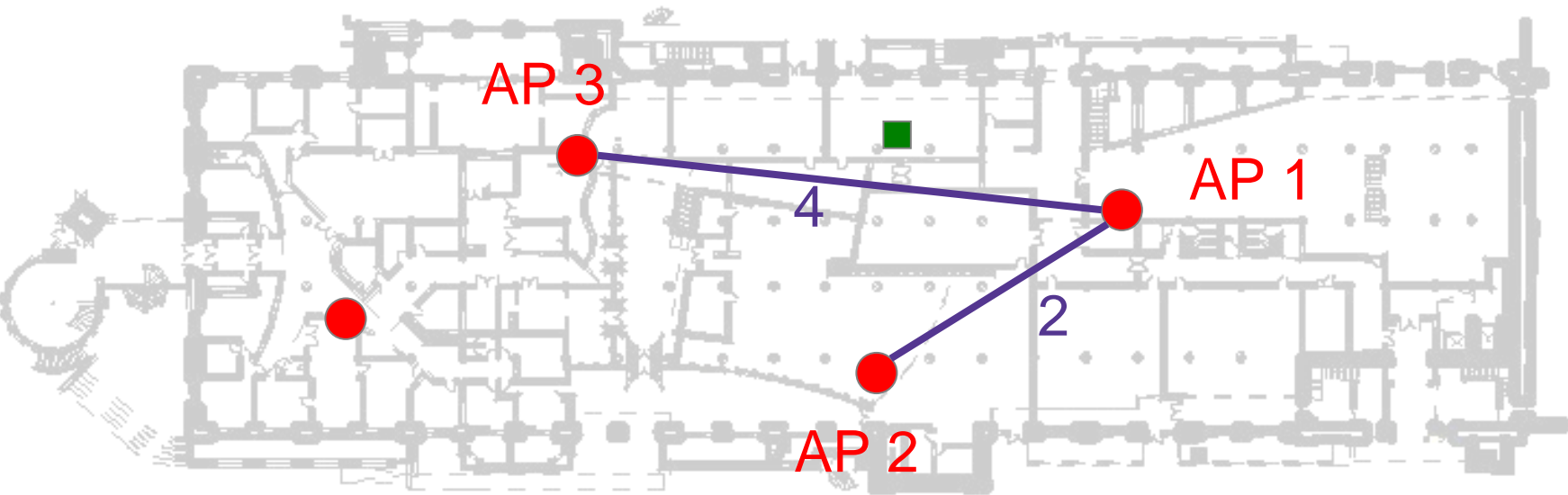
$$|x_1 - x_3| = 4$$

Suffisant ?

$$SINR_f \geq s_f$$

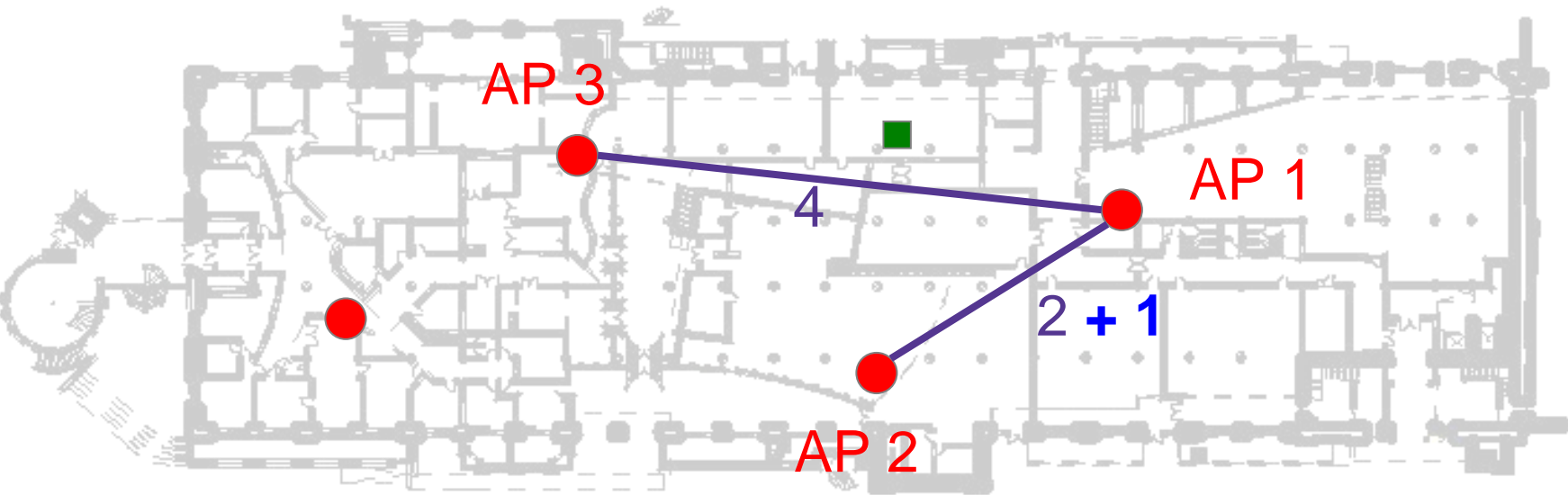
Interférences multiples

Si $|x_1 - x_3| = 4$ alors $|x_1 - x_2| = 2 + ?$



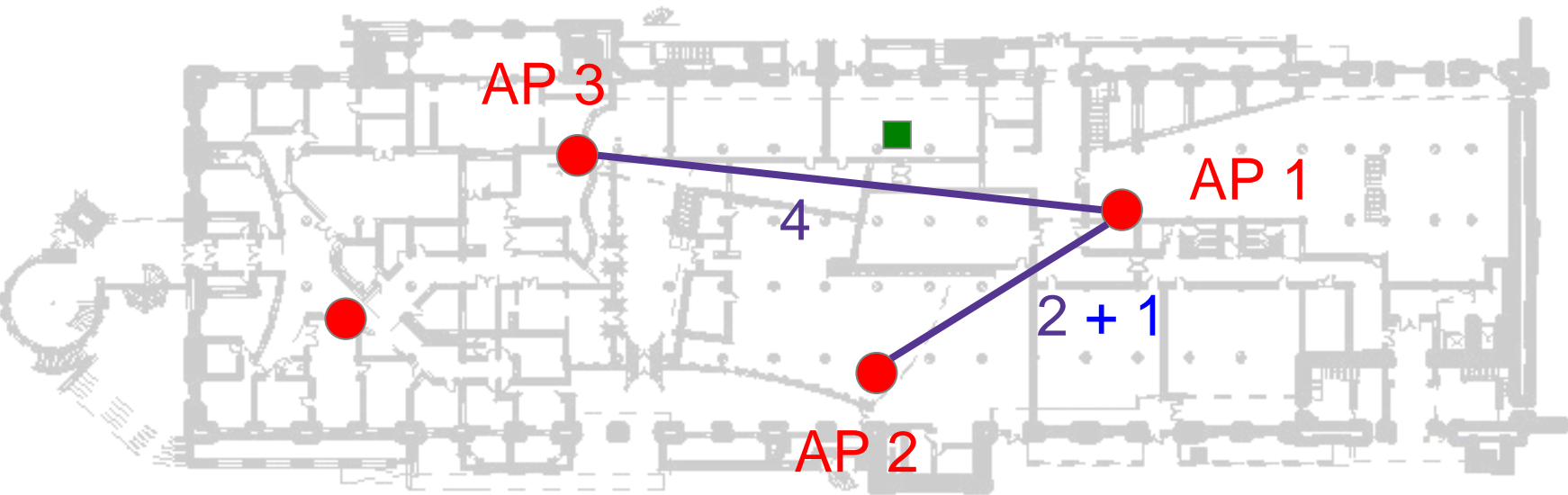
Interférences multiples

Si $|x_1 - x_3| = 4$ alors $|x_1 - x_2| = 2 + 1$



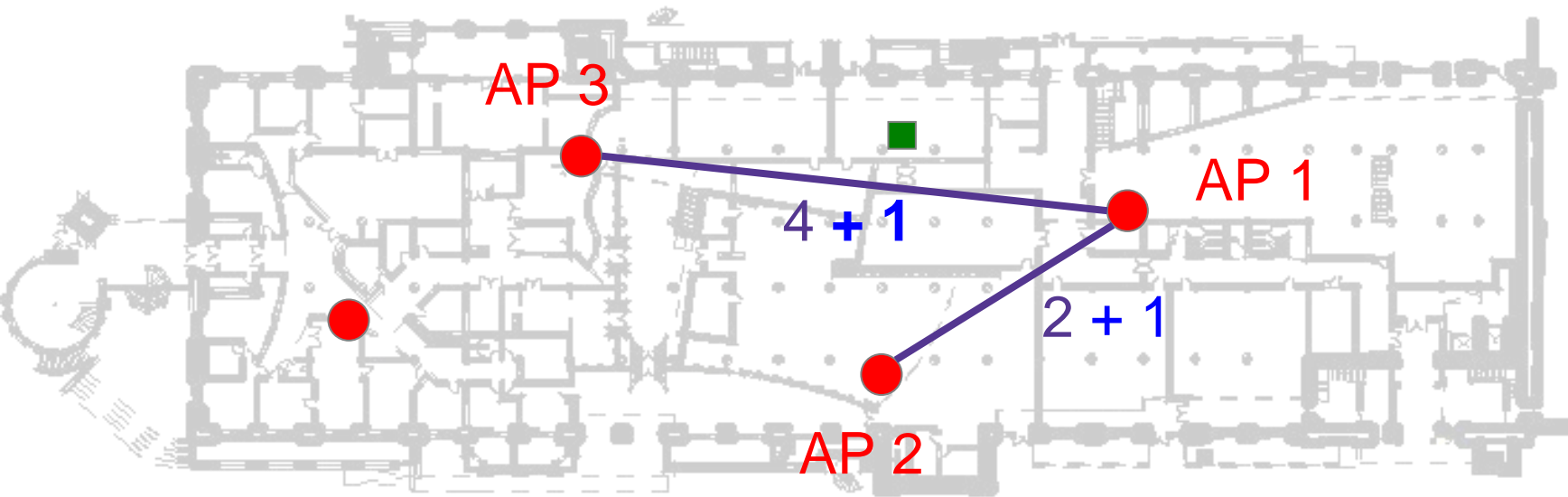
Interférences multiples

Si $|x_1 - x_2| = 2$ alors $|x_1 - x_3| = 4 + ?$



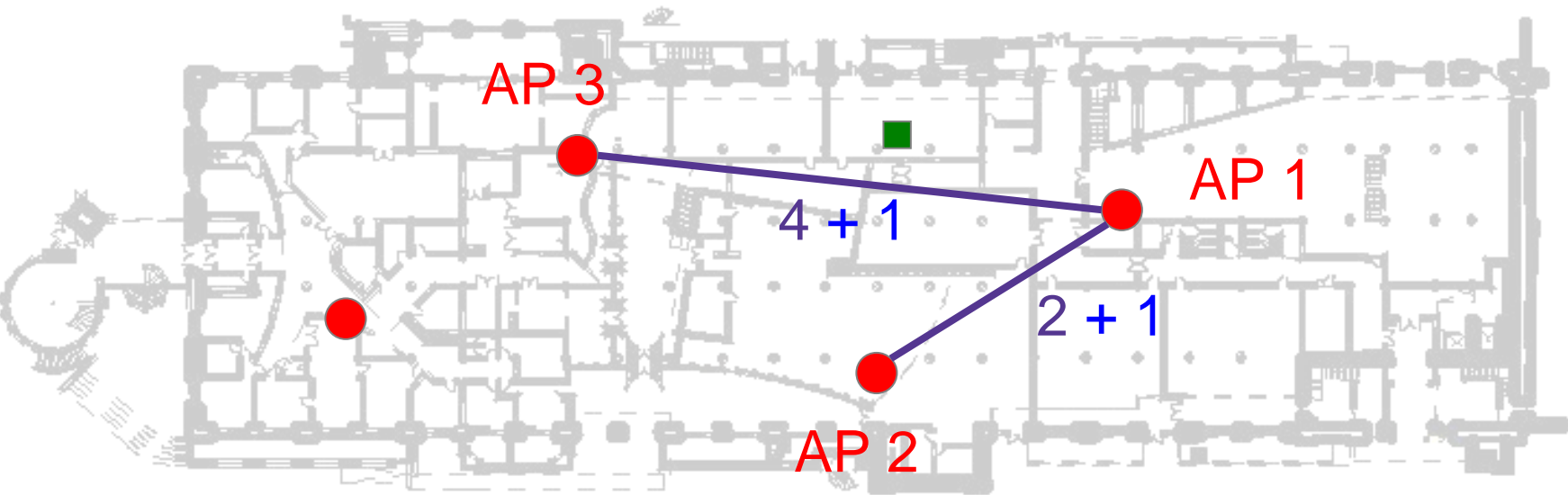
Interférences multiples

Si $|x_1 - x_2| = 2$ alors $|x_1 - x_3| = 4 + 1$



Interférences multiples

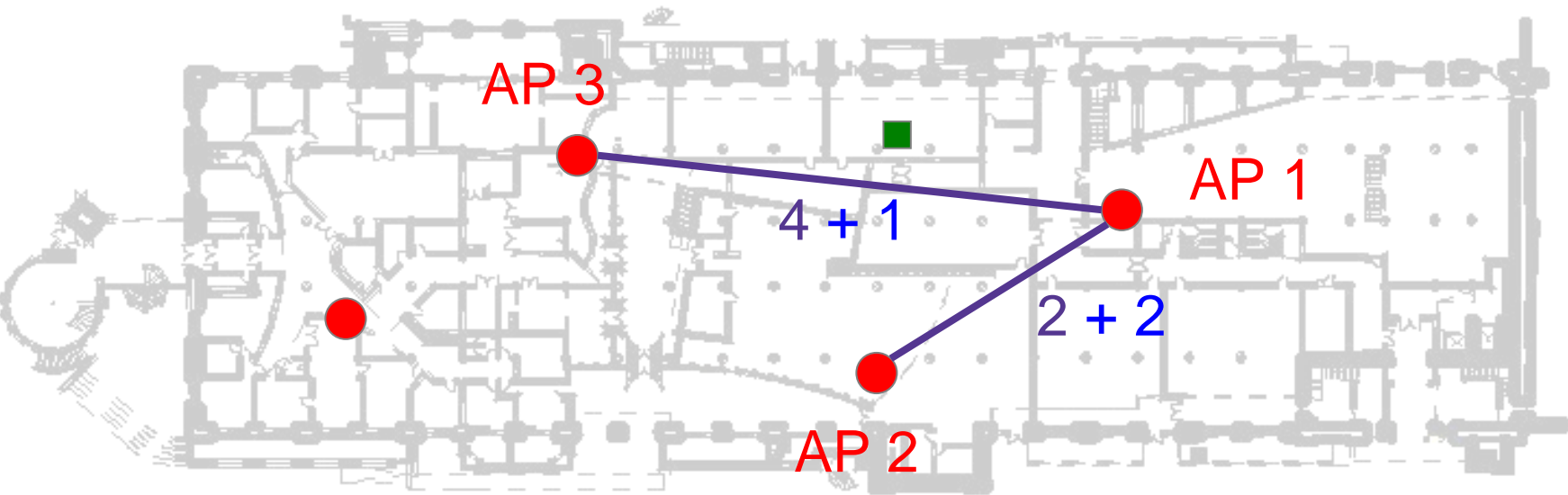
$$|x_1 - x_2| \geq 2 \quad |x_1 - x_3| \geq 4$$



➔ $|x_1 - x_2| + |x_1 - x_3| \geq 7$

Interférences multiples

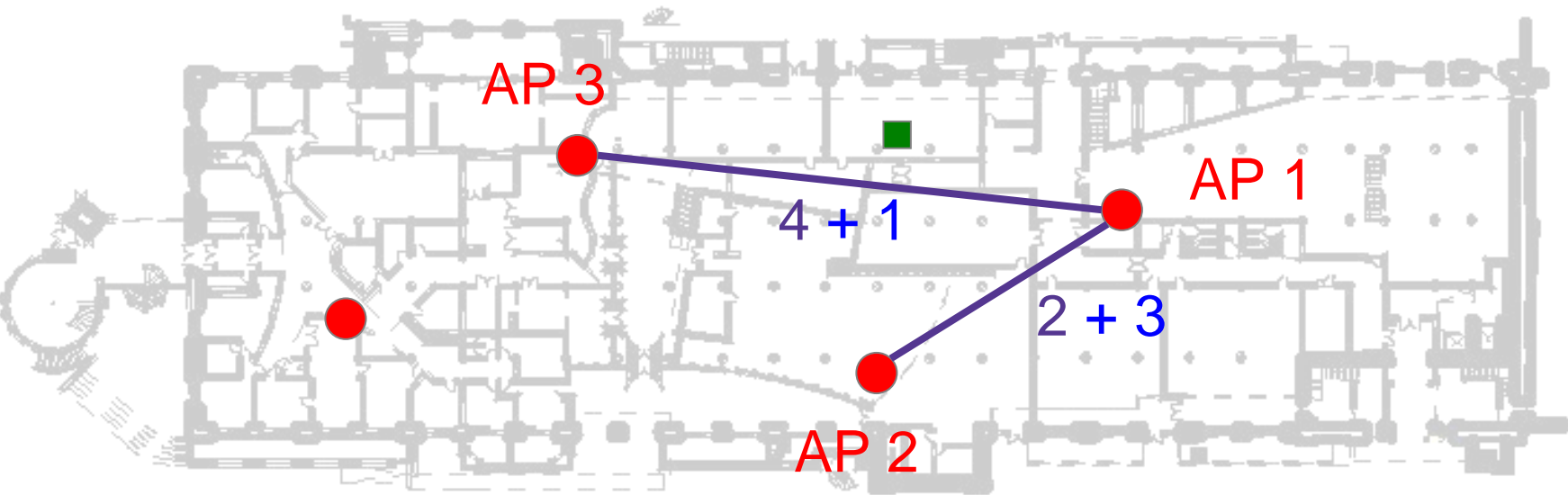
$$|x_1 - x_2| \geq 2 \quad |x_1 - x_3| \geq 4$$



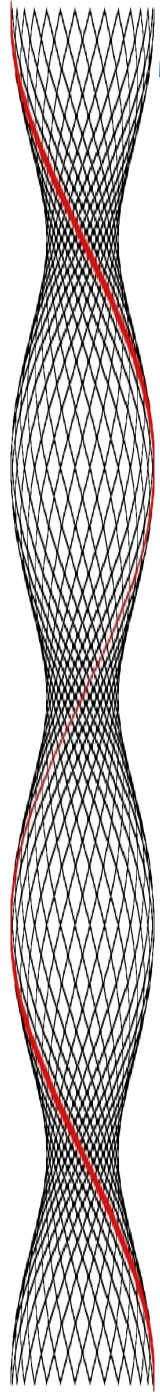
$$\rightarrow \frac{1}{2} |x_1 - x_2| + |x_1 - x_3| \geq 6$$

Interférences multiples

$$|x_1 - x_2| \geq 2 \quad |x_1 - x_3| \geq 4$$



$$\rightarrow \frac{1}{3} |x_1 - x_2| + |x_1 - x_3| \geq 5,66$$



T-coloration d'hypergraphe : problème de décision

Soit $H(V, F)$ est un hypergraphe

V l'ensemble des antennes

F l'ensemble des hyperarêtes de l'hypergraphe

Soient $\forall f \in F$,

$$\lambda_f \in \mathcal{R}$$

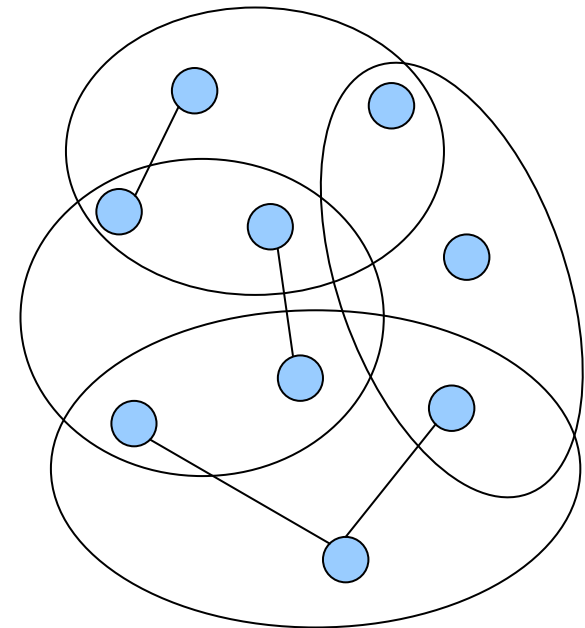
$$\forall i, j \in f, \alpha_{ij, f} \in \mathcal{R}$$

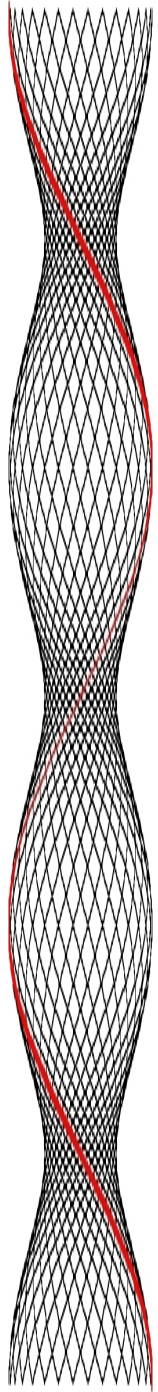
x_i couleur de l'antenne $i \in V$.

On cherche les x_i tel que:

$$\forall f \in F, \quad \sum_{i, j \in f} \alpha_{ij, f} |x_i - x_j| \geq \lambda_f$$

$$\text{Si } |f| = 2, \text{ alors } |x_{i_f} - x_i| \geq \lambda_f$$





Conclusions / Perspectives

- Premiers tests concluants :
la T-coloration d'hypergraphe donne de meilleures solutions que la T-coloration de graphe
- Difficulté:
l'équivalence des problèmes de décision
n'implique pas
l'équivalence des problèmes d'optimisation

