



**HAL**  
open science

## Génération de colonnes pour le routage et l'ordonnancement dans les réseaux radio maillés

Christelle Molle, Fabrice Peix, Hervé Rivano

► **To cite this version:**

Christelle Molle, Fabrice Peix, Hervé Rivano. Génération de colonnes pour le routage et l'ordonnancement dans les réseaux radio maillés. Colloque Francophone sur l'Ingénierie des Protocoles (CFIP) - Best student paper award, Mar 2008, Les Arcs, France. pp.119-130. hal-00250166

**HAL Id: hal-00250166**

**<https://hal.science/hal-00250166v1>**

Submitted on 11 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Génération de Colonnes pour le Routage et l'Ordonnancement dans les Réseaux Radio Maillés<sup>1</sup>

**Christelle Molle — Fabrice Peix — Hervé Rivano**

13S(CNRS-UNSA)/INRIA projet MASCOTTE  
2004 route des Lucioles, B.P. 03, 06902 Sophia Antipolis Cedex, FRANCE.  
E-mail:{christelle.molle, fabrice.peix, herve.rivano}@sophia.inria.fr

---

*RÉSUMÉ.* Dans cet article, nous étudions la capacité des réseaux radio maillés dédiés à l'accès à Internet. Nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un réseau synchrone fonctionnant en régime permanent où les transmissions partagent un même canal radio. Le routage et l'ordonnancement des transmissions ont un impact majeur sur la capacité fournie aux clients. Une optimisation jointe de ces deux problèmes permet de prendre en compte dans le routage les contentions dues aux interférences radio. Nous en développons des formulations exactes en programmation linéaire. Nous présentons ensuite un processus de génération de colonnes résolvant une relaxation du problème. Ainsi, nous contournerons l'écueil de la combinatoire des transmissions réalisables simultanément pour permettre de calculer des solutions sur des réseaux de grande taille. Des simulations sont effectuées sur des topologies aléatoires. L'évolution de la capacité d'un réseau maillé avec ses paramètres, ainsi que la complexité algorithmique du problème sont discutées.

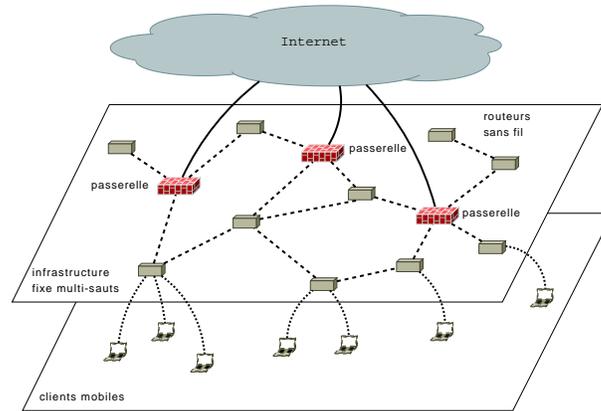
*ABSTRACT.* In this paper, we address the capacity of Wireless Mesh Networks dedicated to Internet access. We assume a single-channel, synchronous network in steady state. Routing and transmission scheduling have a major impact on the capacity provided to the clients. A cross-layer optimization of these problems allows the routing to take into account the contentions due to radio interference. We develop exact linear programs for this. We then provide a column generation process computing a relaxation of the problem. It allows to work around the combinatoric of simultaneously achievable transmissions, hence computing solutions on large networks. Simulations are done on random topologies. The evolution of the capacity of a mesh network with its parameters, as well as the algorithmic complexity are then discussed.

*MOTS-CLÉS :* Réseaux Radio Maillés, Capacité, Routage, Ordonnancement, Programmation Linéaire, Génération de Colonnes.

*KEYWORDS:* Wireless Mesh Networks, Capacity, Routing, Scheduling, Linear Programming, Column Generation.

---

1. C. Molle est doctorante, financée par la DGA. Ce travail est partiellement supporté par le projet européen IST/FET AEOLUS, l'ANR-JC OSERA, et l'ARC CARMA.



**Figure 1.** *Topologie d'un réseau radio maillé : les clients mobiles accèdent à Internet à travers un réseau multi-sauts composé de routeurs et de points d'accès.*

## 1. Introduction

Les réseaux radio maillés (Wireless Mesh Networks) sont devenus une solution efficace pour déployer à moindre coût un réseau d'accès sans fil à grande échelle, par exemple dans une ville [AKY 05]. Topologiquement, les réseaux radio maillés sont formés d'une infrastructure fixe de routeurs sans fil, reliés entre eux par des liens radio, et qui acheminent les demandes de clients mobiles vers un réseau supérieur (filaire ou non) donnant accès à Internet. Des routeurs spéciaux, appelés points d'accès, réalisent l'interconnexion entre le réseau maillé et le réseau supérieur (Fig. 1).

De nombreux travaux cherchent à concevoir des modèles d'optimisation généraux pour les réseaux radio maillés afin d'évaluer les performances de ces réseaux. La capacité d'un réseau radio, définie comme étant la quantité maximale de flot que peut écouler une topologie, est au cœur de l'étude des performances des réseaux radio. En effet, le problème majeur des réseaux radio est la présence d'interférences spatiales entre les communications. Une conséquence directe de ces interférences est la réduction de la capacité [JAI 03, KOD 05]. Dans une étude analytique [GUP 00], Gupta et Kumar ont montré que la capacité d'un nœud dans un réseau ad-hoc sans fil aléatoire décroît en  $\mathcal{O}(\frac{1}{\sqrt{n}})$  lorsque la taille du réseau,  $n$ , augmente. Ce résultat, prouvé dans des hypothèses simples, a été confirmé par de nombreux travaux [DOU 04, RIV 06, MEH 06]. A la différence des réseaux ad-hoc, les réseaux maillés sont fixes et possèdent des points d'étranglement, localisés autour des points d'accès, où se concentre le trafic. Par conséquent la capacité disponible en chaque nœud est réduite à  $\mathcal{O}(\frac{1}{n})$  [JUN 03].

L'objectif de cet article est de pouvoir calculer une capacité optimale théorique d'un réseau radio maillé en modélisant les caractéristiques inter-couches du réseau. L'évaluation de la capacité est utile afin d'améliorer les performances des protocoles

de routage, sans oublier que l'efficacité du routage dépend lui-même d'une allocation performante des ressources physiques et techniques. En effet, les interférences radio présentes entre les transmissions doivent conditionner le routage. De même, le routage choisi doit prendre en compte la réussite des transmissions.

Afin de maximiser la capacité d'un réseau radio maillé dont nous connaissons la topologie, nous allons chercher à allouer optimalement les ressources communes, notamment l'accès au canal radio. Cette allocation est contrainte par les interférences produites autour d'un nœud émetteur : deux transmissions simultanées doivent être éloignées de plusieurs sauts. Les requêtes en contention se partagent l'accès à la ressource radio selon un multiplexage en temps. L'allocation optimale des ressources est donc un ordonnancement de l'activation des liens rendant disponible suffisamment de capacité pour acheminer un trafic maximal des nœuds vers Internet [LIU 05].

L'hypothèse la plus forte de nos travaux est de considérer un réseau synchrone et une période de temps découpée en intervalles de durée fixe. Chaque lien du réseau est activé durant un certain nombre d'intervalles, ce qui entraîne la création d'une planification indiquant à quel moment un lien transmet. Au cours de chaque intervalle, un ensemble de liens n'interférant pas deux à deux est activé. Cet ensemble est appelé *stable*, et l'ensemble de tous les stables possibles est exponentiel. Un ordonnancement optimal ne peut donc être calculé par des méthodes simples que sur des topologies de taille réduite. Par conséquent des études ont cherché à réduire l'ensemble des stables à considérer [WAN 07], ou développer des algorithmes d'approximations [KLA 04].

La génération de colonnes est une technique sophistiquée de résolution de problèmes linéaires de grande taille [LUB 05]. Lorsque le nombre de variables est exponentiel, elle permet de décomposer le problème en différentes parties. Un programme dit *maître* résout le problème sur un sous-ensemble de variables associées à des structures combinatoires. Ces structures sont générées par des sous-programmes dits *auxiliaires*, qui sélectionnent celles qui amélioreront la solution du maître. Cette technique a déjà été utilisée [ZHA 05, CAR 07], mais pour résoudre un problème fondé sur des contraintes de routage simplifiées, se coupant la possibilité de trafic multi-chemins [LAK 06, TAM 07] exploitant plusieurs passerelles par source.

Ce travail expose deux formulations exactes du problème de routage et d'ordonnancement dans les réseaux radio maillés (section 3). Un processus de génération de colonnes est ensuite présenté (section 4). Il intègre à la fois la génération de stables et de chemins. Ce processus est enfin validé sur un ensemble d'instances aléatoires (section 5). L'évolution de la capacité de ces réseaux et la complexité algorithmique du problème sont discutées.

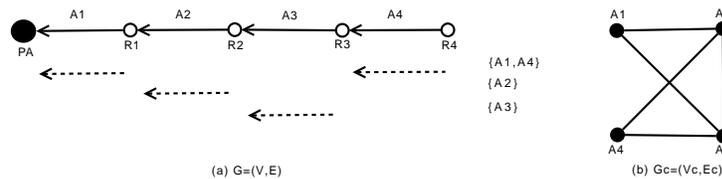
Dans la section suivante, nous détaillons le problème d'optimisation du routage et de l'ordonnancement des liens que nous traitons, ainsi que les hypothèses sur le fonctionnement des réseaux que nous considérons.

## 2. Définition du problème et Hypothèses

Le réseau est modélisé par un graphe orienté  $G = (V, E)$  de  $N$  nœuds représentant les routeurs sans fil qui forment l'infrastructure fixe du réseau. Chaque routeur possède une seule interface lui permettant d'émettre ou recevoir des paquets sur la fréquence radio disponible. Cette fréquence est par conséquent partagée entre tous les routeurs du réseau. L'ensemble des sommets du graphe est décomposé en deux sous-ensembles d'intersection vide :  $V = V_r \cup V_g$ , avec  $V_r \cap V_g = \emptyset$ .  $V_g$  représente l'ensemble des points d'accès et  $V_r$  l'ensemble des routeurs dits simples, c'est-à-dire qui n'interagissent pas directement avec Internet. Chaque routeur  $r$  de  $V_r$  possède un poids  $d_r$  correspondant à la demande agrégée des clients mobiles qui se connectent à lui. L'objectif est de router chaque demande d'un routeur source de  $V_r$  vers au moins un point d'accès de  $V_g$  à travers des chemins multi-sauts.

Le réseau est supposé synchrone et périodique de période  $T$ . Le protocole de communication est alors conçu sur un modèle de multiplexage TDMA par intervalles. Ce mécanisme effectue une allocation dynamique de trames à chaque communication pour que tous les usagers puissent accéder à la ressource commune. Une allocation optimale correspond à un ordonnancement optimal des communications de manière à éviter les interférences radio. Cet ordonnancement est assuré par le protocole d'accès au médium (MAC). Afin d'éviter les collisions provoquées par les interférences, la norme WiFi 802.11 se base sur un protocole d'accès CSMA/CA avec messages RTS-CTS qui va autoriser ou refuser la transmission d'un nœud suivant la disponibilité du canal radio. De nombreux modèles d'interférences se basant sur la méthode CSMA/CA ont été développés, chacun d'eux étant une approximation de la réalité physique. Ces modèles sont dits *binaires* : étant donné un graphe représentant la topologie du réseau, nous pouvons représenter un *graphe des conflits*  $G_c = (V_c, E_c)$  où chaque nœud de  $V_c$  correspond à un arc de  $E$ , et il existe un lien entre deux sommets de  $V_c$  si et seulement si les deux liens correspondants dans le réseau interfèrent entre eux [KUM 05].

Définissons pour chaque lien  $e$  de  $E$  l'ensemble  $\mathcal{I}(e)$  des liens  $e'$  qui interfèrent avec  $e$ . Etant donné le modèle d'interférence binaire considéré,  $s$  est un ensemble



**Figure 2.** Modèle binaire d'interférences à distance 2 : (a) Graphe de connectivité, (b) Graphe des conflits. Les ensembles de communications compatibles  $\{A1, A4\}$ ,  $\{A2\}$ ,  $\{A3\}$  constituent des stables du graphe des conflits.

d'arcs de  $G$  n'interférant pas deux à deux :  $s \subseteq E, \forall e_1, e_2 \in s, e_1 \notin \mathcal{I}(e_2)$  et  $e_2 \notin \mathcal{I}(e_1)$ . Comme  $E_c$  relie deux liens qui interfèrent entre eux dans le réseau, tout ensemble  $s$  correspond à un ensemble indépendant, ou *stable*, du graphe des conflits  $G_c$ . Rappelons qu'un stable est un ensemble de sommets non adjacents deux à deux. Nous illustrons cette notion dans la figure 2 où le modèle d'interférences choisi est un modèle binaire à distance 2, c'est-à-dire que deux liens peuvent être actifs simultanément s'ils se trouvent à une distance au moins égale à 2 dans le graphe. Les arcs  $A1$  et  $A4$  se trouvent à distance 3 l'un de l'autre, ils peuvent donc se trouver dans un même ensemble  $s$ . Nous pouvons vérifier que cet ensemble  $s$  est bien un stable du graphe des conflits  $G_c$  associé car les sommets  $A1$  et  $A4$  dans  $G_c$  ne sont pas reliés.

Le problème de l'ordonnement cherche donc à déterminer l'ensemble des liens actifs durant chaque intervalle de temps. Pour qu'une communication puisse avoir lieu d'un routeur à un point d'accès, il faut que les liens portant un chemin de la source à la destination soient activés successivement. Lorsque le réseau fonctionne en régime permanent, périodique, si chaque lien composant un chemin est activé dans la période de longueur  $T$ , le flot du chemin aura un débit  $\frac{c}{T}$ , où  $c$  est la capacité du lien de moins grand débit le long du chemin. Le problème du routage de débit maximum consiste donc à trouver un ensemble de chemins entre les sources et les destinations qui soit porté par des liens pouvant être activés dans un intervalle d'amplitude minimale.

### 3. Optimisations jointes du routage et de l'ordonnement

Le problème que nous considérons consiste à calculer simultanément l'ensemble des chemins reliant les routeurs aux points d'accès et les transmissions à activer pour écouler le trafic le long de ces chemins.

Dans cette section, nous présentons deux programmes linéaires exacts pour ce problème d'optimisation. Le premier, dit *sommet/arc*, exprime notre problème sur un ensemble de variables associées aux éléments du réseau. Les équations expriment la manière dont ces éléments interagissent. Le second programme, dit *chemin/stable*, se fonde sur une analyse combinatoire plus détaillée du problème. En reportant la structure des solutions dans les variables manipulées, il devient possible de relaxer le problème efficacement et d'envisager des méthodes de résolution sophistiquées.

#### 3.1. Formulation Sommet/Arc

Cette formulation du problème joint du routage et de l'ordonnement, dite en *sommet/arc*, se base sur les contraintes du problème connu du *multiflot* auquel s'ajoutent les contraintes d'ordonnement.

Le multiflot donne les chemins entre les routeurs et les points d'accès. Il exprime qu'un routeur  $r$  injecte un trafic  $d_r$  dans le réseau, que celui s'achemine sans perte de nœud en nœud, puis est extrait aux points d'accès. La capacité de chaque lien  $e$  se partage entre les flux  $f_e^r$  qui l'empruntent.

L'ordonnement se décrit par des variables  $y_t$  et  $a_e^t$  indiquant les intervalles au cours desquels chaque lien est activé. Des contraintes expriment la contention entre deux transmissions interférant entre elles. La longueur de la période du réseau correspond au nombre d'intervalles durant lesquels des liens sont effectivement activés. Une borne sur cette longueur est indiquée,  $T_{max}$ , et l'ensemble des intervalles utiles dans la fenêtre  $[1, T_{max}]$  est minimisé.

$$\min \sum_{t \leq T_{max}} y_t \quad (1)$$

$$\sum_{e \in \Gamma^+(v)} f_e^r - \sum_{e \in \Gamma^-(v)} f_e^r = 0, \forall r \in V_r, v \in V_r \setminus \{r\} \quad (2)$$

$$\sum_{e \in \Gamma^+(r)} f_e^r = d_r, \forall r \in V_r \quad (3) \quad \sum_{g \in V_g} \sum_{e \in \Gamma^-(g)} f_e^r = d_r, \forall r \in V_r \quad (4)$$

$$a_e^t + a_{e'}^t \leq 1, \forall e \in E, e' \in \mathcal{I}(e), t \leq T_{max} \quad (5)$$

$$\sum_{r \in V_r} f_e^r \leq \sum_{t \leq T_{max}} a_e^t, \forall e \in E \quad (6) \quad a_e^t \leq y_t, \forall e \in E, t \leq T_{max} \quad (7)$$

Les contraintes (2)-(4) décrivent le flot des données parcourant le réseau depuis chaque routeur,  $V_r$ , qui envoie un trafic  $d_r$  aux passerelles  $V_g$ .

Les contraintes (5) assurent la compatibilité des transmissions activées durant l'intervalle  $t$  : lorsqu'un lien  $e$  est activé, tous les liens  $e'$  de  $\mathcal{I}(e)$  (i.e. interférant avec  $e$ ) doivent rester inactifs.

Les contraintes (6) lient le routage et l'ordonnement : la capacité globale d'un lien dépend du nombre d'intervalles durant lesquels il est activé.

Les contraintes (7) comptent le nombre d'intervalles effectivement utilisés durant la période  $[1, T_{max}]$ , c'est à dire ceux durant lesquels au moins un arc est activé. L'objectif est alors de minimiser le nombre de ces intervalles.

Cette formulation linéaire en nombres entiers possède un nombre important de variables binaires et génère des milliers de contraintes. Elle voit donc sa combinatoire exploser dès que les topologies dépassent une vingtaine de nœuds. Des solutions optimales au problème de routage et d'ordonnement suivant un objectif dual ont par ailleurs été obtenus sur des petites topologies dans [GOM 07]. Afin de traiter des topologies plus importantes, une autre approche est nécessaire, notamment en relâchant partiellement le problème.

Une relaxation continue de cette formulation en sommet/arc serait sans intérêt car la structure d'un ordonnancement est intimement liée à la binarité des variables  $a_e^t$ . Il faut donc reformuler le problème de manière à intégrer la combinatoire dans les variables utilisées et non dans les équations.

On peut par ailleurs remarquer qu'un ordonnancement des transmissions n'est pas indispensable. En effet, une permutation des intervalles laisse le coût de la solution

inchangé. Il suffit donc de connaître la liste des ensembles de transmissions activés dans une solution optimale pour construire un ordonnancement optimal, en affectant à chaque ensemble un intervalle dans un ordre arbitraire. Le problème revient alors à calculer une simple pondération des ensembles de transmissions. En permettant à cette pondération d'être continue et non entière, une relaxation du problème original conserve pour autant sa structure principale.

En se fondant sur ces remarques, nous construisons une nouvelle formulation décrite ci-dessous.

### 3.2. Formulation Chemin/Stable

Comme nous l'avons défini précédemment, un stable correspond à un ensemble de transmissions pouvant être activés simultanément. L'ordonnancement peut alors être considéré comme l'activation d'un stable à chaque intervalle de la période du réseau. Comme expliqué ci-dessus, l'ordre de cette séquence d'activation ne détermine pas la qualité de la solution. Il nous suffit donc de calculer l'ensemble des stables activés. De la même manière, nous pouvons caractériser le routage comme la sélection d'un ensemble de chemins sur lesquels le flot va s'écouler.

Nous allons maintenant décrire le problème de routage et d'ordonnancement à partir de ces objets. Ainsi la structure combinatoire d'une solution est donnée par les variables et non plus par les contraintes. Il sera donc possible d'en faire une relaxation continue qui soit efficace.

Chaque stable  $s$  peut être activé un certain nombre de fois  $a_s$  durant la période du réseau ; lorsque le problème est relâché,  $a_s$  représente le temps durant lequel  $s$  est activé. Un seul stable pouvant être activé à la fois, la somme des temps d'activation des stables doit être égale à la longueur de la période du réseau, celle là même que l'on cherche à minimiser. La capacité d'un lien est alors donnée par la somme des temps d'activation des stables dont il fait partie.

Etant donné l'ensemble des chemins  $\mathcal{P}_r$  allant du nœud  $r$  vers les passerelles,  $f_p, p \in \mathcal{P}_r$  correspond à la quantité de flot envoyée sur le chemin  $p$  depuis  $r$  jusqu'à la passerelle située à son extrémité.

Dans la suite, nous notons  $\mathcal{P} = \cup_r \mathcal{P}_r$ , l'ensemble des chemins utilisés, et  $\mathcal{S}$  l'ensemble des stables. Nous pouvons alors formuler le problème d'ordonnancement et de routage de la façon suivante.

$$\min \sum_{s \in \mathcal{S}} a_s \quad (8)$$

$$\sum_{p \ni e} f_p \leq \sum_{s \ni e} a_s, \forall e \in E \quad (9)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}_r} f_p = d_r, \forall r \in V_r \quad (10)$$

Le nombre de contraintes de cette formulation est fortement réduit puisque les contraintes de conservation de flot et de compatibilité des transmissions n'ont plus lieu d'être. Seuls le respect des capacités par le flot (eq. 9) et l'envoi du trafic dans le réseau (eq. 10) doivent être exprimés.

En contrepartie, le nombre de variables explose. En effet, le nombre de chemins entre deux points dans un graphe, ainsi que le nombre de stables sont exponentiels. Il n'est donc pas possible de manipuler concrètement cette formulation avec l'ensemble complet des variables.

En particulier, la technique de génération de colonnes permet d'éviter l'énumération de la totalité des variables, comme décrit ci-après.

#### 4. Génération de Colonnes

La génération de colonnes permet de manipuler les programmes linéaires ayant un nombre exponentiel de variables.

Il s'agit alors de résoudre la relaxation continue de la formulation *chemin/stable* sur des ensembles de chemins et de stables,  $\mathcal{P}_0$  et  $\mathcal{S}_0$ , restreints. Ce programme, appelé alors *programme maître*, se résout très rapidement. Il suffit ensuite d'étudier son dual. Les variables de celui-ci forment une pondération sur les arcs et les sommets du graphe. A partir de celles-ci, il est possible de calculer des chemins et des stables permettant d'améliorer la solution actuelle du maître. Ces objets, générés par des programmes dits *auxiliaires*, forment des nouvelles *colonnes* du maître. Ce processus est itéré jusqu'à ce que les programmes auxiliaires ne trouvent plus de colonnes améliorantes.

##### 4.1. Programme dual

Le programme dual associé au programme maître décrit ci-dessus possède deux contraintes correspondant aux variables  $f_p$ , et  $a_s$ . Soient  $y_e$ ,  $e \in E$  les variables duales associées à la contrainte (9), et  $x_u$ ,  $u \in V_r$  associées à la contrainte (10). Le programme dual consiste alors à maximiser une forme de "volume" du graphe,  $\sum_{r \in V_r} d_r x_r$ , sous les contraintes de longueur de chemin et de poids de stable qui suivent.

$$\sum_{e \in p} y_e \geq x_{\mathcal{O}(p)}, \forall p \in \mathcal{P} \quad (11)$$

$$1 \geq \sum_{e \in s} y_e, \forall s \in \mathcal{S} \quad (12)$$

où  $\mathcal{O}(p) \in V$  correspond au nœud source du chemin  $p$ .

Le problème est maintenant de déterminer s'il existe des chemins et des stables qui violent les contraintes du programme dual et améliorent la valeur de la fonction objective du programme maître.

#### 4.2. Problèmes auxiliaires

La résolution par génération de colonnes du problème du routage et de l'ordonnement que nous présentons entraîne la définition de deux problèmes auxiliaires.

Le premier consiste à trouver un *chemin pondéré* par les variables duales associées aux arcs violant la contrainte du dual, c'est à dire de poids inférieur à la variable duale associée à sa source (cf equation 11). Les plus courts chemins des nœuds vers les points d'accès permettent donc toujours de savoir si une contrainte n'est pas violée, ou de fournir un bon candidat. Le cas échéant, ce chemin est ajouté à l'ensemble courant des variables du programme maître, car il permet d'en améliorer l'objectif.

De même, étant donnée cette pondération, le deuxième problème auxiliaire consiste à calculer un ensemble de communications compatibles de poids supérieur à 1 (cf equation 12). Dans notre cas, le stable de poids maximum du graphe des conflits est le séparateur adéquat. Il est à noter que calculer un stable est *NP*-difficile sur des graphes généraux. Nous verrons par la suite qu'il ne s'agit pas là d'un enjeu majeur de complexité pratique.

### 5. Simulations

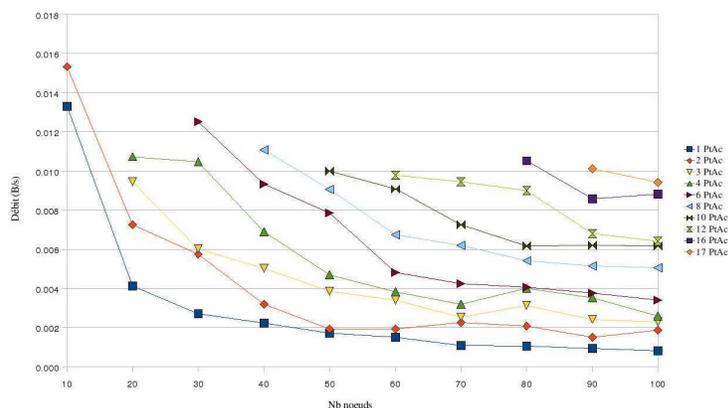
Le processus de génération de colonnes a été implémenté en utilisant la bibliothèque MASCOPT (<http://www-sop.inria.fr/mascotte/masopt/>) et l'API du solveur ILOG CPLEX.

Des tests ont été réalisés sur un ensemble d'instances aléatoires. Un ensemble de  $n$  points est généré sur une bande de longueur 1 et de hauteur  $\frac{1}{4}$  selon un processus de Poisson. Un rayon de communication est ensuite calculé de sorte à ce que le réseau soit connexe et de degré moyen  $\bar{d}$  proche de  $\max(5, \frac{n}{10})$ . Les passerelles sont choisies aléatoirement et uniformément parmi les points. Les autres points sont des routeurs.

Nous avons généré des topologies de taille allant de 10 à 100. Pour chaque topologie, nous avons lancé des tests pour un nombre de passerelles allant de 1 à  $\frac{n}{4}$ . Dans ce dernier cas, les passerelles ne communiquent en moyenne qu'avec leurs voisins.

En renormalisant les distances entre les nœuds de telle sorte que le rayon de communication soit 1, on remarque que ce processus génère des graphes poissonniens d'intensité  $\frac{n}{10\pi}$ . Les graphes sont donc localement denses, mais, du fait de la forme rectangulaire de la zone considérée, ils restent étalés.

Nous présentons dans la suite les résultats obtenus sur la capacité du réseau et des intuitions qui en découlent. Nous discutons notamment des questions de complexité.



**Figure 3.** Évolution du débit avec la taille du réseau (1 à 19 points d'accès)

### 5.1. Débit et taille du réseau

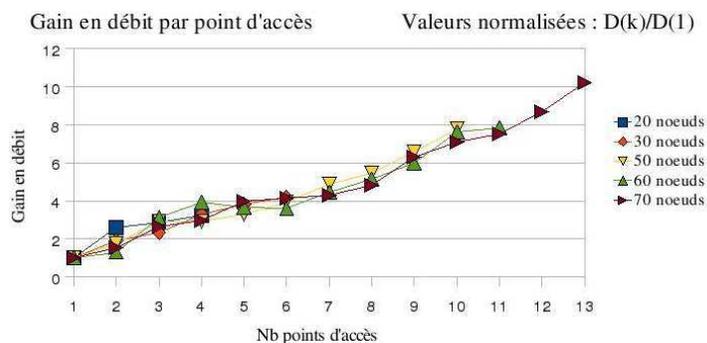
Les travaux sur la capacité des réseaux lors d'une collecte de données par une passerelle indiquent que le débit disponible à chaque routeur devrait décroître proportionnellement à l'inverse de la taille du réseau [KLA 04]. L'intuition naturelle est que le même phénomène apparaît lorsque plusieurs passerelles sont présentes.

La figure 3 confirme cette intuition. Une analyse détaillée du problème devrait montrer qu'en dehors d'une zone entourant chaque passerelle où se concentrent l'essentiel des contentions, le programme linéaire n'est pas fortement contraint.

Il deviendrait alors possible d'envisager des algorithmes bien plus efficaces se contentant d'optimiser autour des passerelles. Les zones périphériques peuvent alors être traitées par des processus rapides et peu précis (par exemple gloutons). Cette intuition est appuyée par une complexité pratique de calcul des stables sous-linéaire avec la taille des réseaux, mais sensible au nombre de passerelles (et donc à la taille des zones de contention maximale).

### 5.2. Débit et densité de passerelles

La dépendance du débit à la densité des passerelles est moins claire a priori. Une dépendance linéaire est une borne supérieure évidente, mais les interférences entre passerelles pourraient dégrader les performances. Pour étudier ce phénomène, nous avons généré, pour chaque topologie, plusieurs tirages aléatoires du positionnement des points d'accès. La figure 4 présente la moyenne du gain obtenu en ajoutant des passerelles. Les valeurs sont normalisées par le débit avec une passerelle.



**Figure 4.** Gain en débit par point d'accès (20 à 70 nœuds)

Ces résultats montrent un gain linéaire en fonction du nombre de passerelles, avec une pente légèrement inférieure à 1. Lorsque le placement est correct, même non optimisé, les réseaux maillés se comportent efficacement. Une analyse plus détaillée des résultats en fonction de la répartition des passerelles dans le réseau montre que leur placement a un impact très important. Lorsque deux passerelles sont trop proches l'une de l'autre, elles se comportent comme une seule. En effet, les interférences radio les empêchent de collecter le trafic simultanément.

Nous conjecturons qu'une distance minimale autour de chaque passerelle est non seulement nécessaire mais aussi suffisante à un écoulement correct du trafic. Cette distance devrait pouvoir se calculer explicitement sur des topologies régulières.

## 6. Conclusion

Dans cet article, nous avons modélisé l'optimisation jointe du routage et de l'ordonnancement des transmissions dans les réseaux radio maillés dédiés à l'accès à Internet. Nous avons développé des formulations exactes en programmation linéaire ainsi qu'un processus de génération de colonnes. Cette approche permet de calculer des solutions sur des réseaux de grande taille et d'étudier le comportement de la capacité offerte aux clients suivant différents paramètres.

Nos expérimentations mettent en évidence l'impact du positionnement des points d'accès dans le réseau qui doit être considéré avec attention. Il semble cependant qu'il ne soit pas indispensable de l'optimiser finement. Une étude combinatoire devrait permettre de montrer l'existence d'une zone sensible centrée sur les passerelles au-delà de laquelle le problème peut se résoudre grossièrement.

Ces pistes peuvent avoir autant de conséquences du point de vue de la capacité des réseaux maillés que de la complexité de leur conception.

## 7. Bibliographie

- [AKY 05] AKYILDIZ I., WANG X., WANG W., « Wireless mesh networks : a survey », *Computer Networks*, vol. 47, n° 4, 2005, p. 445-487.
- [CAR 07] CARELLO G., FILIPPINI I., GUALANDI S., MALUCELLI F., « Scheduling and routing in wireless multi-hop networks by column generation », *INOC 2007*, 2007.
- [DOU 04] DOUSSE O., FRANCESCHETTI M., TSE D., THIRAN P., « Closing the gap in the capacity of random wireless networks », *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, 2004.
- [GOM 07] GOMES C., RIVANO H., « Fair Joint Routing and Scheduling Problem in Wireless Mesh Networks », Research Report n° 6198, 2007, INRIA.
- [GUP 00] GUPTA P., KUMAR P., « The Capacity of Wireless Networks », *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 46, n° 2, 2000, p. 388-404.
- [JAI 03] JAIN K., PADHYE J., PADHAMANABHAN V., QIU L., « Impact of Interference on Multi-hop Wireless Network Performance », *ACM MobiCom*, 2003, p. 66-80.
- [JUN 03] JUN J., SICHITIU M., « The nominal capacity of wireless mesh networks », *IEEE Wireless Communications*, vol. 10, n° 5, 2003, p. 8-14.
- [KLA 04] KLASING R., MORALES N., PERENNES S., « On the Complexity of Bandwidth Allocation in Radio Networks with Steady Traffic Demands », Research report, 2004, INRIA/RR-5432 and I3S/RR-2004-40-FR.
- [KOD 05] KODIALAM M., NANDAGOPAL T., « On the capacity region of multi-radio multi-channel wireless mesh networks », *First IEEE WiMesh*, 2005.
- [KUM 05] KUMAR A., MARATHE M., PARTHASARATHY S., SRINIVASAN A., « Algorithmic aspects of capacity in wireless networks », *ACM SIGMETRICS*, vol. 33, 2005, p. 133-144.
- [LAK 06] LAKSHMANAN S., SUNDARESAN K., SIVAKUMAR R., « On Multi-Gateway Association in Wireless Mesh Networks », *IEEE WiMesh*, 2006, p. 135-137.
- [LIU 05] LIU H., ZHAO B., « Optimal Scheduling for Link Assignment in Traffic-Sensitive STDMA Wireless Ad-Hoc Networks », *3rd International Conference on Networking and Mobile Computing (ICCNMC)*, vol. 3619 de *Lecture Notes in Computer Science*, 2005, p. 218-228.
- [LUB 05] LUBBECKE M. E., DESROSIERS J., « Selected Topics in Column Generation », *Operations Research*, vol. 53, n° 6, 2005, p. 1007-1023.
- [MEH 06] MEHEUT G., PERENNES S., RIVANO H., « Evaluation stochastique et simulation des réseaux radio », Research report n° 5989, 2006, INRIA.
- [RIV 06] RIVANO H., THEOLEYRE F., VALOIS F., « Capacity Evaluation Framework and Validation of Self-Organized Routing Schemes », *IEEE International Workshop on Wireless Ad-hoc and Sensor Networks (IWVAN)*, 2006.
- [TAM 07] TAM W.-H., TSENG Y.-C., « Joint Multi-Channel Link Layer and Multi-Path Routing Design for Wireless Mesh Networks », *IEEE INFOCOM*, 2007.
- [WAN 07] WANG P., BOHACEK S., « Toward tractable computation of the capacity of multi-hop wireless networks », *IEEE INFOCOM*, 2007.
- [ZHA 05] ZHANG J., WU H., ZHANG Q., LI B., « Joint Routing and Scheduling in Multi-radio Multi-channel Multi-hop Wireless Networks », *IEEE BROADNETS*, 2005, p. 678-687.