



**HAL**  
open science

# Modélisation de la convection laminaire de Rayleigh-Benard dans une enceinte cubique (étude de la transition de l'écoulement à des différents nombres de Rayleigh)

Yamina Harnane, Mohamed Afrid

► **To cite this version:**

Yamina Harnane, Mohamed Afrid. Modélisation de la convection laminaire de Rayleigh-Benard dans une enceinte cubique (étude de la transition de l'écoulement à des différents nombres de Rayleigh). JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00229704

**HAL Id: hal-00229704**

**<https://hal.science/hal-00229704>**

Submitted on 31 Jan 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# MODELISATION DE LA CONVECTION LAMINAIRE DE RAYLEIGH-BENARD DANS UNE ENCEINTE CUBIQUE (ETUDE DE LA TRANSITION DE L'ECOULEMENT A DES DIFFERENTS NOMBRES DE RAYLEIGH).

Yamina HARNANE et Mohamed AFRID\*

Département de Génie mécanique, Centre Universitaire Laarbi-Ben-Mhidi

Oum-El-Bouaghi, Algérie.

*\*Département de physique, Université Mentouri, Constantine. Algérie*

*harnane\_y@yahoo.fr*

**Résumé :** Une étude numérique tridimensionnelle de la convection naturelle dans une enceinte cubique chauffée par-dessous (type Rayleigh-Bénard) a été menée par la résolution des équations de transport de Navier-Stokes et de l'énergie dans l'intervalle de Rayleigh  $5.10^3 \leq Ra \leq 10^5$  et  $Pr=0.71$  par la méthode des volumes finies utilisant un maillage  $22^3$ , affiné à  $32^3$ . Les six parois sont considérées rigides et immobiles, avec les parois horizontales isothermes et celles latérales adiabatiques. L'approximation de Boussinesq pour les variations des propriétés physiques est assumée. Plusieurs structures convectives sont obtenues, la première S4 est toroïdale instable qui se bifurque à des structures monocellulaires S1, S3 et S7 lorsque Rayleigh augmente. Une description détaillée de la topologie des différentes structures développées dans l'enceinte cubique. L'effet du changement du maillage ne dépasse pas 3% sur ces résultats.

**Mots clés:** convection naturelle, cavités, Rayleigh-Bénard, modélisation.

## 1. INTRODUCTION

L'étude de la convection naturelle dans une enceinte a suscité de nombreux travaux aux cours des deux dernières décennies, tant sur le plan numérique qu'expérimental. Sur le plan pratique, l'étude des enceintes rectangulaires constitue un cas d'importance, nous citons à titre d'exemple le refroidissement des modules électroniques et autres appareillages électriques, collecteurs solaires et chauffage des locaux. S.Chandrasekhar [1] a démontré que la bifurcation d'un régime de conduction à celui de convection naturelle dépend de la rigidité ou la liberté des limites. Ainsi pour des plans rigides, le seuil de bifurcation est à  $Ra_{crit}=1707.8$ . Si les plans horizontaux sont finis et joints par des parois verticales solides, la couche fluide est dans une enceinte finie et rigide, le seuil de la première bifurcation est trouvée supérieure à  $Ra_{crit}=1707.8$ . M.P.Arroyo and J.M.Saviron [2] ont mesuré la valeur critique du début de la convection. L'expérience de J.Pallarès, M.P.Arroyo, F.X.Grau, F.Giralt [3] a pu montrer la formation de structures instables S4, S2, S1, S7 à des valeurs différentes du nombre de Rayleigh et la bifurcation de ces structures. E.Guyon, J.P.Hulin, L.Petit [4] ont présenté une description détaillée de la convection de Rayleigh-Bénard et le critère physique de l'instabilité. Des études numériques ont bien visualisé ces structures, par exemple, une structure toroïdale a été bien reportée par R.Hernandez and R.L.Frederick [5], J.Pallarès et

al. [6] ont effectué une étude préliminaire de la convection naturelle dans une enceinte cubique chauffée par-dessous à des nombres de Rayleigh ( $3500 \leq Ra \leq 10^4$ ). Trois différentes structures monocellulaires S1, S2 et S3 et une structure toroïdale S4 ont été trouvées. Sept structures convectives ont été obtenues numériquement par J.Pallarès, F.X.Grau, F.Giralt [7] pour les trois nombres de Pr (0.71, 10, 130) et  $3.5 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 6 \cdot 10^4$ . S1, S2 et S3 dites monocellulaires stables et S4, toroïdale et S5 formée par quatre cellules et sont instables.

L'étude que nous proposons, concerne le problème de la convection naturelle dans une enceinte cubique remplie d'air, soumise à un gradient de température vertical et à parois latérales parfaitement isolantes, c'est un type de problème de Rayleigh-Bénard, les conditions de non glissement des particules fluide sont imposées sur les six parois de l'enceinte. Le fluide est supposé quasi-compressible et obéir à l'hypothèse de Boussinesq

Le but est la visualisation de l'évolution des différentes structures pour le nombre de Rayleigh dans le domaine  $5 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 10^5$  et les transitions qui se produisent entre elles lorsque le nombre de Rayleigh augmente.

## 2. MODELISATION MATHEMATIQUE

### 2.1. Le modèle mathématique

Le problème physique laminaire, avec les hypothèses simplificatrices décrites en dessus est modélisé par les équations de transport de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Le fluide est initialement au repos et une distribution d'une température conductive est établie dans tout le domaine. Les grandeurs caractéristiques pour la longueur, vitesse, temps et pression sont respectivement,  $L$ ,  $\alpha/L$ ,  $L^2/\alpha$ ,  $\rho\alpha^2/L^2$ , ou  $L$  est la dimension vertical du cube et la température caractéristique est  $\Delta T = (T_h - T_c)$ . Les équations de transport en forme adimensionnelle et coordonnées cartésiennes sont :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial(U_j U_i)}{\partial X_j} = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \text{Pr} \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_j} + Ra \text{Pr} T \delta_{i3} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(U_j T)}{\partial X_j} = \frac{\partial^2 T}{\partial X_j \partial X_j} \quad (3)$$

Les six parois de la cavité sont assumées rigides ( $U_i = 0$ ), les conditions aux limites thermiques sont ( $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ ) sur les quatre parois latérales adiabatiques et ( $T = 1$ ) pour ( $Y = 0$ ), ( $T = 0$ ) pour ( $Y = 1$ ) sur les parois inférieure et supérieure de l'enceinte.

### 2.2. Le Schéma numérique

Les équations modélisantes et leurs conditions initiales et aux limites sont résolues par la méthode des volumes finis, dans un domaine de calcul discrétisé en  $22^3$  raffinés à  $32^3$ . L'algorithme SIMPLER est utilisé pour la résolution séquentielle des systèmes d'équations de discrétisation utilisant la méthode de balayage pour leurs solutions itératives [8].

## 3. RESULTAT ET DISCUSSION

L'analyse de l'instabilité de Rayleigh-Bénard, montre que la première bifurcation vers l'instabilité est celle de la transition du régime purement diffusif à celui convectif. Afin d'identifier la topologie de l'écoulement et les types de structures trouvées à chaque valeur de

Rayleigh, on fait la visualisation graphique des surfaces de la composante vitesse vertical  $V$  au plan horizontal situé au centre de l'enceinte cubique [7]. Le transfert thermique commence par conduction à des faibles nombres de Rayleigh, la première bifurcation est une transition du régime de conduction à celui de convection naturelle stable. Le choix de la première valeur de calcul du nombre de Rayleigh  $Ra = 5.10^3$ , n'est pas venu au hasard, mais il est basé sur l'expérience [3], cette valeur est supérieure à la valeur du seuil d'instabilité dans les enceintes cubiques (type Rayleigh-Bénard) [3].

- **Topologie de l'écoulement et bifurcation**

La formation d'une structure toroïdale [5], pour  $Ra=5.10^3$ , à maillage  $22^3$  est caractérisée par un fluide chaud ascendant verticalement au centre de l'enceinte et un fluide descendant près des quatre bords verticaux, figure 3.1. Le nombre de Rayleigh est augmenté à  $Ra=8.10^3$ , l'écoulement se bifurque vers une nouvelle structure monocellulaire ascendant près de l'une des parois verticales et descendant près de la paroi verticale en face, dont l'axe de rotation est parallèle au deux parois latérales opposées, Ozeo et al [6] a décrit l'existence de cette structure dans l'intervalle de Rayleigh  $4.10^3 \leq Ra \leq 8.10^3$  et est nommée ultérieurement par J.Pallarès [6], S1. Cette structure s'allonge et s'amplifie au fur et à mesure qu'on fait augmenter le nombre de Rayleigh de  $10^4$ ,  $1,5.10^4$ ,  $2.10^4$  et elle maintienne sa forme [7], mais avec une intensification de circulation de l'écoulement à  $Ra > 10^4$ .

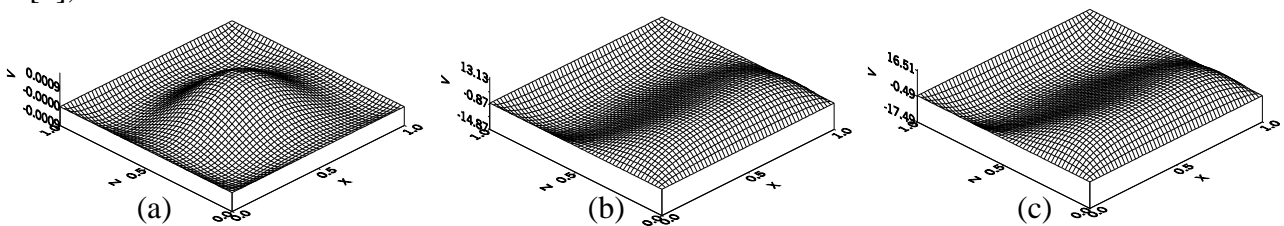


Figure 3.1 : (a) S4 à  $Ra= 5.10^3$ , (b) S1 à  $Ra= 8.10^3$ , (c) S1 à  $Ra=10^4$

Lorsque le nombre de Rayleigh atteint la valeur  $Ra=5.10^4$ , la structure S1 bifurque vers une autre structure monocellulaire stable nommée S3 [7], figure 3.2.

#### Transition de S3 vers S7

Les zones de circulation dans la structure S3 à  $Ra=5.10^4$ , s'amplifient et bifurquent vers une structure plus développée S7, dû au déplacement progressif des extrêmes des cellules vers la plaque supérieure. La structure S7 se maintienne constante au delà de  $Ra>6.10^4$ , avec une augmentation progressive de la circulation du fluide [6], figure 3.3.



Figure 3.2 : (a) S3 à  $Ra= 5.10^4$ , (b) S7 à  $Ra= 10^5$

### 3.2. Champ de vitesse

Pour la structure S4, chaque coupe verticale de l'enceinte montre deux cellules similaires en contre rotation par rapport au plan de la coupe  $Z=0.5$ , figure 3.3. L'écoulement est dû aux rotations diagonales ascendantes au milieu de l'enceinte [5]. Pour les écoulements

monocellulaires de structures S1, S3 et S7 l'orientation de l'axe de rotation peut être parallèle à X ou à Z vu la multiplicité des solutions des équations de Navier-Stokes.

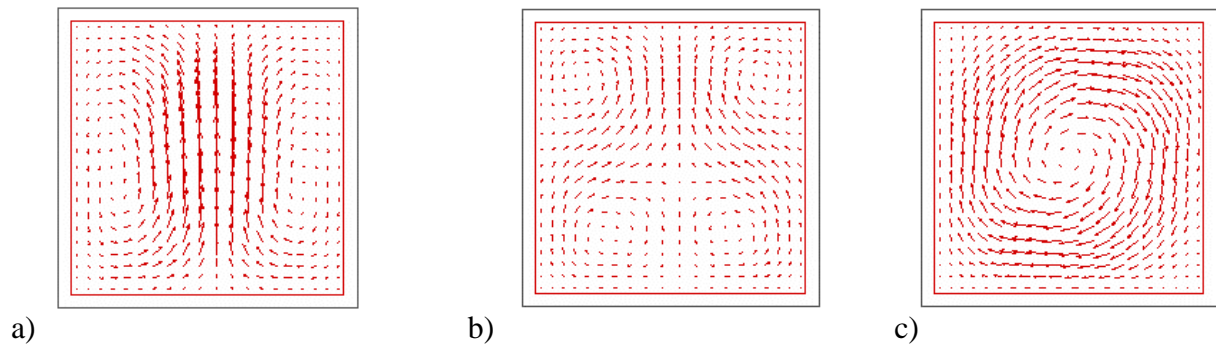


Figure 3.3 : a) S4 [5]  $Ra=5.10^3$  b) S1  $Ra=10^4$  plan  $Z=0.5$  c) S7  $Ra=10^5$  plan  $X=0.5$

### 3.2. Effet du changement du maillage

Les formes des structures des écoulements ne changent pas, pour les mêmes nombres de Rayleigh, lorsque le maillage est raffiné à  $32^3$ , sauf pour les nombres de  $Ra=7.10^4$  et  $Ra=10^5$  où on remarque la formation de la structure S7 dont l'axe de rotation est parallèle à l'axe Z. Cette nouvelle orientation est dû à la multiplicité des solutions de Navier-Stokes [5], figure 3.4.

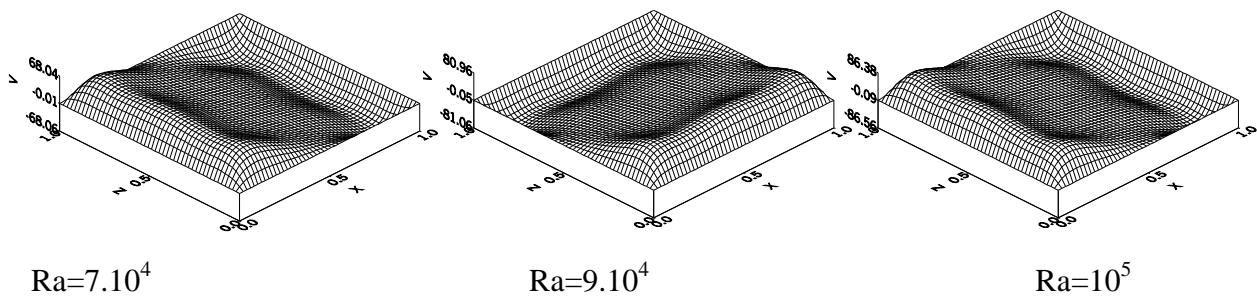


Figure 3.4 bifurcation des structures lorsque Ra augmente.

### 3.3. Champ thermique

La convection à  $Ra=5.10^3$  est très faible via ses vitesses, donc les isothermes sont des plans horizontaux. Ces isothermes se déforment à fur et à mesure que la convection s'intensifie ; à  $Ra=10^4$ , la déformation est plus importante montrant le processus de circulation du fluide sous l'effet de la poussée thermique. Cette déformation augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh jusqu'à la valeur  $Ra=10^5$ , figure 3.5.

Le tableau 1, montre l'augmentation du nombre de Nusselt qui indique l'intensification thermique de l'écoulement.

Ra	Nu ( $22^3$ )	Nu ( $32^3$ )
$5.10^3$	1.0005	0.99547
$10^4$	1.9296	1.91761
$8.10^4$	3.6840	3.5772
$10^5$	3.8970	3.7892

Tableau 1 : Nusselt moyen en fonction de Ra, maillage  $22^3$  et  $32^3$ .

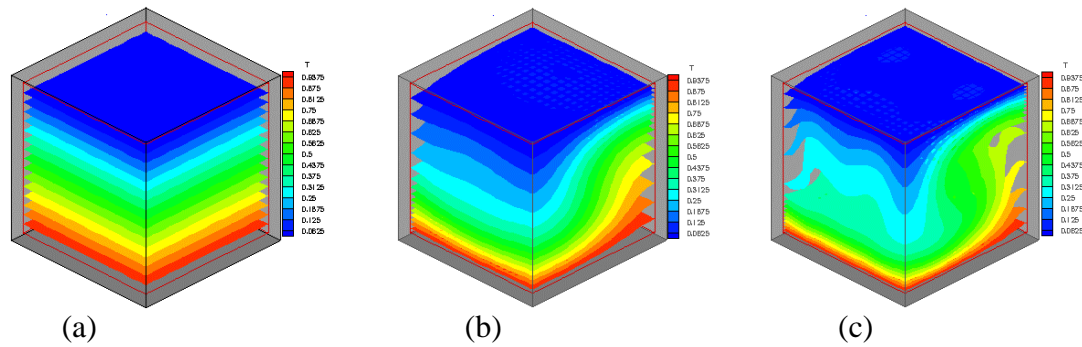


Figure 3.5 : Champs thermiques pour (a)  $Ra=5.10^3$  (b)  $Ra=10^4$  (c)  $Ra=10^5$

## 4. CONCLUSION

En conclusion, la multiplicité des solutions des équations non linéaires de Navier-Stokes nous a donné plusieurs topologies de l'écoulement, plusieurs structures d'écoulement sont observées, toroïdales instable à la première valeur de Rayleigh  $Ra=5.10^3$  et monocellulaires stables lorsque Rayleigh augmente à la valeur  $8.10^3$  jusqu'à  $10^5$ , la transition entre ces structures lorsque le nombre de Rayleigh varie a été bien interprétée.

### Nomenclature

g	accélération gravitationnelle, $m.s^{-2}$
h	coefficient de transfert convectif, $W.m^{-2}.K^{-1}$
L	longueur de référence, m
k	conductivité thermique, $W/mK$
P	pression, $N.m^{-2}$
Pr	nombre de Prandtl, $\nu/\alpha$
Ra	nombre de Rayleigh, $g\beta\Delta T/\nu\alpha$
Nu	nombre de Nusselt, $hL/k$
T	température, K

t	temp, s
$U_i$	composantes vitesse, m/s
$X_i$	coordonnées cartésiennes, m

### Symboles grecs

$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2/s$
$\beta$	coefficient de dilatation thermique, $1/K$
$\nu$	viscosité cinématique, $m^2/s$
$\rho$	masse volumique du fluide, $Kg/m^3$
$\delta_{ij}$	delta de Kronecker

### Références

- [1]. S.Chandrasekhar, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Oxford Clarendon Press, London, pp.9-73,1961.
- [2]. M.P.Arroyo et J.M.Saviron, Rayleigh-Bénard convection in small box: spatial features and thermal dependence of the velocity field, *J. of Fluid Mech*, Vol.235, pp.325-348,1992.
- [3]. J.Pallarès, M.P.Arroyo, F.X.Grau and F.Giralt, Experimental laminar Rayleigh-Bénard convection in a cubical cavity at moderate Rayleigh and Prandtl numbers, *Personal communication*, ETSEQ, Universitat Rovira Virgili. 2000.
- [4]. E.Guyon, J.P.Hulin, L.Petit, Hydrodynamique physique, CNRS et interEditions, Paris, pp.480-488.1991
- [5]. R. Hernandez et R.L.Frederick, Spatial and thermal features of three dimensional Rayleigh-Bénard convection, *Int. J. of Heat Mass Transfer*, Vol.37, pp.411-424,1994.
- [6]. J.Pallarès, I.Cuesta, F.X.Grau et F.Giralt, Natural convection in cubical cavity heated from below at low Rayleigh numbers, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.39, pp.3233-3247,1996.
- [7]. J.Pallarès, F.X.Grau, Flow transitions in laminar Rayleigh-Bénard convection in a cubical cavity at moderate Rayleigh numbers, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol 42, pp.753-769, 1999.
- [8]. S.V.Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, MC Graw-Hill, N-Y,1980