



**HAL**  
open science

## Effets du rapport de forme sur les transferts couplés de chaleur et de masse dans un canal vertical

Othmane Oulaid, Brahim Benhamou, Souad Harmand

► **To cite this version:**

Othmane Oulaid, Brahim Benhamou, Souad Harmand. Effets du rapport de forme sur les transferts couplés de chaleur et de masse dans un canal vertical. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00226658

**HAL Id: hal-00226658**

**<https://hal.science/hal-00226658>**

Submitted on 31 Jan 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# EFFETS DU RAPPORT DE FORME SUR LES TRANSFERTS COUPLES DE CHALEUR ET DE MASSE DANS UN CANAL VERTICAL

Othmane OULAID <sup>1</sup>, Brahim BENHAMOU <sup>1</sup>, Souad HARMAND <sup>2</sup>

<sup>1</sup>LMFE, Département de Physique, Faculté des Sciences Semlalia, 40 001 Marrakech, Maroc

<sup>2</sup>LME, Institut des Sciences et Techniques, Le Mont Houy, 59 313 Valenciennes, France  
*bbenhamou@ucam.ac.ma*

**Résumé :** Cette communication relate les résultats d'une étude numérique sur l'effet du facteur de forme d'un canal, formé de deux plaques planes et parallèles, sur les transferts couplés de chaleur et de masse en convection mixte entre un courant d'air humide traversant le canal et un film d'eau mouillant ses parois. Les parois du canal sont maintenues à une température constante et inférieure à celle de l'air à l'entrée. Nous présentons l'évolution des nombres sans dimension caractérisant les transferts de chaleur et de masse: nombres de Nusselt sensible et latent et nombre de Sherwood. Les résultats montrent un effet important sur ces transferts.

**Mots clés :** Transfert de chaleur, transfert de masse, changement de phase, canal, numérique.

## 1. INTRODUCTION

Les transferts de chaleur et de masse avec changement de phase dans les conduites se retrouvent dans divers domaines d'ingénierie: dessalement par procédés thermiques, séchage, caloducs, refroidissement des composants électroniques,... Plusieurs études, aussi bien numériques qu'expérimentales, ont été consacrées à ce problème [1-7]. La plupart des études numériques traitant de ce problème, ne tiennent pas compte de la diffusion axiale de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration. Ces études adoptent généralement un modèle de couche limite. Ce modèle, performant dans les situations où la diffusion axiale ne joue pas de rôle prépondérant, devient inadapté dans les cas d'écoulements avec une diffusion axiale importante (cas des écoulements à faible nombre de Peclet) [8]. Par ailleurs, le modèle de couche limite ne peut prédire certains phénomènes physiques tel que le renversement d'écoulement qui se produit dans une conduite verticale si le débit est faible et/ou si les forces d'Archimède sont importantes [1]. Dans la présente étude nous adoptons un modèle mathématique qui prend en considération la diffusion axiale (modèle elliptique).

Cette communication relate les résultats d'une étude numérique sur l'effet du facteur de forme  $\gamma$  d'un canal, formé de deux plaques planes et parallèles, sur les transferts couplés de chaleur et de masse entre un courant d'air humide traversant le canal et un film d'eau mouillant ses parois.

## 2. ANALYSE

Nous considérons un canal formé de deux plaques planes parallèles verticales et distantes de  $2h$ . Ces plaques sont mouillées par un film d'eau et maintenues à une température constante  $T_w$ . L'air humide ambiant entre à une température  $T_0$  supérieure à  $T_w$ , une humidité

relative  $\phi_0$  et un profil de vitesse uniforme  $u_0$ . On suppose que l'écoulement d'air est laminaire et en régime permanent. Le film d'eau est supposé très fin et son épaisseur est négligée [7]. Le rayonnement, le transfert d'énergie par inter-diffusion des espèces, la dissipation visqueuse d'énergie et le travail des forces de pression, ainsi que les effets Dufour et Soret, sont considérés négligeables. L'hypothèse de Boussinesq est adoptée.

En tenant compte de ces hypothèses, les transferts de chaleur et de masse en convection mixte laminaire ascendante dans un canal vertical, peuvent être décrits par les équations sans dimensions suivantes [1]:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P_m}{\partial X} + \frac{2\gamma}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{1}{2\gamma \text{Re}^2} (Gr_T \theta + Gr_M C) \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P_m}{\partial Y} + \frac{2\gamma}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{2\gamma}{\text{Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

$$U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{2\gamma}{\text{Re Sc}} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

Les conditions aux limites sont :

A l'entrée du canal ( $X = 0$ ):

$$U = 1, V = C = \theta = 0 \quad (6)$$

Sur les parois ( $Y = 0$  et  $Y = \gamma$ ):

$$U = 0, C = \theta = 1, V = \pm Ve \quad (7)$$

A la sortie du canal ( $X = 1$ ):

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial C}{\partial X} = 0 \quad (8)$$

La présence du film d'eau liquide est prise en compte à travers la vitesse d'évaporation  $Ve$  donnée par [7] :

$$Ve = -\frac{2\gamma}{\text{Re Sc}} \frac{C'_w - C'_0}{1 - C'_w} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (9)$$

La méthode des volumes finis [9] est utilisée pour la résolution numérique du système d'équations (1-5). Le couplage vitesse-pression est traité par l'algorithme SIMPLER. Un maillage non uniforme dans les deux directions X et Y avec une densité de nœuds plus grande près des parois et de l'entrée a été utilisé [6]. Le détail des validations du code de calcul est donné dans [6].

Le transport de chaleur entre les parois mouillées du canal et l'air humide dépend du gradient de température au voisinage de la paroi et du taux de transfert de masse entre le film d'eau et l'air. Ainsi, le flux de chaleur total au voisinage d'une paroi est la somme du flux sensible  $q'_s$  et du flux latent  $q'_L$ , soit :

$$q'_T = q'_s + q'_L = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} + \frac{\rho D h_{fg}}{1 - C'_w} \frac{\partial C'}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (10)$$

Le nombre de Nusselt local est défini par :

$$Nu_T = (q'_T \cdot D_h) / [k(T_w - T_m)] = Nu_L + Nu_S \quad (11)$$

où  $Nu_S$  et  $Nu_L$  sont les nombres de Nusselt associés respectivement aux flux sensible et latent :

$$Nu_S = -\frac{2 \gamma}{1 - \theta_m} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (12)$$

$$Nu_L = -\frac{2 \gamma S^*}{(1 - \theta_m)(1 - C_w)} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (13)$$

où  $S^*$  est un facteur indiquant l'importance de l'énergie due à la diffusion solutale relativement à celle due à la diffusion thermique:

$$S^* = \rho D h_{fg} (C'_w - C'_o) / [k(T_w - T_0)] \quad (14)$$

Le transfert de masse entre l'air et le film liquide est caractérisé par le nombre de Sherwood:

$$Sh = -2\gamma(1 - C_m)^{-1} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (15)$$

## 2. RESULTATS

Les résultats présentés ici ont été calculés avec  $Re = 300$ ,  $T_0 = 90^\circ\text{C}$ ,  $\phi_0 = 10\%$  et  $T_w = 20^\circ\text{C}$ . Les propriétés thermo-physiques sont considérées constantes et évaluées à une température et une concentration calculées par la loi dite du '*un tiers*' [10-11]. Les valeurs ainsi calculées sont  $Pr = 0.706$ ,  $Sc = 0.601$ ,  $Gr_T = -181\,761$  et  $Gr_M = -17\,250$ . On remarque que les nombres de Grashof ( $Gr_T$  et  $Gr_M$ ) sont négatifs ce qui indique que les forces d'Archimède thermique et massique agissent dans le sens opposé à l'écoulement ascendant. Trois différentes valeurs du rapport de forme  $\gamma$  sont considérées, soient  $\gamma = 1/65$ ;  $2/65$  et  $3/65$ .

La figure 1 présente l'évolution axiale du nombre de Nusselt sensible  $Nu_S$ . Etant donné que les plaques ont une température inférieure à l'air entrant, l'échange de chaleur sensible se fait de l'air vers les parois du canal (refroidissement de l'air). Près de l'entrée  $Nu_S$  prend des valeurs importantes du fait que les gradients de température  $y$  sont assez élevés. Au fur et à mesure que l'air avance dans le canal, il se refroidit ce qui engendre la diminution de  $Nu_S$ . Cette diminution est plus importante pour les grandes valeurs du rapport de forme  $\gamma$ . L'évolution axiale de  $Nu_S$  n'est pas monotone et présente un minimum correspondant au maximum d'intensité des forces d'Archimède. Ces forces sont ici opposées à l'écoulement ascendant et donc décélèrent celui-ci près des parois du canal. De cette décélération résulte une diminution du flux de chaleur et donc de  $Nu_S$ . Au fur et à mesure que l'air avance dans le canal sa température tend vers celle des plaques et les gradients de température deviennent plus faibles, ce qui explique l'augmentation significative de  $Nu_S$  après avoir atteint son minimum. Remarquons que la position de ce minimum est déplacée vers la sortie du canal pour les grandes valeurs du rapport de forme  $\gamma$ . Par ailleurs, la valeur du minimum de  $Nu_S$  est d'autant plus faible que  $\gamma$  est grand. En effet  $Nu_S$  est directement lié à  $\gamma$  (Eq. 12). Vers la sortie du canal,  $Nu_S$  tend vers la valeur asymptotique de 7.5 pour  $\gamma = 1/65$ . Cette valeur correspond à un écoulement développé en convection forcée. Pour les autres valeurs de  $\gamma$  cette valeur n'est pas encore atteinte: l'écoulement est encore en développement thermique.

La Figure 2 représente l'évolution axiale du nombre de Nusselt latent  $Nu_L$ . On constate que  $Nu_L$  prend des valeurs positives, ce qui montre que le flux chaleur latente est dans le même sens que celui de chaleur sensible ( $Nu_S$  et  $Nu_L$  ont même signe). La vapeur d'eau contenue dans l'air vient donc se condenser sur les parois du canal. Pour tous les cas,  $Nu_L$  prend des valeurs importantes près de l'entrée du fait que les gradients de concentrations sont élevés dans cette région. Au fur et à mesure que l'air avance dans le canal il perd de l'humidité. Les gradients de concentrations se trouvent diminués ce qui engendre la diminution de  $Nu_L$ .

La figure 3 représente l'évolution axiale du nombre de Sherwood qui caractérise le transfert de masse entre l'écoulement d'air et les parois du canal. On constate que l'évolution de Sh est analogue à celle de  $Nu_S$ , en effet dans notre cas  $Pr \cong Sc$ . Ainsi cette évolution n'est pas monotone et admet un minimum. Ce minimum dépend du rapport de forme  $\gamma$  du canal.

## CONCLUSION

L'effet du rapport de forme sur la convection mixte thermosolutale avec changement de phase dans un canal vertical dont les parois sont isothermes et humides a été étudiée numériquement. L'écoulement d'air qui traverse le canal est ascendant et les forces d'Archimède sont opposées à celui-ci. Les résultats montrent que les forces d'Archimède font diminuer les transferts de chaleur et de masse; cette diminution prend de l'importance quand le rapport de forme augmente.

### Remerciements:

Ce travail a été réalisé avec le soutien du programme Volubilis, Action Intégrée no MA/07/175.

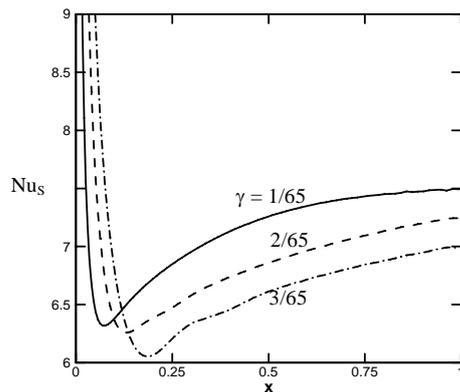


Figure 1 : Evolution axiale de  $Nu_S$ .

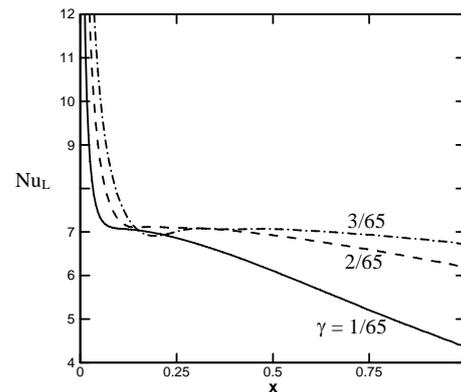


Figure 2 : Evolution axiale de  $Nu_L$ .

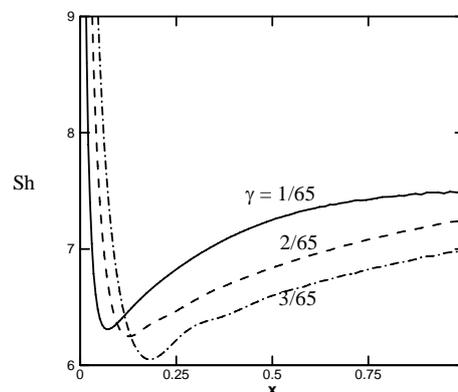


Figure 3 : Evolution axiale de Sh

## Nomenclature

C	fraction massique, $= (C' - C'_0)/(C'_w - C'_0)$	T	température, °C
$D_h$	diamètre hydraulique, $= 4h$	U	vitesse axiale, $= u/u_0$
$Gr_T$	Grashof thermique, $= g \beta_T D_h^3 (T_w - T_0)/\nu^2$	V	vitesse transversale, $= v/u_0$
$Gr_M$	Grashof massique, $= g \beta_M D_h^3 (C'_w - C'_0)/\nu^2$	Ve	vitesse d'évaporation, $V_e'/u_0$
h	demi-distance entre les plaques, m	X	coordonnée axiale, $= x/L$
$h_{fg}$	chaleur latente de vaporisation, kJ/kg	Y	coordonnée transversale, $= y/L$
L	longueur du canal, m	Indices et exposants	
$Nu_S$	Nombre de Nusselt sensible.	M	valeur moyenne
$Nu_L$	Nombre de Nusselt Latent.	w	valeur sur les parois du canal
$P_m$	Pression motrice, $= (p - \rho_0 g x)/\rho_0 u_0^2$	0	grandeur à l'entrée du canal
Pr	nombre de Prandtl	'	grandeur dimensionnelle
Re	nombre de Reynolds, $u_0 D_h/\nu$	Symboles grecs	
Sc	nombre de Schmidt	$\theta$	température, $= (T - T_0)/(T_w - T_0)$
Sh	Nombre de Sherwood	$\phi$	humidité relative de l'air
		$\gamma$	facteur de forme, $= 2h/L$

## Références

- [1] Azizi Y., Benhamou B., Galanis N. and El-Ganaoui M., Buoyancy effects on upward and downward laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel, Accepted in *Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow*, 2007.
- [2] Jang, J.-H. and Yan, W. M., Thermal protection with liquid film in turbulent mixed convection channel flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 49, , pp. 3645-3654, 2006.
- [3] Oulaid O., Azizi Y., Benhamou B. et El-Ganaoui M., Effet du renversement d'écoulement sur les transferts couplés de chaleur et de masse dans un canal, *Congrès SFT06* (Ile de Ré, 16-19 mai 2006), Tome 1, 215-220.
- [4] Oulaid O., Azizi Y., Benhamou B. et El-Ganaoui M., Écoulement laminaire ascendant avec transferts couplés de chaleur et de masse et changement de phase dans un canal, *12èmes Journées Internationales de Thermique, JITH2005*, Tanger, 15-17 novembre 2005.
- [5] Jang J.-H., Yan W.-M. and Huang C.-C., Mixed convection heat transfer enhancement through film evaporation in inclined square ducts, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 48, pp. 2117-2125, 2005.
- [6] Ait Hammou Z., Benhamou B., Galanis N. and J. Orfi, Laminar Mixed Convection of Humid Air in a Vertical Channel with Evaporation or Condensation at the Wall, *Int. J. Thermal Sciences*, vol. 43, pp. 531-539, 2004.
- [7] Yan W. M. and Lin T. F., Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical parallel plates with film evaporation, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp. 529-541, 1990.
- [8] Nesreddine H., Galanis N. and Nguyen C. T., Effects of Axial Diffusion on Laminar Heat Transfer With Low Péclet Numbers in the Entrance Region of Thin Vertical Tubes, *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 33, pp. 247-266, 1998.
- [9] Patankar S.V., Numerical heat transfer in fluid flow, Mc Graw Hill Editions, Londres, 1980.
- [10] Chow L. C. and Chung J. N., Evaporation of water into laminar stream of air and superheated steam, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 26, pp. 373-380, 1983.
- [11] Fuji T., Kato Y. and Bihara K., Expressions of transport and thermodynamic properties of air, steam and water, Sei San Ka Gaku Ken Kuu Jo, Report no 66, Kyu Shu University, Kyu Shu, Japan, 1977.