HAL
open science

# Diagnostic des systèmes à commutation : identification de la loi de commutation

Elom Ayih Domlan, José Ragot, Didier Maquin

## To cite this version:

Elom Ayih Domlan, José Ragot, Didier Maquin. Diagnostic des systèmes à commutation : identification de la loi de commutation. Journées Doctorales Modélisation, Analyse et Conduite des Systèmes dynamiques, JDMACS 2005, Sep 2005, Lyon, France. pp.CDROM. hal-00208081

**HAL Id: hal-00208081**

**https://hal.science/hal-00208081v1**

Submitted on 27 Mar 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Diagnostic des Systèmes à Commutation : Identification de la Loi de Commutation

*E. A. Domlan, J. Ragot, D. Maquin*

Centre de Recherche en Automatique de Nancy, UMR CNRS 7039
Institut National Polytechnique de Lorraine,
2, avenue de la Forêt de Haye,
54516 Vandœuvre-lès-Nancy, France
{eadomlan, jragot, dmaquin} @ensem.inpl-nancy.fr

**RESUME**

Les systèmes à commutation représentent une classe particulière de systèmes hybrides. Ils sont décrits par plusieurs modèles de fonctionnement et chaque modèle, appelé mode du système, est actif sous certaines conditions opératoires particulières, conditions qui peuvent être maîtrisées ou non. Lorsque la loi de commutation régissant le passage d'un modèle de fonctionnement à l'autre est parfaitement connue, il est aisé de manipuler de tels systèmes car le mode actif à chaque instant peut être connu. Par contre, dans la situation où aucune information n'est disponible sur la loi de commutation, il est plus ardu de procéder au diagnostic ou encore de synthétiser une loi de commande sur ces systèmes. Cet article propose une approche permettant de procéder à l'identification des paramètres de la loi de commutation à partir des entrées et sorties du système. Il est également abordé de façon sommaire le problème de la reconnaissance du mode actif à tout instant.

**MOTS CLES :** système à commutation, diagnostic, identification, analyse intervalle.

**ABSTRACT**

Switching systems are a particular class of hybrid systems. They are described by several operating regimes and each operating regime is active under certain particular conditions, conditions which can be controlled or not. When the switching mechanism is perfectly known, it is easy to handle such systems because the active regime at every moment can be known. On the other hand, in the case where no information is available on the evolution of the switching mechanism, the situation is more complicated. This paper proposes an approach for the identification of the parameters of the switching mechanism from the only knowledge of the inputs and the outputs of the system. We also briefly review the problem of the recognition of the active operating regime at each instant.

**KEYWORDS :** Switching systems, diagnosis, identification, interval analysis.

## INTRODUCTION

La majeure partie des processus présente un comportement typiquement hybride, en ce sens que ces processus sont sujets à la fois à une dynamique continue et à des événements discrets qui interviennent pour changer la dynamique continue du système. La classe des multi-modèles [4, 10] ou encore celle des modèles hybrides [5, 6, 8, 13] permet une bonne modélisation de ce genre de processus. Une classe importante de systèmes hybrides, celle des systèmes à commutation, est obtenue en formulant l'hypothèse que les changements dans la dynamique continue du système sont régis par une fonction abrupte, de type fonction porte. Le système obtenu est ainsi représenté par un nombre *a priori* connu de modèles de fonctionnement et, au cours de son fonctionnement, le système peut passer d'un modèle de fonctionnement à un autre et ceci sans que l'on sache nécessairement quand. Le diagnostic d'un tel système commence par la mise en œuvre de méthodes permettant de connaître, à tout instant, le modèle de fonctionnement actif. Des publications récentes [1, 2, 3, 7, 9, 11, 12] ont porté sur ce problème délicat. Des techniques reposant sur les méthodes du diagnostic à base de modèles ou encore de synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires à temps invariant y sont utilisées. Toutefois un problème crucial reste, à notre connaissance, jusqu'à présent peu étudié. Il s'agit de l'identification de la loi de commutation du système. Cet article présente une approche de solution à ce problème. La détermination de la loi de commutation apporte une connaissance supplémentaire quant à l'évolution du système et permet un meilleur suivi de ce dernier. Deux méthodes sont proposées. La première recherche les valeurs optimales des paramètres de la loi de commutation tandis que la seconde identifie ces paramètres sous forme d'intervalles. Il est également rappelé brièvement une méthode pour déterminer le mode actif à chaque instant à partir de la seule connaissance des entrées et sorties du système.

## POSITION DU PROBLEME

Considérons le système modélisé par l'équation (1) :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \\ A = \frac{1}{2}\left[\left(1+\mu(k)\right)A_1 + \left(1-\mu(k)\right)A_2\right] \\ \mu(k) = \text{signe}\left(f\left(u(\cdot), y(\cdot)\right)\right) \end{cases} \tag{1}$$

$$x \in \mathbb{R}^n,\ u \in \mathbb{R}^m,\ y \in \mathbb{R}^p$$

L'équation (1) modélise un système à commutation avec deux régimes de fonctionnement mais la représentation peut être étendue à un nombre quelconque de régimes. Les variables $u(\cdot)$, $y(\cdot)$ et $x(\cdot)$ représentent respectivement l'entrée, la sortie et l'état du système. Les changements de régime se traduisent par des changements de valeurs de la matrice d'état du système. La fonction $\mu(\cdot)$ représente la loi de commutation du système; sa valeur dépend du signe de la fonction $f(\cdot)$ qui dans cet exposé est restreinte à une régression linéaire sur les entrées et les sorties du système. L'équation (2) présente un exemple typique pour la fonction $\mu(\cdot)$, la valeur de $\mu(\cdot)$ étant définie à partir des valeurs prises par la sortie du système comparée à un seuil :

$$\mu(k) = signe\big(y(k) - a\big),\ a \in \mathbb{R} \tag{2}$$

De façon générale, un système à commutation est défini par la donnée d'un ensemble de modèles linéaires correspondant aux modes du système et une loi de commutation permettant de passer d'un mode de fonctionnement à un autre. Remarquons que les changements de modes de fonctionnement du système se traduisent d'après l'équation (1) par des changements de valeur de la matrice de transition du système. Cette formulation ne restreint aucunement la modélisation du système à commutation.

Une autre modélisation possible pour les systèmes à commutation est obtenue en substituant les représentations d'état des modes du système par des représentations entrée/sortie de type ARMA. Le modèle obtenu est alors de la forme :

$$\begin{cases} y(k+1) = \sum_{i=1}^{n} \begin{pmatrix} a_i(k-i+1)y(k-i+1) \\ +b_i(k-i+1)u(k-i+1) \end{pmatrix} \\ a_i(k) = \frac{1}{2}\Big(\big(1+\mu(k)\big)a_{1,i} + \big(1-\mu(k)\big)a_{2,i}\Big),\ i = 1,\ldots,N \\ b_i(k) = \frac{1}{2}\Big(\big(1+\mu(k)\big)b_{1,i} + \big(1-\mu(k)\big)b_{2,i}\Big),\ i = 1,\ldots,N \\ \mu(k) = \mathrm{signe}\big(f(u(\cdot), y(\cdot))\big) \end{cases} \tag{3}$$

Le modèle adopté dans cet article est celui de l'équation (3). Sans atteinte à la généralité, nous limitons $n$ à 2, ceci dans un souci de clarté dans la compréhension des développements qui suivront. Le système étudié est présenté à l'équation (4) :

$$\begin{cases} y(k+1) = a_1(k)y(k) + b_1(k)u(k) \\ a_1(k) = \frac{1}{2}\Big(\big(1+\mu(k)\big)a_{1,1} + \big(1-\mu(k)\big)a_{2,1}\Big) \\ b_1(k) = \frac{1}{2}\Big(\big(1+\mu(k)\big)b_{1,1} + \big(1-\mu(k)\big)b_{2,1}\Big) \\ \mu(k) = \mathrm{signe}\big(\alpha y(k) + \beta u(k) + \gamma\big) \end{cases} \tag{4}$$

Le problème posé est de retrouver les paramètres $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ connaissant les valeurs prises par $u(\cdot)$, $y(\cdot)$ et $\mu(\cdot)$.

## IDENTIFICATION DE LA LOI DE COMMUTATION

Pour estimer les paramètres $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$, il est supposé que les valeurs de la fonction $\mu(\cdot)$ sont connues. Toutefois, il peut arriver que ces valeurs soient indisponibles. Nous rappelons alors brièvement comment retrouver ces valeurs à partir de l'entrée et de la sortie du système avant de passer à l'identification des paramètres de la loi de commutation.

### Recherche Du Mode Actif

Des méthodes pour retrouver le mode actif d'un système à commutation à partir de la mesure de l'entrée et de la sortie du système ont été proposées dans [2, 3, 6, 11]. Les techniques de diagnostic à base de modèle ou encore de synthèse d'observateurs sont largement utilisées pour arriver à cette fin.

Dans le cas spécifique du modèle de l'équation (4), à partir de la connaissance de l'ensemble des valeurs pouvant être prises par les paramètres $a_1(\cdot)$ et $b_1(\cdot)$ on définit deux résidus :

$$\begin{cases} r_1(k) = y(k) - a_{1,1}y(k-1) - b_{1,1}u(k-1) \\ r_2(k) = y(k) - a_{2,1}y(k-1) - b_{2,1}u(k-1) \end{cases} \tag{5}$$

Il apparaît alors clairement que la détection du mode actif est aisée à partir des résidus (5). En effet, un seul des deux résidus est nul à chaque instant et ce résidu correspond au mode actif à l'instant courant. Ainsi, si à un instant $k$ le résidu $r_1(\cdot)$ est nul alors le mode actif est celui associé aux paramètres $a_{1,1}$ et $b_{1,1}$.

A titre d'exemple, considérons l'équation (4) avec $a_{1,1} = 0.5$, $b_{1,1} = 0.25$, $a_{2,1} = 0.90$ et $b_{2,1} = 0.15$. La première ligne de la figure 1 montre l'entrée appliquée au système. La seconde ligne présente la sortie du système. Les traits verticaux dénotent les instants de commutation. L'évolution de la loi de commutation $\mu(\cdot)$ est tracée à la troisième ligne de la figure 1. La quatrième ligne montre la reconstruction de $\mu(\cdot)$ à partir des résidus. On

peut voir que la valeur reconstruite de $\mu(\cdot)$ est identique à sa valeur réelle. La cinquième et la sixième ligne montrent les résidus $r_1(\cdot)$ et $r_2(\cdot)$.

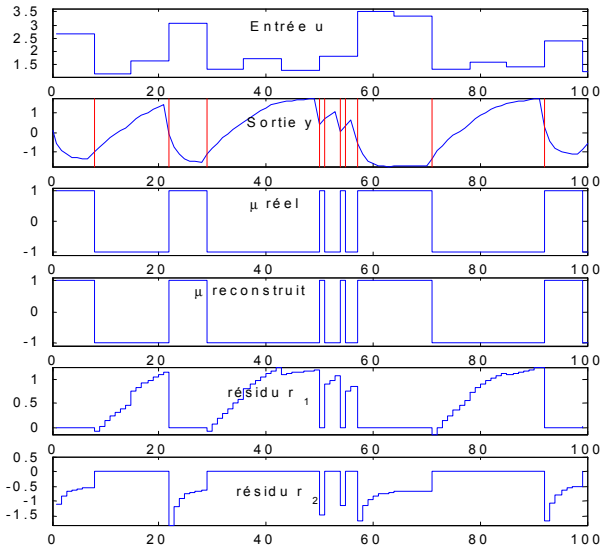


***Figure 1 :*** recherche des modes actifs.

**Recherche Des Paramètres De La Loi De Commutation**

Pour déterminer les paramètres $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$, il est nécessaire de disposer des entrées, des sorties et des valeurs prises par la fonction de commutation $\mu(\cdot)$.

Notons que le problème de la détermination des paramètres $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$, revient à déterminer les coefficients d'une inéquation du type $ay+bx+c<0$ à partir de la connaissance d'un ensemble de points $(x;y)$ solution de cette inéquation. Ce problème revient à chercher le plus petit polygone convexe contenant tous les points $(x;y)$. L'équation de chaque arête du polygone fournit alors une solution au problème à un coefficient multiplicatif près.

A partir de ces remarques, on peut noter que les coefficients $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ estimés ne sont pas forcément les vrais coefficients de la fonction de commutation mais ceux qui sont en accord avec les entrées et sorties du système disponibles.

On sait que :

$$\forall x \in \mathbb{R}^*,\ \text{signe}(x)x>0 \qquad (6)$$

De (4) et (6), on a alors :

$$\mu(k)\big(\alpha y(k)+\beta u(k)+\gamma\big)>0 \qquad (7)$$

$$\mu(k)y(k)\alpha+\mu(k)u(k)\beta+\mu(k)\gamma>0 \qquad (8)$$

Notons que la reformulation du problème faite en (8) est équivalente au problème initial. En effet, si on a $\mu=\text{signe}(x)$, alors $\mu$ et $x$ sont de même signe. D'où $\mu x = x\,\text{signe}(x)>0$. Maintenant, si on a $\mu\,\text{signe}(x)>0$ avec $\mu\in\{-1;1\}$, on peut recenser deux cas :

- Si $x>0$ alors $\mu>0$. D'où $\mu=1$
- Si $x<0$ alors $\mu<0$. D'où $\mu=-1$

On a donc $\mu=\text{signe}(x)$. On vient de prouver ainsi l'équivalence : $\mu=\text{signe}(x)\Leftrightarrow \mu\,\text{signe}(x)>0$.

A partir de l'équation (8), on définit un ensemble d'inégalités pouvant se mettre sous la forme d'une inégalité matricielle linéaire en les paramètres $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ :

$$\begin{bmatrix} \mu(1)y(1) & \mu(1)u(1) & \mu(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mu(N)y(N) & \mu(N)u(N) & \mu(N) \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{bmatrix}>0 \qquad (9)$$

Dans (9), le zéro à droite de l'inégalité est en fait un vecteur de zéros de longueur $N$, où $N$ représente le nombre de couples $(u(k);y(k))$ disponibles.

La résolution de (9) donne un domaine auquel appartiennent les paramètres $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$. Pour avoir une valeur unique de ces paramètres, nous choisissons de prendre le triplet de paramètres de norme maximale. Le problème à résoudre est alors le suivant :

$$\max_{\theta}\left(\|\theta\|\right)$$
$$\text{avec}\begin{bmatrix} \mu(1)y(1) & \mu(1)u(1) & \mu(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mu(N)y(N) & \mu(N)u(N) & \mu(N) \end{bmatrix}\theta>0 \qquad (10)$$

Dans (10), $\theta=(\alpha,\beta,\gamma)^T$ et $\|\cdot\|$ désigne la norme euclidienne. Le problème (10) est un problème de minimisation sous contraintes inégalités :

$$\min_{\theta}\left(-\|\theta\|\right)$$
$$\text{avec}\begin{bmatrix} \mu(1)y(1) & \mu(1)u(1) & \mu(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mu(N)y(N) & \mu(N)u(N) & \mu(N) \end{bmatrix}\theta>0 \qquad (11)$$

A titre d'exemple, reprenons l'équation (4) avec $a_{1,1}=0.5$, $b_{1,1}=-0.25$, $a_{2,1}=0.90$, $b_{2,1}=0.15$, $\alpha=1.5$, $\beta=0.26$ et $\gamma=-2$. Les résultats de la résolution du problème (11) sont présentés dans la table 1.

| | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ |
|---|---|---|---|
| Paramètres réels | 0.26 | 1.5 | -2 |
| Paramètres initiaux | -0.5 | -1 | 1 |
| Paramètres estimés | 0.276 | 1.600 | -2.134 |

***Table 1 :*** $\alpha,\beta$ et $\gamma$.

On peut s'apercevoir que les valeurs estimées sont proches des valeurs réelles à une constante multiplicative près. A la première ligne de la figure 2 sont présentées l'évolution de la sortie du système ainsi que celle de la sortie simulée à partir de la loi de commutation identifiée. Les deux courbes sont pratiquement superposées. La seconde ligne de la figure 2 représente les valeurs réelles prises par la loi de commutation $\mu(\cdot)$. Enfin la dernière ligne de la figure 2 montre les valeurs obtenues pour $\mu(\cdot)$ à partir des paramètres identifiés. On peut s'apercevoir que la loi de commutation $\mu(\cdot)$ est parfaitement reconstruite.

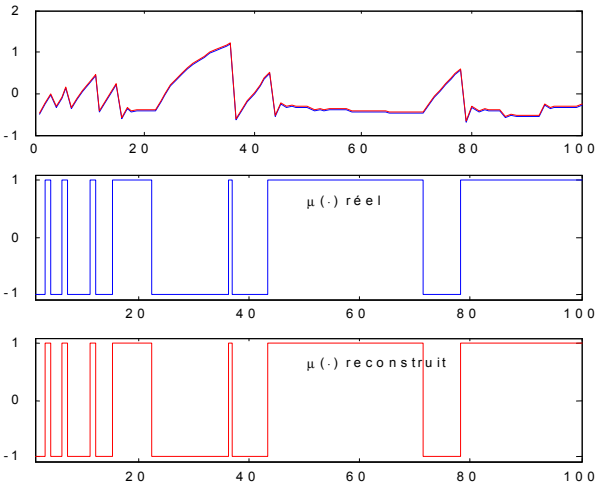


***Figure 2 :*** $y(\cdot)$ et $\mu(\cdot)$.

**Structure De La Loi De Commutation Inconnue**

Dans le cas où la structure de la loi de commutation est inconnue, une recherche itérative permet de retrouver cette structure

Dans la suite, on fait l'hypothèse que la loi de commutation est une régression linéaire des entrées et sorties du système mais l'ordre de la régression est inconnu. On commence alors la recherche de l'ordre par le plus petit possible (par exemple une régression ne dépendant que de $u(k-1)$ ou $y(k-1)$). Ensuite on incrémente l'ordre de la régression jusqu'à constater la présence de valeurs proches de zéro de certains paramètres de la régression.

Les tables 2 et 3 montrent les résultats pour l'exemple précédent dans le cas où la fonction de commutation est surparamétrée. Les résultats de la table 2 ont été obtenus en supposant que la fonction $\mu(\cdot)$ est de la forme $\mu(k) = \text{signe}\left(\alpha_0 y(k) + \alpha_1 y(k-1) + \beta_0 u(k) + \gamma\right)$. Le paramètre $\alpha_1$ a une valeur négligeable qui donne une indication sur l'ordre de la régression. La table 3, quant à elle, résulte de l'identification de la structure $\mu(k) = \text{signe}\left(\alpha_0 y(k) + \alpha_1 y(k-1) + \alpha_2 y(k-2) + \beta_0 u(k) + \gamma\right)$ En plus de $\alpha_1$, le paramètre $\alpha_2$ a également une valeur proche de zéro. Les dernières lignes des tables 2 et 3 contiennent les paramètres estimés normalisés. La normalisation est faite en multipliant les paramètres estimés par un coefficient défini par le rapport entre $\alpha_0$ réel et estimé.

| | $\alpha_0$ | $\alpha_1$ | $\beta_0$ | $\gamma$ |
|---|---|---|---|---|
| Par. réels | 0.26 | 0 | 1.5 | -2 |
| Par. initiaux | -0.5 | 0.3 | -1 | 1 |
| Par. estimés | 0.190 | 0.0010 | 1.100 | -1.467 |
| Par. normalisés | 0.26 | 0.0014 | 1.508 | -2.008 |

***Table 2 :*** $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0$ et $\gamma$.

| | $\alpha_0$ | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\beta_0$ | $\gamma$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Par. réels | 0.26 | 0 | 0 | 1.5 | -2 |
| Par. initiaux | -0.5 | 0.3 | 0.9 | -1 | 1 |
| Par. estimés | 0.192 | 0.0005 | -0.0018 | 1.100 | -1.467 |
| Par. normalisés | 0.26 | 0.0007 | -0.0024 | 1.490 | -1.987 |

***Table 3 :*** $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_0$ et $\gamma$.

La figure 3 suit la même logique de présentation que la figure 2. La première ligne représente la sortie réelle du système ainsi que la sortie simulée à partir des paramètres identifiés. La deuxième et la troisième lignes représentent respectivement les valeurs réelles prises par $\mu(\cdot)$ et les valeurs obtenues pour cette dernière à partir des paramètres identifiés. Sur la figure 3, la première colonne est relative aux paramètres estimés figurant dans la table 2 et la seconde colonne est à associer aux paramètres estimés de la table 3.

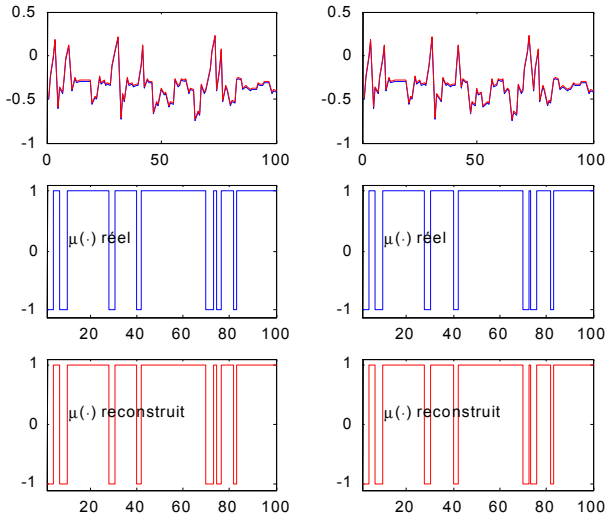


***Figure 3 :*** $y(\cdot)$ et $\mu(\cdot)$.

**RECHERCHE DE LA LOI DE COMMUTATION A PARAMETRES BORNES**

Il a été souligné plus haut que la non-exhaustivité de l'échantillon de mesures (certains régimes de fonctionnement du système ne sont pas suffisamment excités) rend difficile la détermination unique des paramètres de la loi de commutation. L'idée est alors de rechercher non pas une valeur unique pour les paramètres de la loi de commutation mais plutôt un domaine auquel les para-

mètres sont susceptibles d'appartenir. On ne parle alors plus de seuil de commutation mais plutôt de zone de commutation.

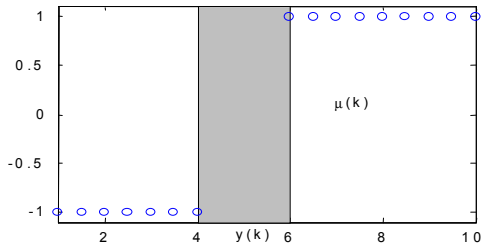


***Figure 4 :*** $\mu(k) = \text{signe}(y(k)-5)$.

A titre d'exemple, sur la figure 4 sont représentés des points $(y(k);\mu(k))$ pour la loi de commutation $\mu(k) = \text{signe}(y(k)-5)$. La zone de commutation correspond à la partie grisée sur la figure et est égale à l'intervalle de centre 5 et de demi-largeur 1.

Si la structure de la loi de commutation est supposée connue, on cherche alors à déterminer à partir des triplets $\{(u(k);y(k);\mu(k)),\ k=1,\ldots,N\}$ les paramètres $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ sous forme intervalle afin de prendre en compte toutes les situations possibles. Pour cela, il est imposé que les demi-largeurs des intervalles à déterminer soient maximales tout en respectant les contraintes du système. On a :

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 + r_\alpha v_\alpha \\ \beta = \beta_0 + r_\beta v_\beta \\ \gamma = \gamma_0 + r_\gamma v_\gamma \\ r_\alpha > 0,\ r_\beta > 0,\ r_\gamma > 0 \\ |v_\alpha| \le 1,\ |v_\beta| \le 1,\ |v_\gamma| \le 1 \end{cases} \tag{12}$$

$\alpha_0$, $\beta_0$ et $\gamma_0$ sont les centres des intervalles à déterminer et $r_\alpha, r_\beta$ et $r_\gamma$ représentent les demi-largeurs de ces intervalles. Les $v_\bullet$ sont des variables bornées et normalisées. A partir de la remarque de l'équation (6), on a :

$$\mu(k)y(k)\alpha + \mu(k)u(k)\beta + \mu(k)\gamma > 0 \tag{13}$$

En utilisant (12), comme $|v_\alpha| \le 1$, $|v_\beta| \le 1$ et $|v_\gamma| \le 1$, on a alors :

$$\begin{cases} \mu(k)y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+\mu(k)u(k)(\beta_0+r_\beta)+\mu(k)(\gamma_0+r_\gamma)>0 \\ \mu(k)y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+\mu(k)u(k)(\beta_0+r_\beta)+\mu(k)(\gamma_0-r_\gamma)>0 \\ \mu(k)y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+\mu(k)u(k)(\beta_0-r_\beta)+\mu(k)(\gamma_0+r_\gamma)>0 \\ \mu(k)y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+\mu(k)u(k)(\beta_0-r_\beta)+\mu(k)(\gamma_0-r_\gamma)>0 \\ \mu(k)y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+\mu(k)u(k)(\beta_0+r_\beta)+\mu(k)(\gamma_0+r_\gamma)>0 \\ \mu(k)y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+\mu(k)u(k)(\beta_0+r_\beta)+\mu(k)(\gamma_0-r_\gamma)>0 \\ \mu(k)y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+\mu(k)u(k)(\beta_0-r_\beta)+\mu(k)(\gamma_0+r_\gamma)>0 \\ \mu(k)y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+\mu(k)u(k)(\beta_0-r_\beta)+\mu(k)(\gamma_0-r_\gamma)>0 \end{cases} \tag{14}$$

soit :

$$\begin{cases} \begin{cases} y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+u(k)(\beta_0+r_\beta)+(\gamma_0+r_\gamma)>0 \\ y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+u(k)(\beta_0-r_\beta)+(\gamma_0+r_\gamma)>0 \\ y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+u(k)(\beta_0+r_\beta)+(\gamma_0+r_\gamma)>0 \\ y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+u(k)(\beta_0-r_\beta)+(\gamma_0+r_\gamma)>0 \end{cases} & \text{si } \mu(k)=1 \\ \begin{cases} y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+u(k)(\beta_0+r_\beta)+(\gamma_0-r_\gamma)<0 \\ y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+u(k)(\beta_0-r_\beta)+(\gamma_0-r_\gamma)<0 \\ y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+u(k)(\beta_0+r_\beta)+(\gamma_0-r_\gamma)<0 \\ y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+u(k)(\beta_0-r_\beta)+(\gamma_0-r_\gamma)<0 \end{cases} & \text{si } \mu(k)=-1 \end{cases} \tag{15}$$

Finalement, pour trouver $\alpha_0$, $r_\alpha$, $\beta_0$, $r_\beta$, $\gamma_0$ et $r_\gamma$, il faut résoudre :

$$\max(r_\alpha), \max(r_\beta), \max(r_\gamma)$$
$$r_\alpha > 0, r_\beta > 0, r_\gamma > 0$$

$$\begin{cases} \begin{cases} y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+u(k)(\beta_0+r_\beta)+(\gamma_0+r_\gamma)>0 \\ y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+u(k)(\beta_0-r_\beta)+(\gamma_0+r_\gamma)>0 \\ y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+u(k)(\beta_0+r_\beta)+(\gamma_0+r_\gamma)>0 \\ y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+u(k)(\beta_0-r_\beta)+(\gamma_0+r_\gamma)>0 \end{cases} & \text{si } \mu(k)=1 \\ \begin{cases} y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+u(k)(\beta_0+r_\beta)+(\gamma_0-r_\gamma)<0 \\ y(k)(\alpha_0+r_\alpha)+u(k)(\beta_0-r_\beta)+(\gamma_0-r_\gamma)<0 \\ y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+u(k)(\beta_0+r_\beta)+(\gamma_0-r_\gamma)<0 \\ y(k)(\alpha_0-r_\alpha)+u(k)(\beta_0-r_\beta)+(\gamma_0-r_\gamma)<0 \end{cases} & \text{si } \mu(k)=-1 \end{cases} \tag{16}$$

Le problème (16) est un problème difficile à résoudre à cause du critère d'optimisation qui nécessite la recherche simultanée du maximum de trois variables. Pour s'affranchir de cette difficulté, il est nécessaire de transformer les critères portant sur le maximum des variables $r_\alpha$, $r_\beta$ et $r_\gamma$ en un seul critère, par exemple $\max(r_\alpha + r_\beta + r_\gamma)$.

A titre d'exemple, nous avons déterminé les paramètres $\alpha_0$, $r_\alpha$, $\beta_0$, $r_\beta$, $\gamma_0$ et $r_\gamma$ pour le même système que celui

utilisé dans l'exemple précédent. Les résultats obtenus sont reportés dans la table 4.

| | $\alpha_0$ | $r_\alpha$ | $\beta_0$ | $r_\beta$ | $\gamma_0$ | $r_\gamma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Par. réels | 0.26 | - | 1.5 | - | -2 | - |
| Par. initiaux | 0.10 | 0 | 0.7 | 0 | -3.1 | 0 |
| Par. estimés | 0.212 | 0.200 | 1.354 | 0.248 | -1.801 | 0.500 |

***Table 4 :*** $\alpha_0, r_\alpha, \beta_0, r_\beta, \gamma_0$ et $r_\gamma$ .

Sur la figure 5 sont représentées les valeurs réelles et simulées à partir des paramètres obtenus par identification de la sortie et de la loi de commutation du système. On a retenu le centre des intervalles trouvés pour effectuer les tracés de cette figure. La sortie du système reste globalement bien reconstruite. Il en est de même pour la loi de commutation.

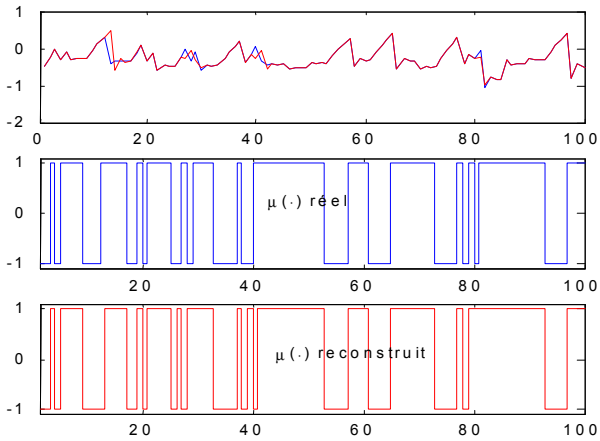


***Figure 5 :*** $y(\cdot)$ et $\mu(\cdot)$ .

## CONCLUSION

Il a été proposé dans cet article une méthode pour l'identification de la loi régissant les changements de régime d'un système à commutation. Deux approches ont été développées. La première recherche les paramètres optimaux pour la loi de commutation au sens des données disponibles. La seconde approche utilise les méthodes de l'analyse intervalle pour rechercher non pas les valeurs des paramètres de loi de commutation mais plutôt un encadrement de ces derniers. Les travaux futurs viseront à étendre ces approches dans un cadre stochastique (présence de bruit de mesure) et à rechercher la structure des modèles locaux et celle de la loi de commutation.

## BIBLIOGRAPHIE


1. Balluchi, A., Benvenuti, L., Di Benedetto, M.D. and Sangiovanni-Vinventelli, L. *Design of observers for hybrid systems.* Hybrid Systems Computation and Control, Stanford, USA, 2002, pp. 76-89.
2. Cocquempot, V., Staroswiecki, M. and El Mezyani, T. *Switching time estimation and fault detection for hybrid systems using structured parity residuals.* IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Washington DC, USA, 2003, pp. 681-686.
3. Domlan, E.A., Maquin, D. and Ragot, J. *Diagnostic des systèmes à commutation, approche par la méthode de l'espace de parité*. Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Douz, Tunisie, 2004.
4. Gasso, K., Mourot, G. and Ragot, J. *Structure identification of multiple models with output error local models*. IFAC World Congress on Automatic Control, 2002, Barcelone, Espagne.
5. Heemels, W., De Schutter, B., and Bemporad, A. *Equivalence of hybrid dynamical models*. Automatica, Vol 37, No 7, 2001, pp. 1085-1091.
6. Juloski, A.Lj., Heemels, W.P.M.H., Ferrari-Trecate, G., Vidal R., Paoletti, S., and Niessen, J.H.G. *Comparison of four procedures for the identification of hybrid system*. Hybrid Systems : Computation and Control, Zurich, Switzerland, 2005.
7. Kratz, F. and Aubry, D. *Finite memory observer for state estimation of hybrid systems*. IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Washington DC, USA, 2003, pp. 681-686.
8. Labinaz, G., Bayoumi, M., and Rudie, K. *A survey of modeling and control of hybrid systems*. Annual Reviews in Control, Vol 21, 1997, pp. 79-92.
9. McIlraith, S.A. *Diagnosis hybrid systems, a bayesian model selection approach*. Workshop on Principle of Diagnosis, Morélia, Mexique, 2000, pp. 140-146.
10. Murray-Smith, R. and Johansen, T. *Multiple model approaches to modeling and control.* Taylor & Francis, London, United Kingdom, 1997.
11. Narasimhan, S., Biswas, G., Karsai, G., Pasternak, T. and Zhao, F. *Building observers to address fault isolation and control in hybrid systems*. IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Nashville, USA, 2000, pp. 2393-2398.
12. Ragot, J. Maquin, D. and Domlan, E.A. *Switching time estimation of piecewise linear systems. Application to diagnosis*. IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Washington DC, USA, 2003, pp. 699-704.
13. Vidal, R. *Identification of PWARX hybrid models with unknown and possibly different orders*. IEEE American Control Conference, Boston, USA, 2004.