



**HAL**  
open science

# OBSERVATEURS NON LINEAIRES POUR UN ACTIONNEUR ELECTROPNEUMATIQUE

Alexis Girin, Franck Plestan, Alain Glumineau, Xavier Brun

► **To cite this version:**

Alexis Girin, Franck Plestan, Alain Glumineau, Xavier Brun. OBSERVATEURS NON LINEAIRES POUR UN ACTIONNEUR ELECTROPNEUMATIQUE. JDMACS-JNMACS 2005, Sep 2005, Lyon, France. pp.147. hal-00207682

**HAL Id: hal-00207682**

**<https://hal.science/hal-00207682v1>**

Submitted on 29 Mar 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# OBSERVATEURS NON LINEAIRES POUR UN ACTIONNEUR ELECTROPNEUMATIQUE

*Alexis Girin, Franck Plestan, Alain Glumineau*  
IRCCyN - UMR CNRS 6597 - Nantes  
alexis.girin@irccyn.ec-nantes.fr

*Xavier Brun*  
LAI - INSA de Lyon - Villeurbanne  
xavier.brun@insa-lyon.fr

## **RESUME**

Les actionneurs électropneumatiques sont de plus en plus répandus dans l'industrie. Néanmoins, leur utilisation dans le cadre d'applications nécessitant un placement précis est rendue difficile par les non-linéarités du modèle. L'utilisation de commandes non linéaires permet d'obtenir d'excellentes performances. Fréquemment, elles utilisent la mesure des variables d'état du système. Une alternative à l'utilisation de capteurs est la mise en place d'observateurs. Dans ce travail, deux observateurs (à grands gains et par modes glissants) sont synthétisés pour la commande de l'actionneur à partir de la mesure de la pression dans une des chambres du vérin et de la position de la tige du vérin.

## **MOTS CLES**

Observateurs, grands gains, modes glissants, actionneur pneumatique.

# OBSERVATEURS NON LINEAIRES POUR UN ACTIONNEUR ELECTROPNEUMATIQUE

Alexis Girin, Franck Plestan, Alain Glumineau  
IRCCyN - UMR CNRS 6597 - Nantes  
alexis.girin@irccyn.ec-nantes.fr

Xavier Brun  
LAI - INSA de Lyon - Villeurbanne  
xavier.brun@insa-lyon.fr

## RESUME

Les actionneurs électropneumatiques sont de plus en plus répandus dans l'industrie. Néanmoins, leur utilisation dans le cadre d'applications nécessitant un placement précis est rendue difficile par les non-linéarités du modèle. L'utilisation de commandes non linéaires permet d'obtenir d'excellentes performances. Fréquemment, elles utilisent la mesure des variables d'état du système. Une alternative à l'utilisation de capteurs est la mise en place d'observateurs. Dans ce travail, deux observateurs (à grands gains et par modes glissants) sont synthétisés pour la commande de l'actionneur à partir de la mesure de la pression dans une des chambres du vérin et de la position de la tige du vérin.

## MOTS CLES

Observateurs, grands gains, modes glissants, actionneur pneumatique.

## ABSTRACT

Electropneumatics actuators are more and more present in industrial applications. However, their uses in applications needing a good accuracy are difficult due to system nonlinearities. Nonlinear control laws allow to get high performances but often need the state variables. There is then a real interest to design observers, in order to estimate state from the knowledge from only one of the chamber pressures in the actuator and its position. Two strategies are described in this paper : high gain and sliding modes observers.

## KEYWORDS

Observer, high gain, sliding mode, pneumatic actuators.

## NOMENCLATURE

$y$  position du chariot ( $m$ ),  $p$  pression ( $Pa$ )  
 $u$  tension d'entrée ( $V$ ),  $k$  constante polytropique  
 $v$  vitesse de la charge ( $m/s$ ),  $F_{ext}$  Force extérieure ( $N$ )  
 $V$  volume d'une chambre ( $m^3$ ),  $b$  coefficient de viscosité  
 $M$  masse de la charge ( $kg$ )  
 $T$  température d'une chambre ( $K$ )  
 $r$  constante des gaz parfaits ( $J/KG/K$ )  
 $S$  section intérieure du piston  
 $q_m$  débit massique en sortie du servodistributeur  
 $N$  (resp.  $P$ ) indice relatif aux chambres  $N$  et  $P$   
 $sgn$  fonction signe  $-1$  si  $x < 0$ ,  $1$  si  $x \geq 0$

## INTRODUCTION

La commande d'un actionneur pneumatique est délicate à cause de la présence de non-linéarités intrinsèque aux systèmes : débit massique issu des servo-distributeurs, débit de compressibilité interne au vérin, frottement sec. Ainsi, il a été mis en évidence que des stratégies de commande non linéaire sont plus efficaces que des approches linéaires [3]. Dès lors, de nombreuses approches non linéaires ont été évaluées pour la commande en position d'un actionneur linéaire : linéarisation entrée-sortie [10], modes glissants [10], modes glissants d'ordre 2 [6] et d'ordre 3 [7], backstepping [10]. Dans un but de minimisation de la quantité d'énergie nécessaire à un déplacement donné, il a été mis en évidence [9] que la commande multivariable (commande de la position et de la pression dans une des chambres du vérin) est plus intéressante que la commande monovariable. Ainsi, dans le travail présenté dans ce papier, est utilisée une commande par modes glissants d'ordre 3-1 (respectivement pour la position et la pression dans une des deux chambres) [9] qui a pour avantages, entre autres, d'être à convergence en temps fini et robuste aux incertitudes et perturbations. Cette commande nécessite la connaissance de tout l'état du système. Le souci d'économie de capteurs et de faisabilité de l'application amène à réduire *au maximum* le nombre de capteurs. Très peu de travaux ont étudiés la synthèse d'observateurs pour des actionneurs pneumatiques ([1] pour des actionneurs hydrauliques). Aussi, deux types d'observateurs sont synthétisés dans ce travail : un observateur à grands gains [2] et un observateur par modes glissants. Cet article est organisé comme suit : tout d'abord, le modèle de la plateforme pneumatique utilisée (LAI INSA de Lyon) est présenté. Ensuite, l'observabilité du système est analysée. Enfin, la synthèse des deux observateurs est faite : leurs performances sont évaluées en simulation, dans le cas nominal et dans un cas perturbé (étude de la robustesse de l'ensemble commande-observateur).

## MODELE DU SYSTEME PNEUMATIQUE

Le modèle est basé sur la plate-forme d'actionneurs pneumatiques du LAI [3]. L'actionneur utilisé est un vérin double effet, simple tige (Fig. 1). Le système se compose de deux chambres  $P$  et  $N$ . L'air comprimé est régulé par deux servodistributeurs trois voies, qui sont pilotées électriquement. La tige du vérin se déplace horizontalement entraînant une charge sur un chariot.

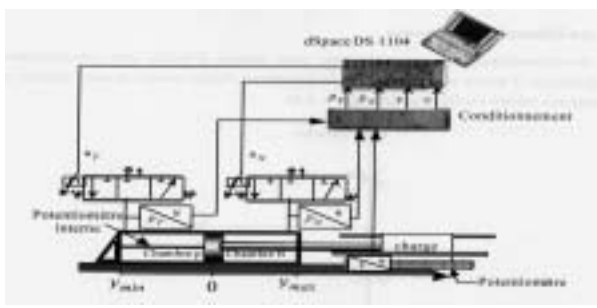


FIG. 1 – Système électropneumatique

En faisant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- la dynamique des servodistributeurs est négligée,
- la variation de température dans les chambres est négligée par rapport à la température source,
- les frottements se limitent aux frottements visqueux,

le modèle non linéaire affine en la commande décrivant la dynamique de l'ensemble servo-distributeurs-actionneur-charge [3] s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{p}_P &= \frac{krT}{V_P(y)} [q_m(u_P, p_P) - \frac{S_P}{rT} p_P v] \\ \dot{p}_N &= \frac{krT}{V_N(y)} [q_m(u_N, p_N) + \frac{S_N}{rT} p_N v] \\ \dot{v} &= \frac{1}{M} [S_P p_P - S_N p_N - b v - F_{ext}] \\ \dot{y} &= v \end{cases} \quad (1)$$

avec  $y$  la position du chariot,  $v$  la vitesse,  $p_P$  et  $p_N$  les pressions dans les chambres P et N. Les débits  $q_m(u_P, p_P)$  et  $q_m(u_N, p_N)$  sont donnés par la somme de polynômes d'ordre 5 identifiés à partir d'essais expérimentaux.

$$q_m(u, p) = \varphi(p) + \Psi(p, \text{sgn}(u)) u \quad (2)$$

où  $u = u_P$  (resp.  $u_N$ ) et  $p = p_P$  (resp.  $p_N$ ). Pour simplifier la notation, on effectue le changement de variable suivant :

$$\begin{aligned} k_1 &= krT\varphi(p_P) & k_6 &= kS_N \\ k_2 &= kr\Psi(p_P, \text{sgn}(u_P)) & k_7 &= \frac{S_P}{M} \\ k_3 &= -kS_P & k_8 &= -\frac{S_N}{M} \\ k_4 &= krT\varphi(p_N) & k_9 &= \frac{-b}{M} \\ k_5 &= krT\Psi(p_N, \text{sgn}(u_N)) & F &= \frac{-F_{ext}}{M} \end{aligned} \quad (3)$$

Les mesures réalisées et utilisables par les observateurs sont  $p_P$ , la pression dans la chambre P et  $y$  la position du

chariot. On obtient alors le modèle non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \frac{1}{V_P(x_4)} [k_1 + k_2 u_P + k_3 x_1 x_3] \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{V_N(x_4)} [k_4 + k_5 u_N + k_6 x_2 x_3] \\ \dot{x}_3 &= k_7 x_1 + k_8 x_2 + k_9 x_3 + F \\ x_4 &= x_3 \\ y_1 &= h_1(x) = x_4 \\ y_2 &= h_2(x) = x_1 \end{cases} \quad (4)$$

avec  $x := [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]'$ ,  $x \in X$  et  $u := [u_P \ u_N]'$   $\in U$  tel que  $X = \{x \in \mathbb{R}^4 \mid x_{imin} \leq x_i \leq x_{iMAX}, 1 \leq i \leq 2, x_{imin} \leq |x_i| \leq x_{iMAX}, 3 \leq i \leq 4\}$  et  $U = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid |u_P| \leq u_{MAX}, |u_N| \leq u_{MAX}\}$ .  $x_{imin}$  et  $x_{iMAX}$  sont les valeurs minimales/maximales des pressions dans les chambres P et N,  $x_{3min}$  et  $x_{3MAX}$  (resp.  $x_{4min}$  et  $x_{4MAX}$ ) les valeurs minimales/maximales de la vitesse (resp. position) de la tige du vérin et  $u_{MAX}$  la valeur maximale de la tension appliquée aux servodistributeurs.

## OBSERVABILITE DU SYSTEME

### Rappel sur l'observabilité d'un système non linéaire

Soit le système non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{cases} \quad (5)$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$  et  $y \in \mathbb{R}^p$ . On appelle  $O$  l'espace d'observabilité générique défini par

$$O = \text{Span}_{\kappa}\{dx\} \cap (\text{Span}_{\kappa}\{dy^{(j)}\} + \text{Span}_{\kappa}\{du^{(i)}\})$$

avec  $\text{Span}_{\kappa}$  un espace engendré sur le champ  $\kappa$  des fonctions méromorphiques de  $x$ ,  $i \geq 0$  et  $j \geq 0$ .

**Definition 1** Le système (5) est génériquement observable si  $\dim(O) = n$ . ■

L'observabilité des systèmes non linéaires dépend de l'état et également de l'entrée. Aussi, il est nécessaire d'étudier l'observabilité de tels systèmes à travers la définition suivante.

**Definition 2** Le système (5) est observable s'il existe  $p$  entiers  $k_i$  ( $1 \leq i \leq p$ ) tels que

- $k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_p$ ,
- $\sum_{i=1}^p k_i = n$ ,
- La transformation

$$\Phi = \left[ h_1 \ \dot{h}_1 \ \dots \ h_1^{(k_1-1)} \ \dots \ h_p \ \dots \ h_p^{(k_p-1)} \right]' \quad (6)$$

est une transformation d'état  $\zeta := \Phi(x, u, \dot{u}, \dots)$ . ■

### Application à l'actionneur pneumatique

On suppose que le système dispose de deux mesures, la position du vérin et la pression dans la chambre P,

$$h_1 = y \quad , \quad h_2 = p_P.$$

En posant  $k_1 = 3$  et  $k_2 = 1$  les indices d'observabilité respectivement de la position et de la pression dans la chambre P, on obtient

$$\Phi = \begin{bmatrix} y \\ v \\ \frac{1}{M} [S_{PP}P - S_{NP}N - bv - F_{ext}] \\ PP \end{bmatrix} \quad (7)$$

Il est aisé de vérifier que, pour  $x \in X$  et  $u \in U$ ,  $\Phi$  est une transformation de coordonnées d'état  $\zeta = \Phi(x, u_P, u_N)$ . A noter que la pression et la position dans une des chambres du vérin sont les informations minimums pour que le système soit observable. En effet, à partir de la seule mesure de la position ou d'une pression, on ne peut pas déduire, de façon *unique*, la valeur des variables d'état non mesurées.

## OBSERVATEUR A GRAND GAIN [2]

### Principe de l'observateur

La synthèse de cet observateur est basée sur la propriété d'observabilité locale uniforme du système (5).

#### A1. La transformation

$$\Phi_{u=0} = \left[ h_1 \dots h_1^{(k_1-1)} \dots h_p \dots h_p^{(k_p-1)} \right]_{u=0}' \quad (8)$$

est une transformation de coordonnées d'état. ■

Alors, le système (5) peut s'écrire

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= A\zeta + \Theta(\zeta, u) \\ y &= C\zeta \end{aligned} \quad (9)$$

avec  $A = \text{diag}[A_1 \dots A_p]_{n \times n}$ ,  $A_i$  définie par

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{k_i \times k_i}, \quad (10)$$

$C = \text{diag}[C_1 \dots C_p]_{p \times n}$ ,  $C_i = I_{1 \times k_i}$ ,  $\Theta(\zeta, u) = [\Theta'_1 \ \Theta'_2 \ \dots \ \Theta'_p]'$ , et  $\Theta_i = [0 \ \dots \ 0 \ h_i^{(k_i)}]'$ . Supposons l'hypothèse suivante satisfaite :

#### A2. La fonction $\Theta$ est globalement Lipschitzienne par rapport à $\zeta$ , localement uniformément par rapport à $u$ . ■

Alors, le système (5) est localement uniformément observable [5]. Soit  $K$  une matrice de dimension appropriée, tel que  $A - KC$  est Hurwitz, et  $\Lambda(T) = \text{diag}[\Lambda_1 \ \Lambda_2 \ \dots \ \Lambda_p]'$  avec  $\Lambda_i = \text{diag}[T_i \ T_i^2 \ \dots \ T_i^{k_i-1}]$ , avec  $T_i > 0$ . Alors, le système

$$\dot{\hat{\zeta}} = A\hat{\zeta} + \Theta(\hat{\zeta}, u) + \Lambda^{-1}K(\tilde{y} - C\hat{\zeta}) \quad (11)$$

avec  $\hat{\zeta} \in \mathbb{R}^n$ , est un observateur asymptotique pour (9). De plus, la dynamique de cet observateur peut être fixée

arbitrairement. A partir de (8-11), un observateur pour (5) s'écrit :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + \left[ \frac{\partial \Phi(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} \Lambda^{-1}K(\tilde{y} - C\hat{x}) \quad (12)$$

### Application au système électropneumatique

Les grandeurs mesurées étant la position du vérin et la pression dans la chambre P, la transformation  $\Psi_{u=0}$  s'écrit :

$$\Phi_{u=0} = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \\ \zeta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_3 \\ k_7x_1 + k_8x_2 + k_9x_3 + F \\ x_1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Le système s'écrit alors :

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} A_1 & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & A_2 \end{bmatrix} \zeta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \text{ et } h = \begin{bmatrix} C_1 & 0_{1 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & C_2 \end{bmatrix} \zeta \quad (14)$$

avec  $\varphi_1 = k_7\beta_1 + k_8\beta_2 + k_9\zeta_2$ ,  $\varphi_2 = \beta_1$ ,

$$\beta_1 = \frac{1}{V_P(\zeta_1)} [k_1 + k_2u_P + k_3\zeta_4\zeta_2],$$

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \frac{1}{V_N(\zeta_1)} \left[ k_4 + k_5u_N + \frac{k_6}{k_8}\zeta_2\zeta_3 - \frac{k_6k_7}{k_8}\zeta_2\zeta_4 \right. \\ &\quad \left. - \frac{k_6k_9}{k_8}\zeta_2^2 - \frac{k_6}{k_8}F\zeta_2 \right], \end{aligned} \quad (15)$$

et  $A_2 = 0$ ,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}' \text{ et } C_2 = 1. \quad (16)$$

**Gains relatifs à  $h_1$ .** La dynamique liée à la partie de l'observateur relative à  $h_1$  est fixée par le gain

$$K_1 = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{12} & 0 \\ 0 & 0 & K_{13} \end{bmatrix}$$

tel que  $(A_1 - K_1C_1)$  soit Hurwitz.

**Gains relatifs à  $h_2$ .** La dynamique liée à la partie de l'observateur relative à  $h_2$  est fixée par le gain  $K_2$  tel que  $(A_2 - K_2C_2)$  soit Hurwitz. Comme  $A_2 = 0$  et  $C_2 = 1$ , cette dernière condition est satisfaite si  $K_2 > 0$ .

Le système suivant est alors un observateur à grands gains pour (4)

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \frac{1}{V_P(\hat{x}_4)} [k_1 + k_2u_P + k_3\hat{x}_1\hat{x}_3] + T^{-1}K_2(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \frac{1}{V_N(\hat{x}_4)} [k_4 + k_5u_N + k_6\hat{x}_2\hat{x}_3] + T^{-3}K_{13}(x_4 - \hat{x}_4) \\ \dot{\hat{x}}_3 &= k_7\hat{x}_1 + k_8\hat{x}_2 + k_9\hat{x}_3 + F + T^{-2}K_{12}(x_4 - \hat{x}_4) \\ \dot{\hat{x}}_4 &= \hat{x}_3 + T^{-1}K_{11}(x_4 - \hat{x}_4) \end{aligned} \quad (17)$$

### Simulations : Essais aux conditions nominales

Dans toutes les simulations nous tenons compte de paramètres physique non mentionnés dans les calculs : la dynamique des servodistributeurs, les frottements secs. Dans ces essais, la commande est calculée à partir de

l'état estimé et est détaillée dans [9]. On fixe les gains de l'observateur à  $K_{11} = 9$ ,  $K_{12} = 27$ ,  $K_{13} = 27$ ,  $K_2 = 4$  et  $T = 0.01$ . Les conditions initiales sont les suivantes  $x_1(0) = 3$  bar,  $\hat{x}_1(0) = 3.5$  bar,  $x_2(0) = 2$  bar,  $\hat{x}_2(0) = 2.5$  bar,  $x_3(0) = 0$  m/s,  $\hat{x}_3(0) = 0$  m/s,  $x_4(0) = -0.125$  m et  $\hat{x}_4(0) = 0.0$  m. La figure 2 montre que l'erreur d'estimation converge vers 0 au bout de 0.2 s. Les performances de la commande sont excellentes et permettent un très bon suivi de la trajectoire désirée en position.

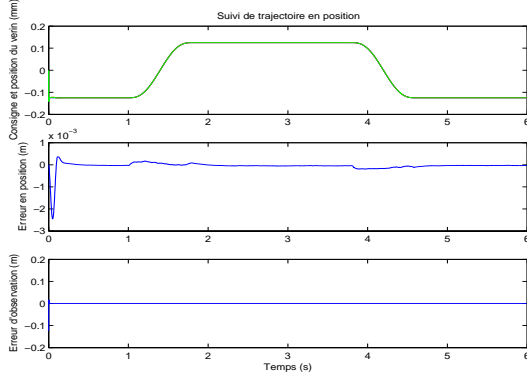


FIG. 2 – Consigne et position courante du verin (m) (haut), erreur de poursuite (m) (milieu) et erreur d'observation (m) (bas) en fonction du temps (sec.) .

La figure montre également les très bonnes performances de la commande en pression  $p_P$ , ainsi que la bonne estimation de cette dernière.

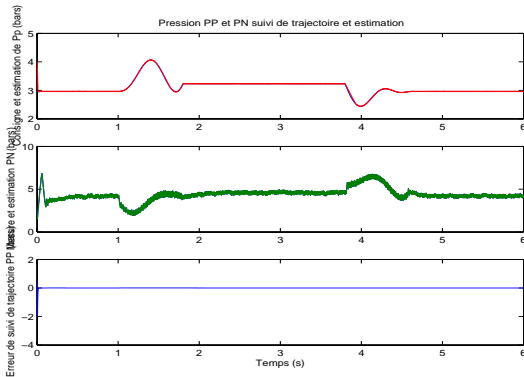


FIG. 3 – Consigne et pression courante dans la chambre P (bar) (haut), erreur de poursuite (bar) (milieu) et erreur d'observation (bar) (bas) en fonction du temps (sec.) .

### Simulations : Essais de robustesse

Dans cet essai, la masse est doublée (variation de 100%). Evidemment, cette modification n'est prise en compte ni dans la commande, ni dans l'observateur.

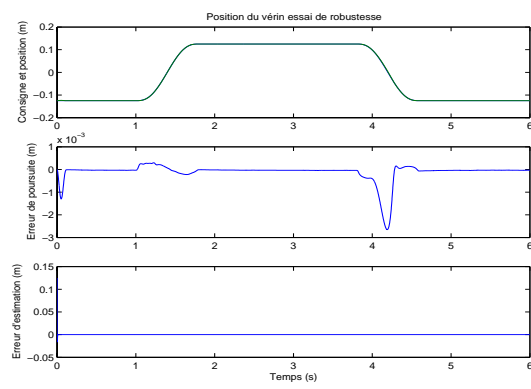


FIG. 4 – Consigne et position courante du verin (m) (haut), erreur de poursuite (m) (milieu) et erreur d'observation (m) (bas) en fonction du temps (sec.) .

Des écarts significatifs lors des phases transitoires apparaissent (voir Figure 4) : l'erreur de poursuite en position de l'ordre de 2 mm n'était pas présent lors essais précédents. Ce phénomène se retrouve sur les erreurs d'estimation des variables d'états (voir Figure ). Néanmoins, il apparaît clairement que la commande et l'observateur ont d'excellentes performances malgré la forte augmentation de la masse.

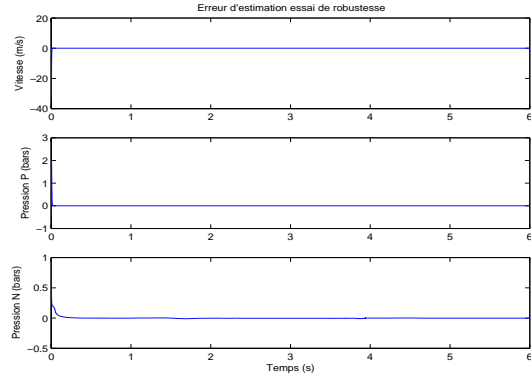


FIG. 5 – Erreurs d'estimation de la vitesse (m/s) (haut) et des pressions  $p_P$  (bar) (milieu) et  $p_N$  (bar) (bas) en fonction du temps (sec.) .

## OBSERVATEUR PAR MODES GLISSANTS [11] [1]

### Principe De l'Observateur

Cet observateur est basé sur deux types d'approches. La première est une partie linéaire sur laquelle on applique une approche de Luenberger [8]. La seconde partie est non linéaire et se base sur la théorie des systèmes variables [11]. On conserve le modèle 4 pour la construction de l'observateur. L'observateur associé à ce système est de la forme [1] :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = \hat{\zeta}_2 - L_1(\hat{\zeta}_1 - \zeta_1) - G_1 \text{sgn}(\hat{\zeta}_1 - \zeta_1) \\ \dot{\zeta}_2 = \hat{\zeta}_3 - L_2(\hat{\zeta}_2 - \zeta_2) - G_2 \text{sgn}(\hat{\zeta}_2 - \zeta_2) \\ \dot{\zeta}_3 = \hat{\phi}_1 - L_3(\hat{\zeta}_3 - \zeta_3) - G_3 \text{sgn}(\hat{\zeta}_3 - \zeta_3) \\ \dot{\zeta}_4 = \hat{\phi}_2 - L_4(\hat{\zeta}_4 - \zeta_4) - G_4 \text{sgn}(\hat{\zeta}_4 - \zeta_4) \end{cases} \quad (18)$$

Les gains  $L_1$  à  $L_4$  sont fonction des pôles de la partie désirés de la partie linéaire. Le calcul de ces gains est identique au calcul mené pour l'observateur à grands gains. Les gains  $G$  sont calculés dans le contexte des modes glissants et se décompose en fonction du nombre de mesures.

#### Application au Système Electropneumatique

Calcul des gains  $G_1$ ,  $G_2$  et  $G_3$  relatifs à la mesure de position  $z_1$

La fonction de commutation choisie est  $S_1 = e_1 = \hat{z}_1 - z_1$ . On y associe la fonction le Lyapunov  $V_1 = \frac{1}{2}S_1^2$ . L'existence d'un régime modes glissants est assurée par la condition de convergence  $\dot{V}_1 < 0$ . On pose  $e_2 = \hat{z}_2 - z_2$  et  $e_3 = \hat{z}_3 - z_3$ . En appliquant ces conditions sur l'équation(13) on tire les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{\hat{z}}_1 - \dot{z}_1 \\ \dot{V}_1 &= e_2 - L_1 e_1 - G_1 \text{sign}(e_1) < 0 \\ \Rightarrow G_1 &> e_2 - L_1 e_1 \text{ lorsque } e_1 > 0 \\ \Rightarrow G_1 &> -e_2 + L_1 e_1 \text{ lorsque } e_1 < 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Les conditions de l'équation (19) se traduisent par  $K_1 > \max|e_2|$

Lorsque le régime glissant est établi, on a  $e_1 = \dot{e}_1 = 0$ . Cela impose les dynamiques d'erreurs suivantes :

$$\begin{cases} \dot{e}_2 = e_3 - \frac{G_2}{G_1} e_2 \\ \dot{e}_3 = \hat{\phi}_1 - \phi_1 - \frac{G_3}{G_1} e_2 \end{cases} \quad (20)$$

Comme le montre [1] le système 20 est stable si la matrice  $Q$  suivante est définie positive.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{2G_2P_1}{G_1} & \frac{G_3}{G_1}P_2 - P_1 \frac{\epsilon e_2 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \\ \frac{G_3}{G_1}P_2 - P_1 \frac{\epsilon e_2 P_2}{e_2^2 + e_3^2} & -2 \frac{\epsilon e_3 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Pour que  $Q$  soit définie positive, il faut que  $G_2$  et  $G_3$  respecte les conditions suivantes :

$$\frac{2G_2P_1}{G_1} > 0 \quad (22)$$

$$\frac{-2G_2P_1}{G_1} \left( 2 \frac{\epsilon e_3 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \right) - \left( \frac{G_3}{G_1} P_2 - P_1 - \frac{\epsilon e_2 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \right)^2 > 0 \quad (23)$$

Finalement des équations 22 et 23 on déduit les gains  $G_2$  et  $G_3$  garantissant la convergence du sous-système.

$$G_2 > 0 \quad (24)$$

$$-\frac{\beta - \sqrt{\alpha}}{P_2} G_1 \leq G_3 \leq -\frac{\beta + \sqrt{\alpha}}{P_2} G_1 \quad (25)$$

avec

$$\alpha = -\frac{2G_2P_1}{G_1} \left( 2 \frac{\epsilon e_2 P_2}{e_2^2 + e_3^2} \right) \quad (26)$$

$$\beta = -(P_1 + \frac{\epsilon e_2 P_2}{e_2^2 + e_3^2})$$

où  $\epsilon = \phi_1 \hat{\phi}_1$  et  $P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$  matrice définie positive.

Calcul du gain  $G_4$  relatif à la mesure de pression  $z_4$

La fonction de commutation choisie est  $S_2 = e_4 = \hat{z}_4 - z_4$ . On y associe la fonction le Lyapunov  $V_2 = \frac{1}{2}S_2^2$ . L'existence d'un régime modes glissants est assurée par la condition de convergence  $\dot{V}_2 < 0$ . On pose  $\xi = \hat{\phi}_2 - \phi_2$ . En appliquant la méthode précédente, on obtient la condition sur le gain  $G_4$  :

$$G_4 > \max|\xi| \quad (27)$$

Finalement on obtient l'observateur par modes glissants replacé dans sa base d'origine :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \frac{1}{V_P(\hat{x}_4)} [k_1 + k_2 U_P + k_3 \hat{x}_1 \hat{x}_3] - L_4(\hat{x}_1 - x_1) - G_4 \text{sgn}(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \frac{1}{V_N(\hat{x}_4)} [k_4 + k_5 U_N + k_6 \hat{x}_2 \hat{x}_3] - L_3(\hat{x}_2 - x_2) - G_3 \text{sgn}(\hat{x}_2 - x_2) \\ \dot{\hat{x}}_3 = k_7 \hat{x}_1 + k_8 \hat{x}_2 + k_9 \hat{x}_3 + F - L_2(\hat{x}_3 - x_3) - G_2 \text{sgn}(\hat{x}_3 - x_3) \\ \dot{\hat{x}}_4 = \hat{x}_3 - L_1(\hat{x}_4 - x_4) - G_1 \text{sgn}(\hat{x}_4 - x_4) \end{cases} \quad (28)$$

#### Simulations : Essai aux conditions nominales

Dans cet essai on prend les gains de la partie linéaires suivants  $L_1 = 9$ ,  $L_2 = 27$ ,  $L_3 = 27$  et  $L_4 = 100$ . Les gains pour la partie non-linéaire sont  $G_1 = 5$ ,  $G_2 = 3$ ,  $G_3 = 10$  et  $G_4 = 13000$ . Les conditions initiales sont les mêmes que celles de l'essai sur l'observateur à grands gains.

On obtient les résultats suivants :

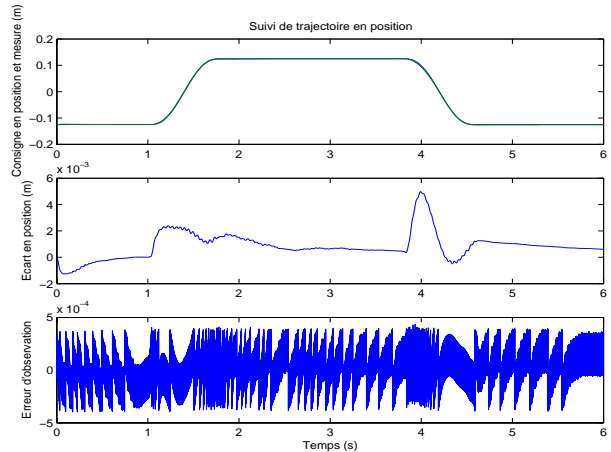


FIG. 6 – Consigne et position courante du verin (m) (haut), erreur de poursuite (m) (milieu) et erreur d'observation (m) (bas) en fonction du temps (sec.) .

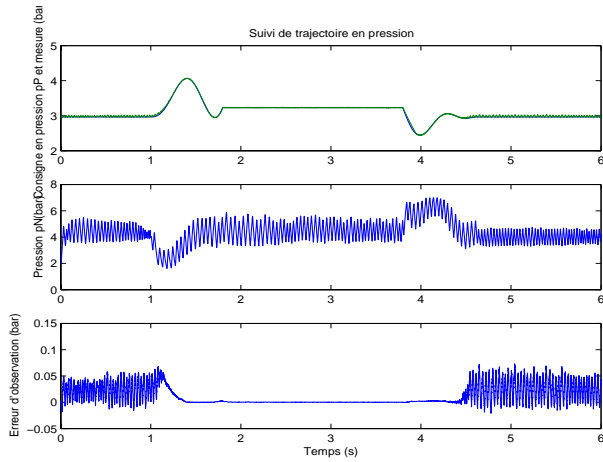


FIG. 7 – Consigne et pression courante dans la chambre P (bar) (haut), erreur de poursuite (bar) (milieu) et erreur d’observation (bar) (bas) en fonction du temps (sec.) .

Avec cet observateur, le phénomène de peaking present avec l’observateur à grands gains est atténué. Les écarts de suivi en position sont du même ordre de grandeur que précédemment. On voit sur l’erreur d’observation l’effet de l’observateur par mode glissant : le chattering.

#### Essai de robustesse

Dans cet essai nous faisons varier la masse de 100%. On obtient les résultats suivants :

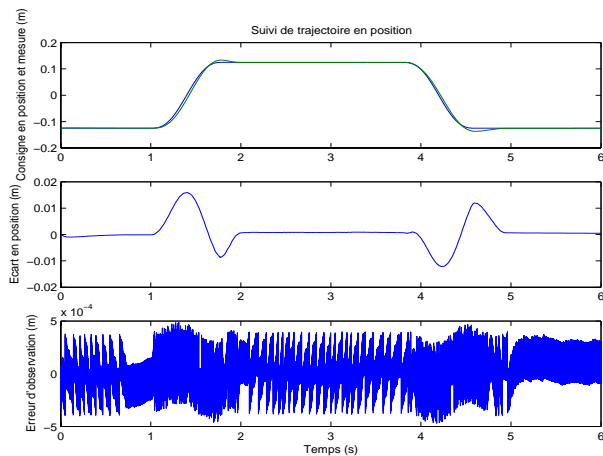


FIG. 8 – Suivi de trajectoire en position du vérin et erreur d’estimation.

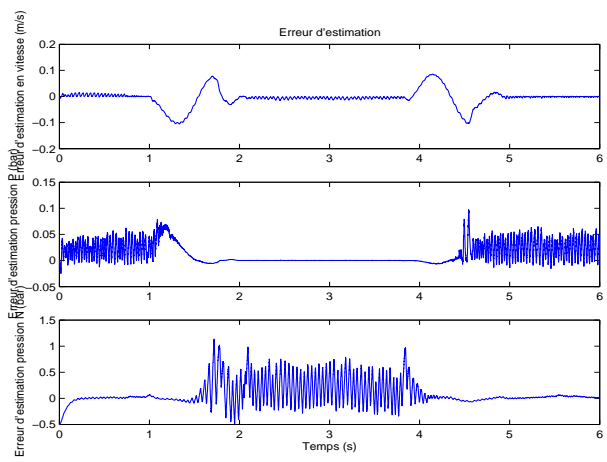


FIG. 9 – Erreur d’estimation de vitesse et de pression.

Les écarts de suivi de trajectoire sont meilleurs que ceux obtenus dans les mêmes conditions avec l’observateur à grands gains. par contre les erreurs d’estimations sont plus soumises au chattering que lors de l’essai aux conditions nominales. Pour éviter cet effet de chattering, une solution est de développer un observateur par modes glissants d’ordre supérieur. Dans l’essai de robustesse, il apparait pour la première fois une saturation de la commande  $U_N$ . Cette saturation a lieu lors du déplacement négatif. Elle influe sur le système en provoquant une erreur de poursuite plus importante.

#### CONCLUSION

Dans cet article, nous avons développé un observateur à grands gains et un observateur par modes glissants sur un système électropneumatique. L’observateur à grands gains donne de bons résultats de suivi de trajectoire et en robustesse (variation de masse). Par contre il apparait un effet de peaking. L’observateur par modes glissants diminue cet effet mais présente du chattering sur les grandeurs observées. En simulation les deux observateurs fonctionnent dans les plages de variations acceptables pour des essais expérimentaux. Ce type de système fortement non-linéaire nécessite une étude approfondie dès que l’on veut faire du positionnement précis. En effet les équations de débit régissant les forces mises en jeu dans les chambres du vérin sont obtenues à partir d’essais pratiques et sont à faire pour chaque servodistributeur. Ces vérins peuvent être utilisés dans des applications où les paramètres évoluent au cours du temps (pression atmosphérique, températures,...). C’est pourquoi ces ensembles observateurs, commandes doivent être robustes. L’étape suivante est de tester ces ensembles en expérimentation. La commande donne déjà de bons résultats avec les capteurs. Une évolution possible de l’observateur à grand gain est de passer au grand gain interconnecté [1]. Cela rend le grand gain plus robuste que celui proposé ici. Un observateur par modes glissants d’ordre supérieur est aussi envisagé [2]. Cela permettra d’éviter l’effet de chattering sur l’état observé.

Merci à la direction générale de l’armement pour le financement de ces travaux de thèse.



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] BATUR C., ZHANG L. *Sliding Mode Observer and Controller Design for Hydraulic Control System*. ACC, Denver, Colorado, pp 1721-1726 Juin 2003
- [2] BORNARD Guy et HAMMOURI Hassan *A high gain observer for a class of uniformly observable systems* CDC 1991 Brighton, England.
- [3] BRUN Xavier *Mémoire de thèse* INSA Lyon 1999
- [4] HERMAN R. and KRENER A.J. *Non Linear Controllability and Observability* IEEE Trans. on Auto. Control Vi-IAC22, 1977, pp 728-740
- [5] GAUTHIER J.P. and BORNARD G. *Observability for any  $u(t)$  of a Class of Bilinear Systems* SIAM Journal of Control and Optimisation Vol 21 pp 721-728, 1983
- [6] LAGHROUCHE S., SMAOUI M., BRUN X., PLESTAN F. *Robust Second Order Sliding Mode Controller for Electropneumatic Actuator* ACC Boston Massachusetts 2004
- [7] LAGHROUCHE S., SMAOUI M., PLESTAN F. *Robust Control of Electropneumatic Actuator by 3<sup>rd</sup>-order Sliding Mode* CDC Paradise Island, Les Bahamas, 2004
- [8] LUENBERGER D.G., *An Introduction to Observer* IEEE Transactions on Automatic Control, pp 596-602, 1971
- [9] PLESTAN F., SMAOUI M., LAGHROUCHE S., BRUN X. *3-1 Order Sliding Mode Controller for Electropneumatic Actuator* Soumis 44th IEEE Conference on Decision and Control European Control Conference ECC 2005
- [10] SMAOUI Mohamed *Mémoire de thèse* INSA Lyon 2004
- [11] SLOTINE J.J.E., HEDRIK J.K. and MISAWA E.A. *A Sliding Mode Observer For Non-Linear System* Journal Of Dynamic System Measurement and Control, Volume 109/245, September 1987