



**HAL**  
open science

## Modélisation numérique des effets de rugosité sur l'hydrodynamique et les transferts thermiques en microcanaux

Gabriel Gamrat, Roland Bavière, Stéphane Le Person, Michel Favre-Marinet,  
Frédéric Ayela

► **To cite this version:**

Gabriel Gamrat, Roland Bavière, Stéphane Le Person, Michel Favre-Marinet, Frédéric Ayela. Modélisation numérique des effets de rugosité sur l'hydrodynamique et les transferts thermiques en microcanaux. Congrès Français de Thermique, May 2006, Ile de Ré, France. pp.671-676. hal-00204891

**HAL Id: hal-00204891**

**<https://hal.science/hal-00204891>**

Submitted on 6 Mar 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation numérique des effets de rugosité sur l'hydrodynamique et les transferts thermiques en microcanaux.

Gabriel GAMRAT<sup>1\*</sup>, Roland BAVIERE<sup>1,2</sup>, Stéphane LE PERSON<sup>1</sup>, Michel FAVRE-MARINET<sup>1</sup>, Frédéric AYELA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels, CNRS-UJF-INPG, 1025 rue de la Piscine, BP 53 X, 38041 Grenoble Cedex

<sup>2</sup>Centre de Recherches sur les Très Basses Températures, CNRS B.P. 166, 38042 Grenoble Cedex 09

\* (auteur correspondant : Gabriel.Gamrat@hmg.inpg.fr)

**Résumé** - Le papier présente les méthodes et résultats d'une simulation numérique et d'une modélisation du type paroi poreuse des écoulements laminaires monophasiques et des transferts thermiques dans des microcanaux de section rectangulaire à surface rugueuse. Les modèles, qui considèrent des rugosités de forme parallélépipédique, espacées périodiquement, ont été validés expérimentalement pour l'hydrodynamique dans des canaux de hauteur 100 et 150  $\mu\text{m}$ .

## Nomenclature

$C_r$  coefficient de résistance des rugosités  
, sans dimension  
 $d$  côté des rugosités,  $m$   
 $D_h$  diamètre hydraulique,  $m$   
 $k$  hauteur des rugosités,  $m$   
 $K$  perméabilité,  $m^2$   
 $L_r$  période spatiale en  $x$ ,  $m$   
 $l_r$  période spatiale en  $z$ ,  $m$   
 $H$  hauteur du canal,  $m$   
 $T$  température,  $K$   
 $U$  vitesse,  $m/s$

### Symboles grecs

$\beta$  porosité, sans dimension  
 $\theta$  température, sans dimension  
 $\varphi$  densité de flux,  $W/m^2$   
 $\nu$  viscosité cinématique,  $m^2.s^{-1}$

### Indices et exposants

$()_D$  moyenne au sens de Darcy  
 $()_f$  fluide  
 $()_s$  solide  
 $()^*$  longueurs, vitesse sans dimension

## 1. Introduction

Les écoulements en micro-canaux ont fait l'objet de nombreuses recherches pendant la décennie écoulée, en vue d'applications industrielles (micro-échangeurs). La plupart des études concernent des canaux à parois lisses, pour lesquels les lois classiques des écoulements monophasiques sont maintenant bien établies jusqu'à des échelles aussi petites que 100  $\mu\text{m}$  [1-2]. Dans une étude récente, nous avons même retrouvé les lois classiques de pertes de charge dans des microcanaux rectangulaires ayant une hauteur caractéristique de quelques  $\mu\text{m}$  [3]. Les lois de la thermique semblent également vérifiées, mais les expériences sont alors plus difficiles [4]. Suivant le mode de fabrication, les micro-canaux destinés à des applications industrielles peuvent présenter une rugosité relative importante [5]. L'influence de l'état de surface sur les caractéristiques des écoulements ont fait l'objet de quelques études expérimentales [6] ou numériques [7]. L'objet de l'étude présentée ici est de modéliser les écoulements laminaires et les transferts thermiques associés dans des canaux plans de forte rugosité relative. La méthodologie utilisée est d'une part la modélisation 3D des phénomènes étudiés, d'autre part une modélisation 1D du type couche poreuse dans la zone des rugosités.

## 2. Configuration étudiée

Les canaux étudiés sont constitués de deux parois planes parallèles, distantes de  $H$ , sur lesquelles sont disposées des rugosités régulièrement espacées de forme parallépipédique, de hauteur  $k$  et de section carrée de côté  $d$  (Fig. 1 et 2). Les calculs montrent que les deux dispositions (rugosités alignées ou alternées) donnent les mêmes résultats et nous ne considérerons que la première configuration. L'écoulement est caractérisé par la vitesse débitante  $U_b$  ( $= \dot{m}/0.5 \rho H$ , où  $\dot{m}$  est le débit massique par unité de longueur dans un demi-canal) et le nombre de Reynolds ( $Re = U_b 2H/\nu$ ,  $0.1 < Re < 200$ ). L'écoulement est supposé établi, c'est-à-dire que le champ des vitesses est périodique dans le canal. De la même façon, le champ de pression peut se décomposer en

$$p(x, y, z) = \frac{dP}{dx} + \tilde{p}(x, y, z) \quad (1)$$

où le gradient de pression  $dP/dx$  est constant et le champ  $\tilde{p}$  est périodique en  $x$  et en  $z$ .

Les pertes de charge sont caractérisées par le nombre de Poiseuille

$$Po = Re f \quad \text{avec} \quad f = -\frac{dP}{dx} \frac{D_h}{2\rho U_b^2} \quad (2)$$

On suppose que le chauffage est effectué de chaque côté du canal à densité de flux constante sur la face externe d'un bloc de conductivité  $k_s$  identique à celle des rugosités. En régime établi, un gradient axial de température constant  $dT/dx$  se produit de manière identique à la fois dans le solide et dans le fluide. Le champ de température adimensionnel  $\theta = \frac{T - T_w}{\varphi_0 2H/k_f}$  est

alors périodique comme le champ des vitesses ( $T_w$  et  $\varphi_0$  sont respectivement la température et la densité de flux moyennes pour  $y = 0$ , base des rugosités).

## 3. Simulation numérique

Les calculs numériques ont été effectués à l'aide du logiciel commercial Fluent 6.1.22. Les équations de continuité, de quantité de mouvement et de la chaleur sont discrétisées par une méthode de volumes finis du second ordre et résolues en utilisant l'algorithme SIMPLEC. Avec un domaine de calcul comprenant  $48 \times 60 \times 48$  mailles, la solution est indépendante du maillage. On trouve aussi que le nombre de Reynolds n'influe pas sur le nombre de Poiseuille. Les résultats seront montrés en même temps que ceux du modèle de couche poreuse.

## 4. Hydrodynamique

Notre travail s'inspire d'un modèle de couche poreuse [8], mais dans notre étude, la perméabilité est déterminée en s'appuyant à la fois sur un modèle mis en place par Taylor et al. [9] pour calculer le frottement sur une paroi rugueuse en régime turbulent et sur nos résultats de la simulation numérique présentée au §3. Il reprend en l'améliorant le modèle de

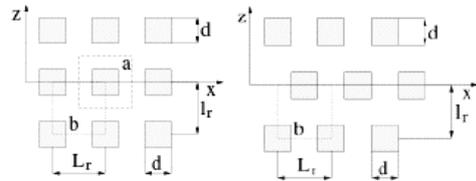


Figure 1 : Disposition des rugosités

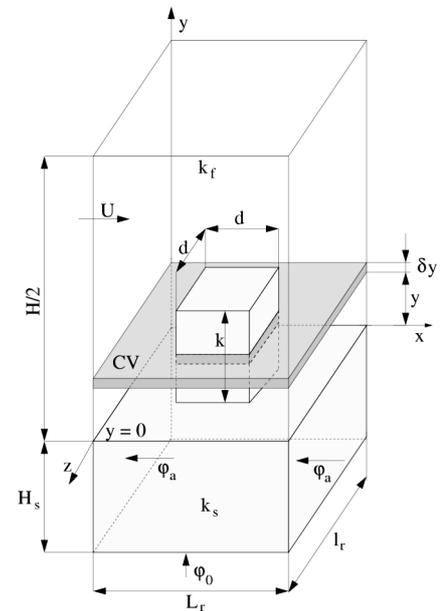


Figure 2 : Domaine de calcul (demi-canal)

Bavière et al. [10]. Les équations du modèle (dénommé PML par la suite) sont écrites sur des volumes de contrôle  $CV$  constitués de tranches d'épaisseur  $\delta y$ , s'étendant sur une longueur d'onde (respectivement  $L_r, l_r$ ) dans les directions  $x$  et  $z$  (Fig. 2). Les vitesses sont moyennées sur une tranche et l'on définit la vitesse moyenne de Darcy et la vitesse effective du fluide :

$$U_D(y) = \frac{1}{L_r l_r} \int_{CV} u(x, y, z) dx dz \quad U(y) = \frac{1}{L_r l_r - d^2} \int_{CV} u(x, y, z) dx dz \quad (3)$$

D'après leur définition, ces vitesses vérifient la relation :  $U_D(y) = \beta U(y)$ , où  $\beta$  représente la porosité de la couche rugueuse ( $\beta = 1 - d^2/L_r l_r$ ). L'écoulement étant établi, les vitesses moyennes sont indépendantes de  $x$  et les vitesses suivant  $y$  sont nulles. Un bilan de quantité de mouvement sur le volume de contrôle  $CV$  (Fig. 2) fournit l'équation vérifiée par  $U_D(y)$  :

$$0 = -\frac{dP}{dx} L_r l_r \delta y - dF_x + \mu \frac{\partial^2 U_D}{\partial y^2} L_r l_r \delta y \quad (4)$$

La force  $-dF_x$ , exercée par la tranche de rugosité sur le fluide, comprend une force de pression (faces amont, pression  $p_f$  et aval, pression  $p_r$ ) et une force de frottement (faces latérales de la rugosité, contrainte  $\tau_s$ ).

$$-dF_x = -(p_f - p_r) d \delta y - 2\tau_s d \delta y \quad (5)$$

Après introduction de la décomposition (1) et réarrangement, on obtient :

$$0 = -\frac{dP}{dx} \beta L_r l_r - (\tilde{p}_f - \tilde{p}_r) d - 2\tau_s d + \mu \frac{\partial^2 U_D}{\partial y^2} L_r l_r \quad (6)$$

On introduit alors des coefficients sans dimension  $C_{r_p}$  et  $C_{r_f}$  ( $C_r = C_{r_p} + C_{r_f}$ ) liés aux forces de pression modifiée  $\tilde{p}$  et aux forces de frottement :

$$\left[ (\tilde{p}_f - \tilde{p}_r) + 2\tau_s \right] d = 1/2 \left( C_{r_p} + C_{r_f} \right) \mu U_D(y) \quad (7)$$

L'interface couche poreuse - écoulement libre pose un problème particulier, car la force exercée par une rugosité sur le fluide met en jeu la couche limite qui se développe sur la face supérieure de la rugosité. On fait l'hypothèse que la contrainte correspondante est la même que sur les faces latérales en haut de la rugosité. Les longueurs sont normalisées par  $H/2$  et la vitesse suivant  $u^* = U_D/U_b$ . Les équations à résoudre sont alors :

$$\begin{aligned} 0 \leq y^* \leq k^* & \quad 0 = \frac{\beta Po}{8} - \frac{C_r}{8} \frac{H^{*2}}{L_r^* l_r^*} u^* + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \\ k^* \leq y^* \leq k^* + \delta y^* & \quad 0 = \frac{\beta Po}{8} - \frac{C_{r_f}}{8} \frac{0.5 d^*}{\delta y^*} \frac{H^{*2}}{L_r^* l_r^*} u^* + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \\ k^* + \delta y^* \leq y^* \leq 1 & \quad 0 = \frac{Po}{8} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \end{aligned} \quad (8)$$

avec des conditions d'adhérence en  $y^* = 0$ , continuité des vitesses en  $y^* = k^*$ , symétrie sur l'axe du canal. Dans la pratique, les calculs sont faits sous Matlab à partir d'une valeur imposée de  $dP/dx$  et le débit est calculé. Les coefficients  $C_r$  et  $C_{r_f}$  sont modélisés à l'aide des résultats des simulations numériques 3D du §3 et 2D de l'écoulement autour d'obstacles d'envergure infinie ayant la section des rugosités. On constate une très bonne coïncidence entre ces deux séries de résultats (non montrées ici), mis à part des effets d'extrémités dans la simulation 3D, que l'on peut négliger dans le modèle PML. La perméabilité  $K$  de la couche poreuse peut être définie avec une valeur typique de  $C_r$  :  $K = 2L_r l_r / C_{r_{min}}$ . La figure 3 représente le coefficient  $C_r$  obtenu par la simulation 2D pour différentes valeurs de la porosité. Le nombre de Reynolds est construit avec la vitesse locale et la perméabilité :  $Re_D = U_D(y) K^{1/2} / \nu$ .

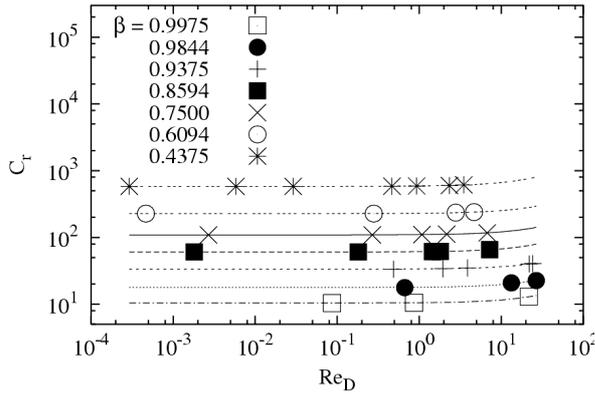


Figure 3 : Influence de la porosité et du nombre de Reynolds sur le coefficient de résistance des rugosités

$C_r$  est presque constant ( $= C_{r_{min}}$ ) jusqu'à  $Re_D \approx 10$ , où les effets d'inertie apparaissent.

La figure 4 montre l'accroissement régulier de  $Po$  avec la hauteur des rugosités, pour un espacement donné.  $Po$  est rapporté à la valeur théorique  $Po_{th} = 24$ . Les calculs ont été prolongés au-delà de  $k^* = 0.2$ , ce qui correspond plus à une structure d'ailettes qu'à des rugosités. Les résultats concernant  $Nu$  seront commentés dans la partie suivante. Les profils de vitesse, tracés pour un débit et une porosité  $\beta$  donnés (Fig. 5), sont fortement dépendants de la hauteur des rugosités. On peut remarquer l'excellent accord entre la simulation 3D et le modèle de couche poreuse (Fig. 4 et 5). Deux sections d'essais, de géométrie identique à celle du modèle, ont été réalisées par gravure (profondeur  $k$ ) dans une plaquette de silicium par le CIME et le CRTBT de Grenoble (Fig. 6). Le canal est fermé à l'aide d'un scellement anodique par une plaque de pyrex gravée sur une profondeur  $(H - k)$ . Les tests sont effectués dans un circuit hydraulique classique. L'installation et l'instrumentation sont décrites dans [11]. L'accord entre les résultats du modèle et ceux des expériences est remarquable (Fig. 6).

## 5. Thermique

La méthodologie employée pour l'hydrodynamique est mise en œuvre pour les échanges thermiques. Des bilans thermiques sont établis, dans le domaine de contrôle  $CV$ ,

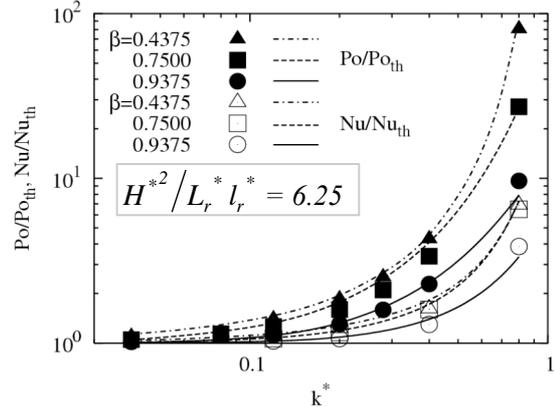


Figure 4 : Influence de la hauteur des rugosités et de la porosité sur le nombre de Poiseuille et le nombre de Nusselt. Symboles : simulation 3D, lignes continues : Modèle couche poreuse

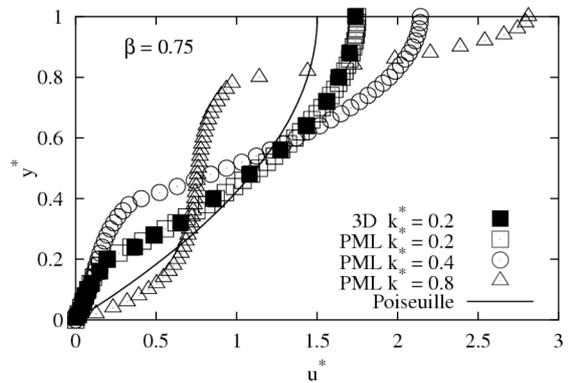


Figure 5 : Profils de vitesse

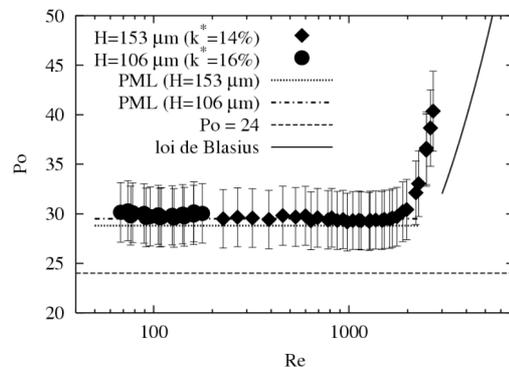
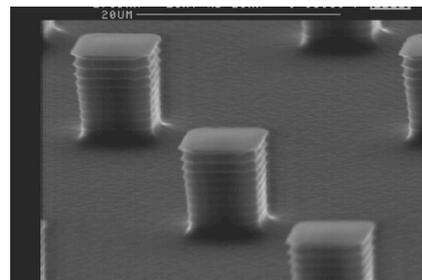


Figure 6 : Photo MEB des rugosités.  $Po$  en fonction de  $Re$ . Comparaison avec l'expérience

pour le fluide et le solide (Fig. 2). On introduit des températures moyennées dans les domaines solide et fluide :

$$T_s(y) = \frac{1}{d^2} \int_{CV_s} T(x, y, z) dx dz \quad T_f(y) = \frac{1}{L_r l_r - d^2} \int_{CV_f} T(x, y, z) dx dz \quad (9)$$

Pour l'ensemble fluide –solide, on obtient :

$$-\rho C_p U_D \frac{dT}{dx} + k_s (1 - \beta) \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} + k_f \beta \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = 0 \quad (10)$$

et pour le solide seul :

$$k_s (1 - \beta) \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} = \tilde{\varphi} \frac{4d}{L_r l_r} \quad (11)$$

où  $\tilde{\varphi}$  représente la densité de flux échangée entre la tranche de rugosité et le fluide. On peut traiter cette question en introduisant une température moyenne du milieu poreux :  $T_D = \beta T_f + (1 - \beta) T_s$ . Le nombre de Nusselt local, défini par :  $Nu_D = \tilde{\varphi} \sqrt{K} / k_f (T_s - T_D)$ , se déduit des simulations numériques 3D et 2D, comme les efforts hydrodynamiques (Fig. 7). Les échanges entre la face supérieure d'une rugosité et le fluide sont pris en compte par le modèle, comme pour le frottement. Les équations à résoudre sont alors, en variables adimensionnelles :

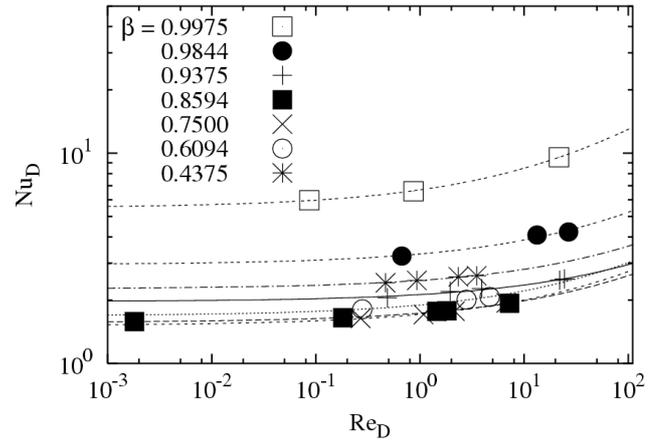


Figure 7 : Influence de la porosité et du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt local (modèle 2D)

$$\begin{aligned} 0 \leq y^* \leq k^* & \quad \frac{d^2 \theta_m}{dy^{*2}} = \frac{1}{4} u^* - Nu_D (\theta_s - \theta_D) \frac{H^{*2}}{L_r^* l_r^*} \left( 1 - \frac{k_f}{k_s} \right) \\ & \quad \frac{d^2 \theta_s}{dy^{*2}} = Nu_D (\theta_s - \theta_D) \frac{H^{*2}}{d^{*2}} \frac{k_f}{k_s} \\ k^* \leq y^* \leq k^* + \delta y^* & \quad \frac{d^2 \theta_m}{dy^{*2}} = \frac{1}{4} u^* - Nu_{hr} (\theta_s - \theta_D) \frac{H^{*2}}{L_r^* l_r^*} \frac{d^*}{4 \delta y^*} \left( 1 - \frac{k_f}{k_s} \right) \\ k^* + \delta y^* \leq y^* \leq l & \quad \frac{d^2 \theta}{dy^{*2}} = \frac{u^*}{4} \end{aligned} \quad (12)$$

avec :  $Nu_{hr} = (2.25 - \beta) Nu_D (y^* = k^*)$  et les conditions aux limites :  $\theta_s(0) = \theta_m(0) = 0$ , continuité des températures  $\theta_D$  et  $\theta_s$  aux interfaces, conditions de symétrie sur l'axe du canal.

Les calculs ont été effectués pour un rapport  $k_f/k_s = 5,1 \times 10^{-3}$ . La figure 8 montre les profils de température dans le fluide et dans les rugosités. Notez que l'échelle des abscisses a été fortement dilatée pour  $\theta_s$ . Ces résultats montrent que la couche rugueuse est loin d'être en équilibre thermique pour le cas étudié, où le solide est bien meilleur conducteur thermique que le fluide. Le déséquilibre tend à diminuer si la taille des rugosités augmente. La discontinuité des profils de température du fluide en haut de la couche rugueuse disparaîtrait si la température de mélange locale était représentée au lieu de la température moyenne du fluide

(Eq. 9). Le nombre de Nusselt pour le canal,  $Nu = \frac{\varphi_0 2H}{k_f (T_w - T_b)}$  ( $T_b$ , température de mélange

dans une section), rapporté à la valeur théorique ( $Nu_{th} = 8.23$ ), est représenté sur la Figure 4. En augmentant la hauteur des rugosités, on augmente simultanément le frottement et le coefficient d'échange, mais l'augmentation de  $Po$  est plus rapide que celle de  $Nu$ .

## 6. Conclusion

Un modèle de couche poreuse est bien adapté pour représenter l'effet des rugosités sur l'écoulement et les échanges thermiques dans un canal en régime laminaire. L'étude présentée ici fournit les coefficients à utiliser pour compléter le modèle. Ils sont déterminés par des simulations numériques, au lieu d'être calés sur des résultats expérimentaux, comme dans d'autres études. Un accord remarquable a été obtenu entre le nombre de Poiseuille expérimental et les prédictions du modèle.

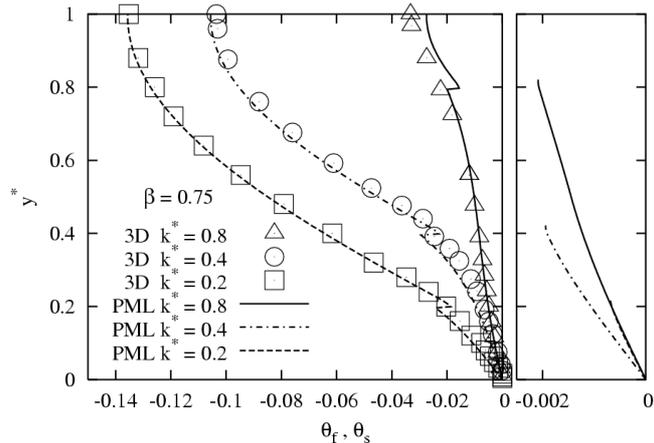


Figure 8 : Profils de température moyenne dans le fluide (à gauche) et dans les rugosités (à droite). Symboles: simulation 3D, lignes continues : Modèle couche poreuse

## 7. Références

- [1] J. Judy, D. Maynes et B.W. Webb, Characterization of frictional pressure drop for liquid flows through microchannels, *Int. J. Heat and Mass Transfer* 45 (2002) 3477-3489.
- [2] D. J. Phares et G. T. Smedley, A study of laminar flow of polar liquids through circular microtubes, *Phys. Fluids* 16 (2004) 1267-1272
- [3] R. Bavière, F. Ayela, S. Le Person et M. Favre-Marinet, Experimental characterization of water flow through smooth rectangular microchannels, *Phys. of Fluids*, 17 (2005), 9, 098105 1-4.
- [4] R. Bavière, S. Le Person, M. Favre-Marinet et F. Ayela, Les lois de l'hydrodynamique et des transferts thermiques par convection forcée aux microéchelles : Nouvelles théories ou erreurs expérimentales ?, (2006) Congrès Français de Thermique SFT 06, Ile de Ré, Mai 2006.
- [5] S. G. Kandlikar, D. Schmitt, A. L. Carrano, J. B. Taylor, Characterization of surface roughness effects on pressure drop in single-phase flow in minichannels, *Phys. Fluids* 17 (2005), 10, 100606 1-11.
- [6] Z. Guo et Z. Li, Size Effect on Microscale Single-Phase Flow and Heat Transfer, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46 (2003) 149-159.
- [7] Y. Hu, C. Werner et D. Li, Influence of Three-Dimensional Roughness on Pressure-Driven Flow Through Microchannels, *J. of Fluids Eng.*, 125 (2003) 871-879.
- [8] J. Koo et C. Kleinstreuer, Liquid flow in microchannels: experimental observations and computational analyses of microfluidics effects, *J. of Micromech. and Microeng.*, 13 (2003) 568-579.
- [9] R.P. Taylor, H.W. Coleman et B.K. Hodge, 1985, Prediction of Turbulent Rough-Wall Skin Friction Using a Discrete Element Approach, *J. of Fluids Eng.*, 107 (1985) 251-257.
- [10] R. Bavière, G. Gamrat, M. Favre-Marinet et S. Le Person, Modeling of laminar flows in rough-wall microchannels, *J. of Fluids Eng.* (2005) à paraître
- [11] P.Gao, S. Le Person et M. Favre-Marinet, Scale effects on Hydrodynamics and Heat Transfer in two-dimensional mini and microchannels, *Int. J. of Thermal Sciences*, 41(2002)1017-1027