HAL open science

# Analyse et synthèse de redondance de capteurs en vue d'améliorer l'estimation d'état d'un système

Vincent Sircoulomb, Ghaleb Hoblos, Houcine Chafouk, José Ragot

**To cite this version:**

Vincent Sircoulomb, Ghaleb Hoblos, Houcine Chafouk, José Ragot. Analyse et synthèse de redondance de capteurs en vue d'améliorer l'estimation d'état d'un système. 4ème Colloque Interdisciplinaire en Instrumentation, C2I 2007, Oct 2007, Nancy, France. pp.CDROM. hal-00198378

**HAL Id: hal-00198378**

**https://hal.science/hal-00198378v1**

Submitted on 17 Dec 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Analyse et synthèse de redondance de capteurs en vue d'améliorer l'estimation d'état d'un système

**Vincent Sircoulomb[*] [**] — Ghaleb Hoblos[*] — Houcine Chafouk[*] — José Ragot[**]**

[*] *Institut de Recherche en Systèmes Électroniques EMbarqués (IRSEEM)*
*Technopôle du Madrillet, Avenue Galilée, B.P. 10024*
*F-76801 St Étienne du Rouvray cedex*

*{sircoulomb,hoblos,chafouk}@esigelec.fr*

[**] *Centre de Recherches en Automatique de Nancy (CRAN) - UMR CNRS 7039*
*2 avenue de le forêt de Haye*
*F-54516 Vandoeuvre lès Nancy cedex*

*Jose.Ragot@ensem.inpl-nancy.fr*

RÉSUMÉ. *Cet article traite d'une méthode d'élaboration de redondance de capteurs sous des contraintes de nature physique et de coût. Le dispositif de mesures considéré est destiné à reconstruire l'état d'un système non linéaire à partir d'un filtre de Kalman d'Ensemble. Le choix de la redondance matérielle s'opère de manière algorithmique, et ceci à partir d'un nouveau critère d'évaluation de la qualité d'estimation, basé sur la variance des erreurs d'estimation et le grammien d'observabilité. L'approche proposée est alors testée sur un système non linéaire simple.*

ABSTRACT. *This paper deals with the development of a method for implementing sensors redundancy under hardware and economical constraints. These sensors are intented to estimate the state of a nonlinear system thanks to an Ensemble Kalman filter. The choice of the sensors to be made redundant is algorithmically decided, in relation to the filter estimation quality, which is evaluated thanks to a new criterion. The latter is based on the variances of estimation errors and the observability gramian. The proposed approach is tested on a simple nonlinear system.*

MOTS-CLÉS : *filtre de Kalman d'Ensemble, redondance, capteurs, observabilité, non linéaire, grammien.*

KEYWORDS: *Ensemble Kalman filter, redundancy, sensors, observability, nonlinearities, gramian*

## 1. Introduction

Les besoins croissants d'économie d'énergie et de sûreté de fonctionnement, liés à la conjoncture actuelle, ne peuvent être atteints qu'en utilisant des techniques avancées de surveillance du fonctionnement des systèmes. Dans le domaine de l'automatique, celles-ci se basent essentiellement sur les concepts d'observabilité et d'observation. Les outils permettant d'estimer l'état d'un système, tels que le filtre de Kalman (Kalman, 1960) y occupent une place prépondérante ; ils reposent sur l'utilisation d'un modèle du système à surveiller et de mesures issues de capteurs.

La fiabilité des dispositifs de commande ou de détection de défaut utilisant les variables d'état dépend alors directement de la précision du reconstructeur d'état utilisé (en d'autres termes, il est souhaitable que la différence entre les états réels et estimés soit minimale), précision elle-même liée au nombre de capteurs, à leurs précisions et à leurs positions sur le système. Dans (Mazzour *et al.*, 2003), on trouvera une analyse bibliographique de travaux réalisés dans ce domaine, des contraintes de degré de redondance de capteurs étant prises en compte. La plupart des procédés industriels ayant un comportement non linéaire, l'estimateur doit s'accommoder du mieux possible de cette difficulté supplémentaire. Par ailleurs, si une perte de capteur apparaît (par la suite appelée défaillance), mais que le système est toujours observable, la qualité de l'estimé de l'état risque de s'en trouver affectée. Le but de cet article est de proposer une technique permettant de définir une redondance matérielle de capteurs minimisant les effets de la défaillance sur la précision de l'état estimé du système.

Dans ce papier, un positionnement du problème est d'abord proposé dans la section 2. Afin d'évaluer la qualité d'estimation fournie par un reconstructeur d'état, la section 3 propose plusieurs critères, basés sur la variance et le grammien d'observabilité. Une approche permettant d'effectuer le choix des capteurs à rendre redondant est alors proposée dans la section 4. La dernière partie est consacrée à l'application de la méthode exposée sur un système non linéaire simple.

## 2. Position du problème

Soit le système non linéaire à temps discret suivant :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k), \boldsymbol{w}(k), k) \\ \boldsymbol{y}(k) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(k), k) + \boldsymbol{v}(k) \end{cases} \qquad [1]$$

où $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$ est le vecteur d'état, $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^{n_u}$ le vecteur de commande, $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$ le vecteur de mesures, $\boldsymbol{w} \in \mathbb{R}^{n_w}$ le bruit d'état, $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^{n_v}$ le bruit de mesures et $k \in \mathbb{N}$ le temps (discret). Sur ce système, à chaque instant sont effectuées $n_y$ mesures, par l'ensemble de capteurs $\mathcal{C}_I = \{C_1, \ldots, C_{n_y}\}$, où $C_i$ est le capteur mesurant la i$^{\text{ème}}$ composante de $\boldsymbol{y}$. Le système étant supposé observable par n'importe quel sous-ensemble $\mathcal{C}_I - \{C_i\}$ (figure 1, où un noeud gris signifie que le système est observable par le sous-ensemble de capteurs associé et un noeud blanc le contraire (Staroswiecki *et al.*, 1999)), il est possible d'utiliser un banc de filtres afin de détecter et localiser

un défaut de capteur. Lorsque ce type de défaillance intervient, une reconstruction de l'état est encore possible, mais la qualité d'estimation se dégrade nécessairement, du fait que la quantité d'information utilisée est moins importante. Afin de palier à ce défaut, il est possible de rendre chaque capteur redondant, mais ce choix peut s'avérer onéreux et parfois même inutile. L'objectif de ce papier est de proposer une approche permettant de sélectionner les capteurs à rendre redondant, relativement à la dégradation de la qualité d'estimation, le tout en tenant compte de contraintes d'ordre physique et économique. Notons que d'autres critères de sélection peuvent être utilisés, en particulier ceux liés au degré de redondance et au taux de fiabilité des composants du systèmes d'instrumentation (Ragot *et al.*, 1996), (Maquin *et al.*, 1997), ceux liés à l'évaluation de l'entropie de l'information (Yan, 2004).

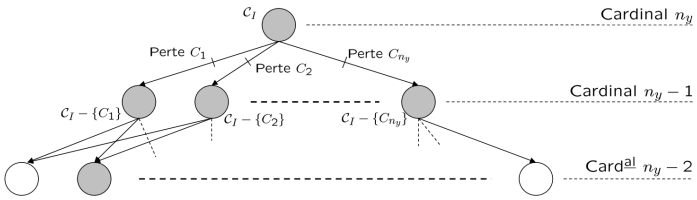


**Figure 1.** *Graphe d'observabilité du système considéré*

## 3. Critères d'évaluation de la qualité d'estimation

Il existe différents critères permettant d'évaluer la qualité de l'estimé fourni par un filtre d'état à partir d'un ensemble donné de capteurs. Par la suite, seront uniquement considérés la variance de cet estimé et le grammien d'observabilité. Un autre critère, dérivé de ces deux derniers, sera alors proposé afin d'évaluer la dégradation de la qualité d'estimation provoquée par la perte d'un capteur.

### 3.1. *Variance*

Dans ce qui suit, la variance d'un filtre d'estimation est la norme euclidienne de l'erreur $\widetilde{\boldsymbol{y}}(k)$ d'estimation de sa sortie :

$$V(k) = \|\widetilde{\boldsymbol{y}}(k)\| \qquad [2]$$

La figure 2 illustre le principe de calcul de $\widetilde{\boldsymbol{y}}(k)$. Lorsque la variance est exprimée indépendamment du temps, cela signifie que l'on considère la moyenne de $V(k)$ sur la longueur de la simulation, notée $L$ :

$$V = \frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L} V(k) \qquad [3]$$

### 3.2. *Grammien d'observabilité*

Le grammien d'observabilité, noté $\mathbf{W}_{\mathrm{o}}(k)$, est une matrice semi-définie positive, de dimension $n_x \times n_x$, solution de l'équation de Lyapunov [4] (Wu *et al.*, 2000).

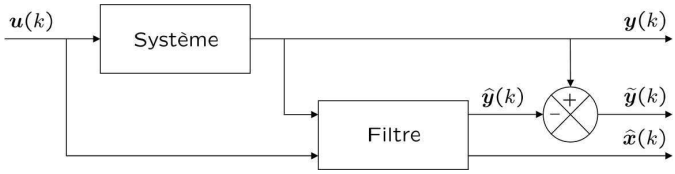


**Figure 2.** *Principe du filtrage d'état*

$$\mathbf{A}(k)\mathbf{W}_{\mathrm{o}}(k) + \mathbf{W}_{\mathrm{o}}(k)\mathbf{A}^T(k) + \mathbf{C}^T(k)\mathbf{C}(k) = \mathbf{0}_{n_x \times n_x} \qquad [4]$$

$$\mathbf{A}(k) = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{X}}\right|_{\boldsymbol{X}=\widehat{\boldsymbol{x}}(k)} \qquad \mathbf{C}(k) = \left.\frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial \boldsymbol{X}}\right|_{\boldsymbol{X}=\widehat{\boldsymbol{x}}(k)} \qquad [5]$$

Soit $\lambda_{\max}(k)$ la plus grande des valeurs propres de $\mathbf{W}_{\mathrm{o}}^{-1}(k)$. Plus $r(k) = \sqrt{\lambda_{\max}(k)}$ est faible, meilleure est la qualité d'estimation du filtre considéré (Staroswiecki, 2002). De même que pour la variance, $r$ représente la moyenne de $r(k)$ sur l'intervalle de temps considéré lors de la simulation :

$$r = \frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L} r(k) \qquad [6]$$

### 3.3. *Nouveau critère d'évaluation de la dégradation de la qualité d'estimation*

Ce critère est proposé dans le cas de la perte d'un seul capteur (suite à une défaillance) $C_i$ ($1 \leq i \leq n_y$), laquelle se traduit par un passage du niveau de cardinal $n_y$ au niveau inférieur dans le graphe de la figure 1. Au noeud correspondant au sous-ensemble de capteurs $\mathcal{C}_I - \{C_i\}$ $(1 \leq i \leq n_y)$, sont associés :

– la variance $V_i$, à savoir la moyenne [3] sur l'horizon de simulation de la variance du filtre estimant l'état à partir de $\mathcal{C}_I - \{C_i\}$,

– $r_i$, obtenu de manière analogue [6].

On associe également $V_0$ et $r_0$ à $\mathcal{C}_I$. Définissons les quantités :

$$\mu_i = p_i \frac{V_i}{V_0} + (1 - p_i)\frac{r_i}{r_0} \qquad 1 \leq i \leq n_y \qquad [7]$$

où $0 \leq p_i \leq 1$ est un paramètre arbitraire permettant de pondérer les évaluations de la qualité d'estimation à partir de la variance du filtre et du grammien d'observabilité. Nous proposons alors un critère basé sur la remarque suivante : plus $\mu_i$ est grand, plus la dégradation de la qualité d'estimation liée à la perte du capteur $C_i$ est importante. Par la suite, pour bénéficier d'un effet statistique, nous remplacerons dans l'équation [7] $V_i$ et $r_i$ respectivement par $\overline{V}_i$ et $\overline{r}_i$, qui sont les moyennes des valeurs considérées sur un nombre $N$ de simulations :

$$\overline{V}_i = \sum_{j=1}^{N} V_i^{(j)}, \qquad \overline{r}_i = \sum_{j=1}^{N} r_i^{(j)} \qquad i = 0, \ldots, n_y \qquad [8]$$

où $V_i^{(j)}$ (resp. $r_i^{(j)}$) est la valeur de $V_i$ (resp. $r_i$) obtenue lors de la j$^{\text{ème}}$ simulation ($1 \leq j \leq N$). Par ailleurs, nous choisissons de calculer les poids $p_i$ intervenant dans l'équation [7] en fonction des écarts-types liés aux simulations dans chaque configuration :

$$p_i = \frac{\sigma_{r_i}/\sigma_{r_0}}{\sigma_{r_i}/\sigma_{r_0} + \sigma_{V_i}/\sigma_{V_0}} \qquad i = 1, \ldots, n_y \qquad [9]$$

$$\sigma_{V_i} = \sqrt{\sum_{j=1}^{N} \left(V_i^{(j)} - \overline{V}_i\right)^2} \quad \sigma_{r_i} = \sqrt{\sum_{j=1}^{N} \left(r_i^{(j)} - \overline{r}_i\right)^2} \quad i = 0, \ldots n_y \quad [10]$$

## 4. Approche de sélection de sous-ensemble de capteurs à rendre redondant

Le choix du sous-ensemble de capteur(s) à rendre redondant s'opère en deux temps : tout d'abord, il s'agit de déterminer les sous-ensembles candidats à la redondance, en tenant compte des contraintes physique et économique. Ensuite, l'opération consiste à choisir parmi les sous-ensembles candidats celui qui permettra de compenser du mieux possible la perte d'information sur l'ensemble des situations envisageable. Il est à noter que l'on suppose que chaque capteur ne peut être rendu redondant au maximum qu'une seule fois.

### 4.1. *Détermination des sous-ensembles candidats à la redondance*

L'algorithme de cette phase est présenté sur la figure 3. Sur ce diagramme, les différentes opérations présentées sont les suivantes :

– La première étape consiste à supprimer de l'éventail initial des capteurs sujet à une redondance (c'est-à-dire $\mathcal{C}_I$) ceux qui, pour des raisons d'ordre physique (manque de place, etc...), ne peuvent être doublés. On pose $\mathcal{E} = \mathcal{C}_I -$(capteurs éliminés) et $n = n_y -$(nombre de capteurs éliminés).

– La deuxième étape consiste à former, étant donné les $n$ capteurs de $\mathcal{E}$, toutes les combinaisons possibles de 1, 2, ..., $n$ capteurs dont le coût global n'excède pas le budget alloué à la redondance matérielle.

– La dernière étape élimine les sous-ensembles de capteurs non maximaux : cela se traduit par le fait que l'on utilise le budget alloué au maximum.

**Définition :** Un sous-ensemble de capteurs $\mathcal{C}$ est dit maximal si la somme du coût de chaque capteur de $\mathcal{C}$ est inférieure au coût maximal admissible pour la redondance, et $\forall C_i \in \mathcal{E} - \mathcal{C}$, la somme des coûts de $C_i$ et de chaque capteur de $\mathcal{C}$ excède la limite du budget attribué.

A la fin de cette première phase demeure un certain nombre de sous-ensembles de capteurs candidats à une redondance matérielle. Ce nombre est noté $\eta$. L'ensemble des candidats est noté $\boldsymbol{E} = \{\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \ldots, \mathcal{C}_\eta\}$.

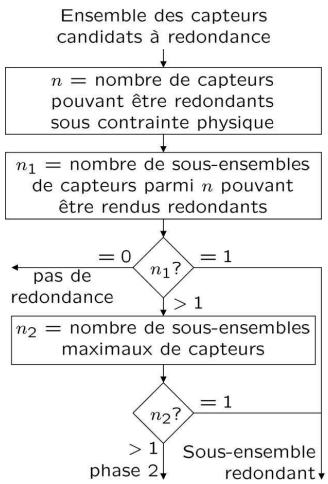


**Figure 3.** *Première phase du choix de sous-ensembles de capteurs à rendre redondant*

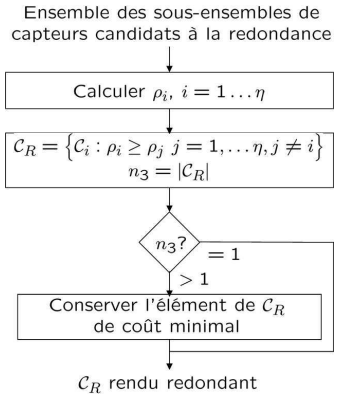


**Figure 4.** *Seconde phase du choix de sous-ensemble de capteurs à rendre redondant*

### 4.2. *Choix du sous-ensemble de capteurs à rendre redondant*

Le choix du sous-ensemble de capteurs à rendre redondant s'opère de la manière suivante : pour chaque élément $\mathcal{C}_i$ $(1 \leq i \leq \eta)$ de $\boldsymbol{E}$, on calcule $\rho_i$ comme suit :

$$\rho_i = \sum_{j=1}^{n_y} \varepsilon_j \mu_j \qquad \text{où } : \varepsilon_j = \begin{cases} 1 \text{ si } C_j \in \mathcal{C}_i \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \qquad [11]$$

où $\mu_j$ est défini en [7]. Le sous-ensemble de capteurs $\mathcal{C}_R$ à rendre redondant est le $\mathcal{C}_i$ dont le $\rho_i$ est le plus élevé. Dans le cas où plusieurs sous-ensembles présenteraient la même valeur, la sélection s'opère suivant le coût de chaque sous-ensemble (figure 4).

## 5. Exemple

Soit le système non linéaire suivant :

$$\begin{array}{l} x_1(k+1) = 0.5x_1(k) + \frac{25x_1(k)}{1+(x_1(k))^2} + 8\cos(1.2k) + w_1(k) \\ x_2(k+1) = 8\sin(x_1(k)) + 8\sin(1.2x_2(k)) + w_2(k) \\ y_1(k) = \frac{(x_1(k))^2}{20} + v_1(k) \\ y_2(k) = x_2(k) + v_2(k) \end{array} \qquad [12]$$

où $x_1(k)$, $x_2(k)$ sont les deux composantes du vecteur d'état $\boldsymbol{x}(k)$ à l'instant $k$, et $y_1(k)$, $y_2(k)$ les mesures effectuées par les capteurs $C_1$ et $C_2$. $\boldsymbol{v}(k) = [v_1(k) \;\; v_2(k)]^T$ et $\boldsymbol{w}(k) = [w_1(k) \;\; w_2(k)]^T$ sont les bruits de mesure et de modèle. Ces bruits sont supposés gaussiens, centrés, orthogonaux entre eux, et de covariances unitaires (c'est-à-dire : $\mathbb{E}\left(\boldsymbol{v}(k)\boldsymbol{v}^T(k)\right) = \mathbb{E}\left(\boldsymbol{w}(k)\boldsymbol{w}^T(k)\right) = \mathbf{I}_2$, où $\mathbf{I}_2$ est la matrice identité de dimension 2 et $\mathbb{E}$ l'espérance mathématique).

Il est facile de voir que le système [12] est observable par $\{C_1, C_2\}$, $\{C_1\}$ et $\{C_2\}$, car le système linéarisé l'est pour n'importe quelle valeur de $\boldsymbol{x}$, excepté en quelques points singuliers de l'espace d'état $\mathbb{R}^2$, qui seront supposés n'être jamais atteints (Sircoulomb *et al.*, 2007). Il en résulte le graphe d'observabilité présenté ci-contre.

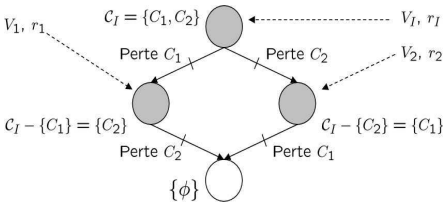


**Figure 5**. *Graphe d'observabilité du système étudié*

L'estimateur d'état choisi est un filtre de Kalman d'Ensemble (Burgers *et al.*, 1998), avec un nombre de particules arbitrairement choisi égal à cinq cents (voir (Sircoulomb *et al.*, 2006) pour une étude comparative de différents filtres non linéaires). Les capteurs $\{C_1\}$ et $\{C_2\}$ coûtent respectivement 15€et 30€, et sont supposés pouvoir admettre chacun une redondance matérielle. Le coût de la redondance matérielle ne doit excéder 40€. On en déduit ainsi que les sous-ensembles de capteurs candidats à la redondance sont $\boldsymbol{E} = \{\{C_1\}, \{C_2\}\}$, soit $\eta = 2$.

Étudions maintenant la qualité d'estimation du filtre d'état à partir de $\boldsymbol{y} = [y_1 \quad y_2]^T$, $y_1$ et $y_2$. Les résultats, issus d'une moyenne de $N = 5$ simulations de $L = 500$ mesures, sont respectivement présentés dans les tableaux 1 et 2 pour l'évaluation par la variance et par le grammien. Conformément aux équations [8], [9] et

| Capteurs | $V_i^{(1)}$ | $V_i^{(2)}$ | $V_i^{(3)}$ | $V_i^{(4)}$ | $V_i^{(5)}$ | Moyennes | Écarts-types |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\{C_1, C_2\}$ | 0.8 | 0.81 | 0.79 | 0.82 | 0.83 | $\overline{V}_0 = 0.81$ | $\sigma_{V_0} = 0.01$ |
| $\{C_2\}$ | 0.87 | 0.9 | 0.8 | 0.86 | 0.84 | $\overline{V}_1 = 0.85$ | $\sigma_{V_1} = 0.03$ |
| $\{C_1\}$ | 6.66 | 7.05 | 6.69 | 6.62 | 6.69 | $\overline{V}_2 = 6.74$ | $\sigma_{V_2} = 0.16$ |

**Tableau 1.** *Variance du filtre en fonction des capteurs utilisés*

| Capteurs | $r_i^{(1)}$ | $r_i^{(2)}$ | $r_i^{(3)}$ | $r_i^{(4)}$ | $r_i^{(5)}$ | Moyennes | Écarts-types |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\{C_1, C_2\}$ | 7.6 | 8.02 | 8.25 | 8.28 | 8.2 | $\overline{r}_0 = 8.07$ | $\sigma_{r_0} = 0.25$ |
| $\{C_2\}$ | 11.49 | 11.64 | 12.01 | 14.1 | 13.57 | $\overline{r}_1 = 12.56$ | $\sigma_{r_1} = 1.07$ |
| $\{C_1\}$ | 140.7 | 293.8 | 215.3 | 356.6 | 213.3 | $\overline{r}_2 = 243.9$ | $\sigma_{r_2} = 74.3$ |

**Tableau 2.** *Valeurs de $r$ en fonction des capteurs utilisés*

[10], il vient $p_1 = 0.95$ et $p_2 = 0.59$. De ce fait, $\rho_1 = 1.34$ et $\rho_2 = 9.42$. Le capteur à rendre redondant est donc $\{C_2\}$. Cela se confirme avec la figure 5, sur laquelle on peut constater que la qualité d'estimation est nettement plus dégradée avec la perte de $\{C_2\}$ plutôt qu'avec celle de $\{C_1\}$.

## 6. Conclusion

Une méthode permettant de choisir une redondance matérielle de capteurs à été exposée, et expérimentée sur un système non linéaire présentant deux sorties. Certaines

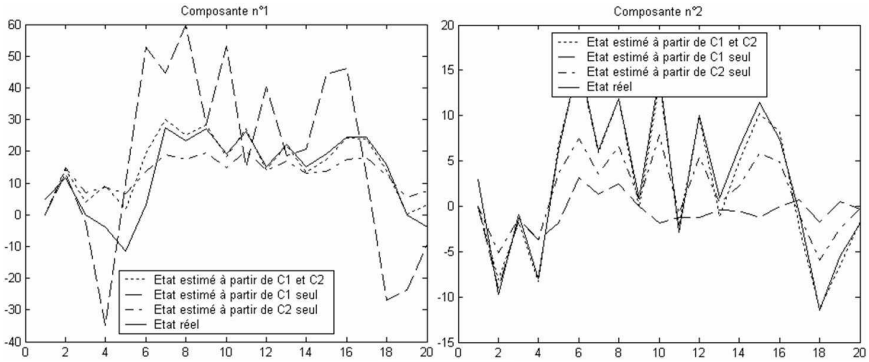


**Figure 5.** *Evolution des états réels et estimés*

améliorations peuvent être apportées, comme par exemple la recherche du meilleur compromis entre l'amélioration de la qualité d'estimation et le coût provoqué par le doublement des capteurs. Il serait également intéressant de prendre en compte le taux de fiabilité des capteurs vis-à-vis des défaillances, et en conséquent, certains capteurs pourraient bénéficier de redondances multiples. Enfin, il est bien entendu envisageable d'étendre cette approche aux niveaux de cardinal inférieur à $n_y - 1$.

## 7. Bibliographie

Burgers G., Van Leeuwen P., Evensen G., « Analysis scheme in the Ensemble Kalman Filter », *Monthly Weather Revue*, vol. 126, p. 1719-1724, 1998.

Kalman R., « A new approach to linear filtering and prediction problems », *Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering, Series D*, vol. 82, p. 35-45, 1960.

Maquin D., Luong M., Ragot J., « Fault detection and isolation and sensor network design », *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, vol. 31, p. 393-406, 1997.

Mazzour E., Hodouin D., « Une aide algorithmique à l'optimisation du placement des capteurs dans un procédé », *jour. Européen des Systèmes Automatisés*, vol. 37, p. 1229-1250, 2003.

Ragot J., Luong M., Maquin D., « Observability of systems involving flows circulation », *International Journal of Mineral Processing*, vol. 47, p. 125-140, 1996.

Sircoulomb V., Hoblos G., Chafouk H., Ragot J., « Analysis and comparison of nonlinear filtering methods », *2006 IAR anual meeting*, Nancy, France, 2006.

Sircoulomb V., Hoblos G., Chafouk H., Ragot J., « Evaluation of estimation quality with respect to sensors losses », *7th Qualita international congres*, Tanger, Morocco, 2007.

Staroswiecki M., « On reconfigurability with respect to sensor failures », *world IFAC congress*, Barcelona, Spain, 2002.

Staroswiecki M., Hoblos G., Aïtouche A., « Faut tolerance analysis of sensor systems », *38th IEEE CDC*, vol. 4, Phoenix, Ariz., U.S.A., p. 3581-3586, 1999.

Wu N., Zhou K., Salomon G., « On reconfigurability », *IFAC Safeprocess'00*, Budapest, Hungary, p. 846-851, 2000.

Yan Y., « Sensor placement and diagnosability analysis at design stage », *IMonet workshop on model-based systems, 16th European Conf. on Artificial Intelligence*, Valencia, Spain, 2004.