



HAL
open science

Surfaces effectives pour la modélisation des transferts thermiques et massiques dans un écoulement sur une paroi rugueuse, réactive et hétérogène

Stéphanie Veran, Yvan Aspa, Michel Quintard

► To cite this version:

Stéphanie Veran, Yvan Aspa, Michel Quintard. Surfaces effectives pour la modélisation des transferts thermiques et massiques dans un écoulement sur une paroi rugueuse, réactive et hétérogène. JITH2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. <hal-00197522>

HAL Id: hal-00197522

<https://hal.science/hal-00197522v1>

Submitted on 14 Dec 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

SURFACES EFFECTIVES POUR LA MODÉLISATION DES TRANSFERTS THERMIQUES ET MASSIQUES DANS UN ÉCOULEMENT SUR UNE PAROI RUGUEUSE, RÉACTIVE ET HÉTÉROGÈNE.

Stéphanie VERAN, Yvan ASPA, Michel QUINTARD.

*Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse,
Allée du Professeur Camille Soula, 31400 Toulouse, France.*

veran@imft.fr, aspa@imft.fr, quintard@imft.fr

Résumé : Un matériau composite carbone/carbone est utilisé au niveau du col des tuyères d'Ariane V. Son ablation par les produits de combustion est un phénomène complexe, faisant intervenir des transferts couplés de masse et de chaleur, dans un écoulement aux contraintes importantes. Le travail présenté dans cet article porte sur la modélisation du transport de masse à l'aide de surfaces effectives. Deux méthodes de modélisation par décomposition de domaine sont présentées. Les propriétés de la surface effective sont construites théoriquement, puis par simulation directe. Ces deux approches sont validées et comparées. Les résultats obtenus sont concluants.

Mots clés : ablation, surface effective, convection, diffusion, décomposition de domaine.

1. INTRODUCTION

Durant le tir d'un moteur-fusée à propulsion solide comme les accélérateurs d'Ariane V, les gaz surchauffés issus de la combustion provoquent une perte de masse au niveau des pièces qui constituent la tuyère. On parle alors d'*ablation*. Au niveau du col de la tuyère, l'ablation des composites C/C provoque une augmentation de la section de la veine et entraîne une perte de performances du propulseur. L'étude de la récession de ce matériau devient un élément essentiel pour optimiser la structure du col et limiter ainsi la masse à propulser.

L'ablation du composite est un processus complexe faisant intervenir des transferts couplés de masse et de chaleur. Au cours de ce phénomène la surface du col devient rugueuse aux échelles micrométrique et millimétrique. L'écart entre les différentes tailles caractéristiques du système (du mètre pour le col de la tuyère au micromètre pour une fibre de carbone), rend irréalisable toute simulation numérique directe à l'échelle même du col. Des modélisations macroscopiques ou «effectives» des différents transports deviennent alors indispensables.

Ainsi, l'objectif de cette étude est d'effectuer des changements d'échelle successifs à partir des échelles inférieures, afin de simplifier les simulations au niveau macroscopique. En effet, les modèles à surface effective permettent de substituer la surface réactive, rugueuse et hétérogène par une surface lisse et homogène. Ces surfaces reproduisent, dans un certain sens, le comportement moyen du composite. Le concept de surface effective a déjà été appliqué à ce type de problème. On le retrouve, par exemple, dans des travaux précédents pour la modélisation du transport de masse sur une surface réactive mais lisse (cf [1] pour de la diffusion et [2] pour de la diffusion et de la convection). Dans l'étude présente, on se limitera à la modélisation des transferts massiques sur une surface rugueuse non-récessive.

Dans une première partie, les différentes modélisations seront exposées. Ensuite, ces modèles à surface effective seront confrontés aux simulations directes sur la surface rugueuse.

2. CONSTRUCTION DES PROPRIÉTÉS EFFECTIVES PAR DÉCOMPOSITION DE DOMAINE

Pour le transfert de masse, la surface effective est caractérisée par deux propriétés : son coefficient de réaction et sa position. Les deux méthodes présentées ici permettent de définir ces caractéristiques.

2.1. Principe de la méthode

Le domaine d'étude initial est décomposé en deux familles de sous-domaines aux comportements différents (cf figure 1). Le sous-domaine Ω_o représente la région où le comportement des variables est purement macroscopique alors que les sous-domaines Ω_i contiennent les effets des hétérogénéités. De plus, on suppose que les domaines proches de la surface réactive sont pseudo-périodiques selon l'axe des x , pour la vitesse et la concentration.

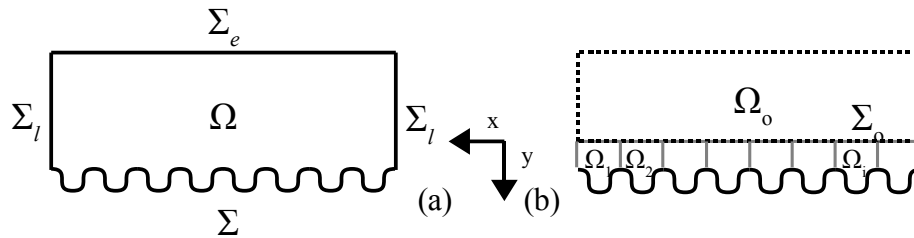


Figure 1 : Domaine initial (a) et domaine décomposé (b)

Par cette décomposition, deux problèmes différents sont à résoudre pour une espèce réactive :

Pb I (dans Ω_o) :

$$\mathbf{u} \cdot \nabla C_0 = \nabla \cdot (D \nabla C_0) \quad (1)$$

$$C_0 = c_e \quad \text{sur} \quad \Sigma_e \quad (2)$$

$$-\mathbf{n} \cdot D \nabla C_0 = 0 \quad \text{sur} \quad \Sigma_l \quad (3)$$

$$C_0 = c_i \quad \text{sur} \quad \Sigma_o \quad (4)$$

Pb II (dans Ω_i) :

$$\mathbf{u} \cdot \nabla c_i = \nabla \cdot (D \nabla c_i) \quad (5)$$

$$c_i(x+l_i) = c_i(x) \quad \text{sur} \quad \Sigma_l \quad (6)$$

$$-\mathbf{n} \cdot D \nabla c_i = 0 \quad \text{sur} \quad \Sigma_l \quad (7)$$

$$C_0 = c_i \quad \text{sur} \quad \delta \Sigma_{o,i} \quad (8)$$

$$-\mathbf{n} \cdot D \nabla c_i = k c_i \quad \text{sur} \quad \Sigma_i \quad (9)$$

Il y a aussi conservation du flux de réactif à travers $\delta \Sigma_{o,i}$, soit :

$$\int_{\delta \Sigma_{o,i}} \mathbf{n}_{o,i} \cdot (-D \nabla C_0 + \mathbf{u} C_0) dA = \int_{\delta \Sigma_{o,i}} \mathbf{n}_{o,i} \cdot (-D \nabla c_i + \mathbf{u} c_i) dA \quad (10)$$

Le champ de concentration c_i peut être calculé à partir d'un développement limité de la concentration C_0 sur $\delta \Sigma_{o,i}$ ou directement à partir de simulation numérique dans Ω_i .

2.2. Modèle d'ordre 1

Dans cette approche, on recherche une solution approchée de c_i au premier ordre uniquement :

$$c_i = C_o|_{y=0} + y \frac{\partial C_o}{\partial y}|_{y=0} + \tilde{c}_i \quad (11)$$

Ainsi, en injectant cette approximation de c_i dans le **Pb II**, on obtient de nouvelles équations pour le terme de déviation \tilde{c}_i . Aux vues des propriétés de ce nouveau problème, le terme de déviation peut s'écrire sous la forme suivante où l'on fait apparaître a , une variable de fermeture :

$$\tilde{c}_i = a C_o|_{y=0} - y \frac{\partial C_o}{\partial y}|_{y=0} \quad (12)$$

A partir du nouveau système d'équations pour a et de la conservation du flux de masse dans les différents sous-domaines, on peut fermer le **Pb I**, en ré-écrivant simplement l'équation (8) :

$$D \frac{\partial C_o}{\partial y}|_{y=0} = -\frac{1}{A_{0i}} C_o|_{y=0} \int_{\Sigma_i} k(1+a) dA \quad \text{sur } \delta \Sigma_{o,i} \quad (13)$$

Il est intéressant d'introduire un coefficient effectif de réaction au niveau de la surface Σ_o . Ce dernier peut être défini par la relation suivante :

$$k_d C_o|_{y=0} = -D \frac{\partial C_o}{\partial y}|_{y=0} + C_o|_{y=0} \int_{\delta \Sigma_{o,i}} v dA \quad (14)$$

A l'aide de cette expression et de l'équation (13), k_d s'écrit alors en fonction de la variable de fermeture :

$$k_d = \frac{1}{A_{0i}} \int_{\Sigma_i} k(1+a) dA + \int_{\delta \Sigma_{o,i}} v dA \quad (15)$$

Finalement, la résolution du problème obtenu pour a dans la cellule locale s'avère équivalente à la résolution du problème initial pour la concentration de réactif. La surface effective peut donc être définie simplement à l'aide d'une décomposition de domaine et de simulations directes dans la cellule.

2.3. PROPRIÉTÉS EFFECTIVES OBTENUES PAR LE CALCUL DIRECT

La surface effective au sens de l'écoulement est une surface lisse placée à une hauteur h_{ns} . Cette hauteur est obtenue par la résolution du problème de Stokes sur une cellule élémentaire présentée dans les travaux de Achdou et al. [3]. La condition à la limite sur cette surface effective est une simple condition de non-glissement.

Dans une cellule élémentaire effective, c'est à dire avec une surface réactive homogène et lisse, l'expression analytique de c_i est simple. Par conservation du flux de réactif consommé par la surface, J , et du nombre de moles total de réactif dans la cellule, N_c , il est possible de calculer les propriétés effectives de la surface k_m et h_m :

$$k_m = \frac{-J}{\sqrt{1 + 2J N_c L D^{-1}}} \quad (16)$$

$$h_m = H - \frac{(D + JH) \sqrt{1 + 2J N_c L D^{-1}} - D - 2J N_c L}{J \sqrt{1 + 2J N_c L D^{-1}}} \quad (17)$$

Les valeurs de J et N_c sont obtenues par simulation directe dans la cellule rugueuse et hétérogène.

Néanmoins, l'équivalence pour l'écoulement impose la position de la surface à h_{ns} . Ainsi un nouveau coefficient effectif de réaction : k_{ns} doit être défini pour respecter la condition de conservation de J . Ce dernier dépend des propriétés effectives précédentes et de la nouvelle position de la paroi effective pour l'écoulement :

$$k_{ns} = \frac{k_m D}{D + k_m (h_m - h_{ns})} \quad (18)$$

A partir de cette expression et de la hauteur h_{ns} , la surface effective est définie et peut alors remplacer la paroi rugueuse.

3. RÉSULTATS

Les deux modèles sont testés par comparaison avec les résultats de simulations directes sur le domaine global Ω . La figure 2 montre la géométrie des différents systèmes et illustre la similarité des champs de concentration dans le domaine rugueux et le domaine lisse. Pour différentes vitesses d'écoulement, on calcule l'erreur commise sur le nombre de moles de réactif dans le domaine ainsi que le flux échangé sur la surface réactive. Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau 1. On constate qu'en utilisant le coefficient de réaction théorique ramené à la position h_{ns} , les erreurs sur J et N_c sont de l'ordre de quelques pourcents. La méthode directe donne de meilleurs résultats. Les erreurs commises sont inférieures à 0.5 % quelque soit la vitesse d'entrée de l'écoulement dans le domaine. On peut donc en conclure que la modélisation par cette méthode est très satisfaisante.

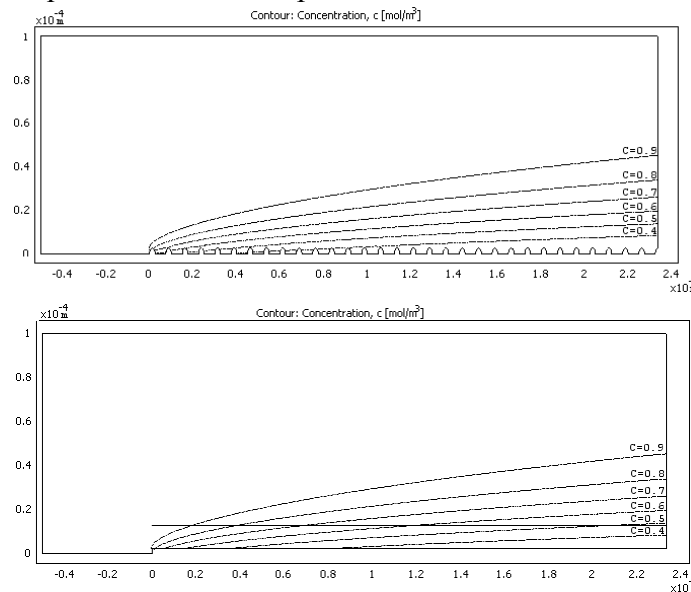


Figure 2 : Champs de concentration de réactif dans le système rugueux (à gauche) et le système équivalent par simulation directe (à droite), $U_0 = 50 \text{ m.s}^{-1}$.

U_0 (en m.s^{-1})	Ordre 1		Simulation directe	
	Erreur sur J	Erreur sur N_c	Erreur sur J	Erreur sur N_c
0.1	0.0189	0.0147	0.0043	0.0028
1	0.0191	0.0147	0.0045	0.0029
10	0.0276	0.0140	0.0038	0.0035
100	0.0694	0.0092	0.0008	0.0050

Tableau 1 : Erreur commise par les deux approches

4. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Ces modélisations des transferts de masse sur une paroi rugueuse, réactive et chimiquement hétérogène donnent des résultats concluants. La première méthode, plus théorique, n'apporte pas vraiment de simplification dans les calculs et entraîne même une perte de précision pour le cas étudié puisque la solution obtenue est au premier ordre. La seconde modélisation donne de très bons résultats. Ses résultats sont similaires aux simulations sur paroi rugueuse à moins de 0.5 %. Ces modèles peuvent être appliqués au transfert de chaleur en ajoutant un domaine solide pour prendre en compte la conduction dans le composite. L'impact sur les différents transferts, de la géométrie de la rugosité, des propriétés chimiques de la surface ou encore de la vitesse de l'écoulement, sera analysé dans des travaux futurs.

Nomenclature

Symboles

A_{oi} « aire » de Σ_o , m	L largeur de la cellule, m
a variable de fermeture,	\mathbf{n} vecteur normal a la surface,
c_e concentration sur Σ_e , $mol.m^{-3}$	$\mathbf{n}_{o,i}$ vecteur normal de o vers i,
c_i concentration dans Ω_i , $mol.m^{-3}$	N_c nombre de moles total de réactif dans la cellule, $mol.m^{-1}$
\tilde{c}_i déviation de la concentration c_i , $mol.m^{-3}$	\mathbf{u} vecteur vitesse, $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$, $m.s^{-1}$
C_0 concentration dans Ω_o , $mol.m^{-3}$	U_0 vitesse en entrée de domaine, $m.s^{-1}$
D diffusivité moléculaire, $m^2.s^{-1}$	
H hauteur de la cellule, m	
h_i position de la surface effective i, m	
J flux de réactif consommé par la surface, $mol.m^{-1}.s^{-1}$	
k coefficient de réaction, $m.s^{-1}$	
k_i coefficient effectif de réaction de la surface i, $m.s^{-1}$	

Indices

d surface effective par la décomposition en sous-domaines,
m surface effective pour l'écoulement et le transfert de masse,
ns surface effective pour l'écoulement,

Références

- [1] B. Wood, M. Quintard, S. Whitaker, Jump Conditions at Non-Uniform Boundaries : The Catalytic Surface, *Chemical Engineering Science*, 55, pp5231-5245, 2000.
- [2] Y. Aspa, Ablation des composites carbone-carbone, PhD Thesis, 2006.
- [3] Y. Achdou, O. Pironneau, F. Valentin, Effective Boundary Conditions for Laminar Flows over Periodic Rough Boundaries, *Journal of Computational Physics*, 147, pp187-218, 1998.