



# Modélisation des taux de défaillance en mécanique

Combinaison d'une loi de Weibull et d'un modèle de Cox  
pour la modélisation des taux de défaillance  
en fonction du temps et des facteurs d'influence

**PENTOM2007**

Florent Brissaud  
Brice Lanternier  
Dominique Charpentier  
Patrick Lyonnet

**INERIS**

# Plan

- Introduction
- I. Les facteurs d'influence (FI) et la fiabilité
  - définition, classification et présentation des modèles existants
- II. Proposition d'un modèle pour la modélisation des taux de défaillance
  - présentation générale et développement
- III. Application du modèle et discussion
  - étude de cas et discussion des résultats
- Conclusion

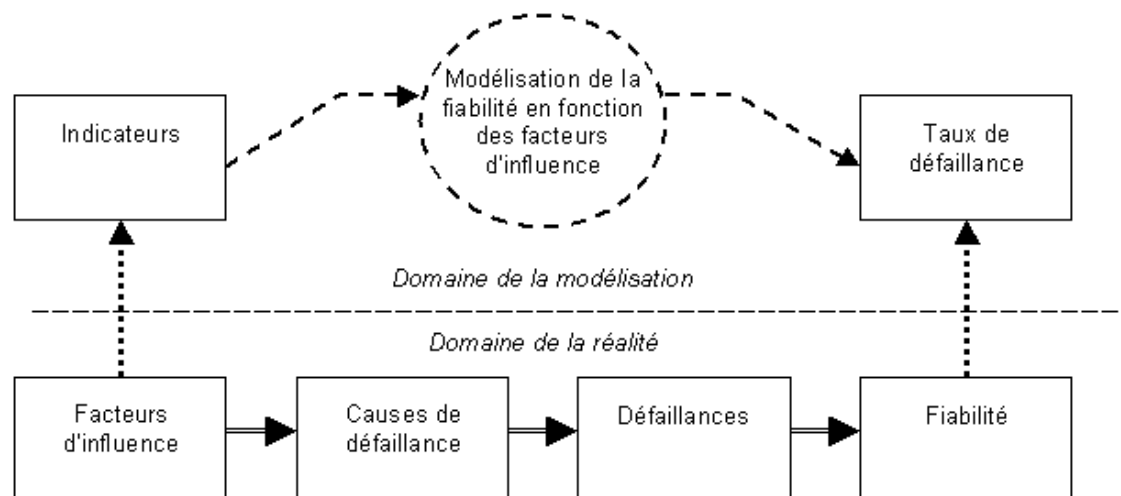
# Introduction

- L'évaluation de la fiabilité des systèmes mécaniques nécessite de disposer de *taux de défaillance*
- Utilisation répandue des *bases de données en fiabilité*
  - recueils de données issus des retours d'expérience
  - distinctions élémentaires entre des systèmes
- Ces données peuvent-elles être transposées à nos applications ?
  - les systèmes étudiés ne sont pas homogènes
  - les taux de défaillance ne sont pas constants
- L'utilisation des bases de données en fiabilité comme données d'entrées des évaluations de fiabilité entraîne de grandes incertitudes quant à la pertinence des résultats

# I. Les facteurs d'influence et la fiabilité

1/3

- *Les facteurs d'influence [relatifs à la fiabilité] sont les éléments internes ou externes à une unité fonctionnelle, et qui ont pour effet d'agir sur la fiabilité de celle-ci, en suscitant par exemple des modifications de son taux de défaillance.*
- *Les influences peuvent être positives, en provoquant une réduction du nombre de défaillances par unité de temps, ou au contraire négatives, en provoquant des défaillances en plus grand nombre.*



# I. Les facteurs d'influence et la fiabilité

2/3

- Classification des facteurs d'influence suivant les phases de vie du système étudié
  - *conception* - de nature intrinsèque au système : type, principe de fonctionnement, dimensions, matériaux, qualité...
  - *fabrication* - le fabricant ou le procédé de fabrication
  - *installation* (et mise en service) - techniques et procédures
  - *utilisation* - fréquence et charge de sollicitation, exigences en matière de fiabilité, environnement : température, pression, humidité, poussières, impuretés, frictions, vibrations, chocs...
  - *maintenance* - quantité et qualité des actions préventives et correctives
  - *humains et organisationnels*

INERIS

# I. Les facteurs d'influence et la fiabilité

3/3

- Les modèles pour la prise en compte des FI dans la fiabilité
  - les systèmes électriques / électroniques
    - modèles de prédiction : MIL-HDBK-217, Telcordia, RDF2003...
    - taux de défaillance constants exprimés littéralement en fonction de paramètres définis : température, tension électrique, stress...
  - les systèmes mécaniques
    - un seul modèle de prédiction : NSWC-98/LE1
    - méthodes statistiques : CCPS Guidelines, ARAMIS
    - taux de défaillance constants et coefficients de « corrections »
  - proposition d'un nouveau modèle
    - spécialement destiné aux systèmes mécaniques
    - modélisation des taux de défaillance en fonction des *facteurs d'influence et du temps*

**INERIS**

## II. Modélisation des taux de défaillance

1/6

- Un taux de défaillance de base :  $\lambda_0(t)$ 
  - fonction uniquement du temps  $t$
  - loi de Weibull à deux paramètres
    - période de *rodage* (= *mortalité infantile*)
    - phase de *vie utile*
    - phase d'*usure* (= *vieillesse*)
- Une fonction d'influence :  $g(Z)$ 
  - fonction uniquement de l'état  $Z$  des facteurs d'influence
  - modèle de Cox
    - libre de distribution
    - purement statistique
    - transparent...

INERIS

## II. Modélisation des taux de défaillance

2/6

- Modèle général

$$\lambda(t, \mathbf{Z}) = \lambda_0(t) * g(\mathbf{Z}) = \frac{\beta}{\eta} * \left( \frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} * e^{\mathbf{B} \cdot \mathbf{Z}}$$

les variables :

- $t$  le temps
- $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_m]$  le vecteur d'états des facteurs d'influence

les paramètres :

- $\beta$  et  $\eta$  les paramètres de la loi de Weibull
- $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_m]$  le vecteur des coefficients du modèle de Cox

**INERIS**



## II. Modélisation des taux de défaillance

3/6

- Développement du modèle
  - étape 1 - *recueil des données d'entrées*
    - les temps de bon fonctionnement avant défaillance
    - les états associés des facteurs d'influence
  - étape 2 - *établissement d'un codage pour les états des facteurs d'influence*
  - étape 3 - *détermination des paramètres de la fonction d'influence*
  - étape 4 - *détermination des paramètres du taux de défaillance de base*
  - étape 5 - *synthèse des résultats*

## II. Modélisation des taux de défaillance

4/6

- *établissement d'un codage pour les états des facteurs d'influence*
  - facteurs *quantitatifs* - les mesures (ou évaluations) peuvent être utilisées en l'état : pression en bar, température en degrés Celsius, diamètre en cm, fréquence de sollicitation...
  - facteurs *qualitatif* - définition de classes (par exemple 1, 2, 3...) : catégorie, principe de fonctionnement, fabricant, matériaux...
  - la définition d'intervalles de valeurs (disjoints ou non) est recommandé lorsque :
    - les mesures sont soumises à un certain degré d'incertitude
    - les états des facteurs d'influence sont variables

## II. Modélisation des taux de défaillance

5/6

- *détermination des paramètres de la fonction d'influence  $g(\mathbf{Z})$* 
  - le vecteur  $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_m]$  des coefficients du modèle de Cox
  - utilisation des temps de bon fonctionnement avec défaillance (notés  $T_j$ ) et des vecteurs d'états (notés  $\mathbf{Z}_j$ ) des FI
  - résolution numérique par maximum de vraisemblance :

$$L^*(\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^n \left( \mathbf{B} \cdot \mathbf{Z}_i - \ln \left( \sum_{j \in R_i} e^{\mathbf{B} \cdot \mathbf{Z}_j} \right) \right)$$

avec :

- $L^*(\mathbf{B})$  le logarithme de la vraisemblance de Cox
- $n$  le nombre de recueils pour les données d'entrées
- $R_i$  l'ensemble des indices  $j$  tels que  $T_j \leq T_i$

INERIS

## II. Modélisation des taux de défaillance

6/6

- *détermination des paramètres du taux de défaillance de base  $\lambda_0(t)$* 
  - les paramètres  $\beta$  et  $\eta$  de la loi de Weibull
  - utilisation des temps de bon fonctionnement « théoriques » de base i.e. les temps  $T_i$  sans l'influence de la fonction  $g(\mathbf{Z})$  :

$$T_{0,i} = T_i * \left( g(Z_i) \right)^{\frac{1}{\beta}}$$

- résolution numérique par maximum de vraisemblance :

$$\frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n \ln(T_{0,i}) - \frac{n * \sum_{i=1}^n (T_{0,i}^{\beta} * \ln(T_{0,i}))}{\sum_{i=1}^n T_{0,i}^{\beta}} = 0 \quad \eta = \left( \frac{\sum_{i=1}^n T_{0,i}^{\beta}}{n} \right)^{\frac{1}{\beta}}$$

**INERIS**

### III. Application du modèle et discussion

1/7

- Étude de cas fictive sur des *soupapes de sécurité*
  - définir des taux de défaillance théoriques
  - simuler des temps de bon fonctionnement avant défaillance
  - appliquer le modèle en utilisant les simulations
  - comparer les résultats avec les taux de défaillance théoriques
- 3 facteurs d'influence retenus :
  - la *pression* nominale d'activation de la soupape
    - 7 bars, 20 bars, 70 bars
  - les *dimensions* de la soupape
    - catégorie A (petite), catégorie B (moyenne), catégorie C (grande)
  - le *niveau de tolérance* aux fuites externes de la soupape
    - restreint, indulgent

INERIS

### III. Application du modèle et discussion

2/7

- Simulation d'un retour d'expérience - 56 soupapes
  - taux de défaillance théoriques de base :  $\beta_{th} = 1,7$  et  $\eta_{th} = 18.000 \text{ heures}$
  - utilisation de la NSWC-98/LE1 pour calculer des coefficients de correction
  - simulation des temps de bon fonctionnement avant défaillance par méthode de Monte Carlo

numéro de soupape	Pression d'activation		Tolérance aux fuites		Dimensions nominale catégorie	Taux de défaillance théoriques			Observation simulation [heures]
	nominale	réelle	nominale	réelle		coeff. NSWC	Beta	Eta	
	[bars]	[bars]	critère	[l/min]					
1	7,00	6,82	restreint	4,72E-04	A	0,17	1,70	50298	67033
2	7,00	7,02	restreint	5,99E-04	A	0,16	1,70	52661	25653
3	7,00	6,67	restreint	4,63E-04	A	0,17	1,70	50576	21094
4	7,00	7,03	restreint	4,07E-04	A	0,19	1,70	47452	108460
5	7,00	7,13	restreint	5,64E-04	B	0,41	1,70	30618	29711
6	7,00	6,83	restreint	3,55E-04	B	0,46	1,70	28524	22478
7	7,00	6,69	restreint	4,86E-04	B	0,41	1,70	30505	31673
53	70,00	68,63	indulgent	2,18E-03	C	6,65	1,70	5907	4045
54	70,00	68,80	indulgent	1,66E-03	C	8,44	1,70	5131	2507
55	70,00	68,99	indulgent	1,13E-03	C	12,03	1,70	4168	3465
56	70,00	68,66	indulgent	1,45E-03	C	9,50	1,70	4789	1908

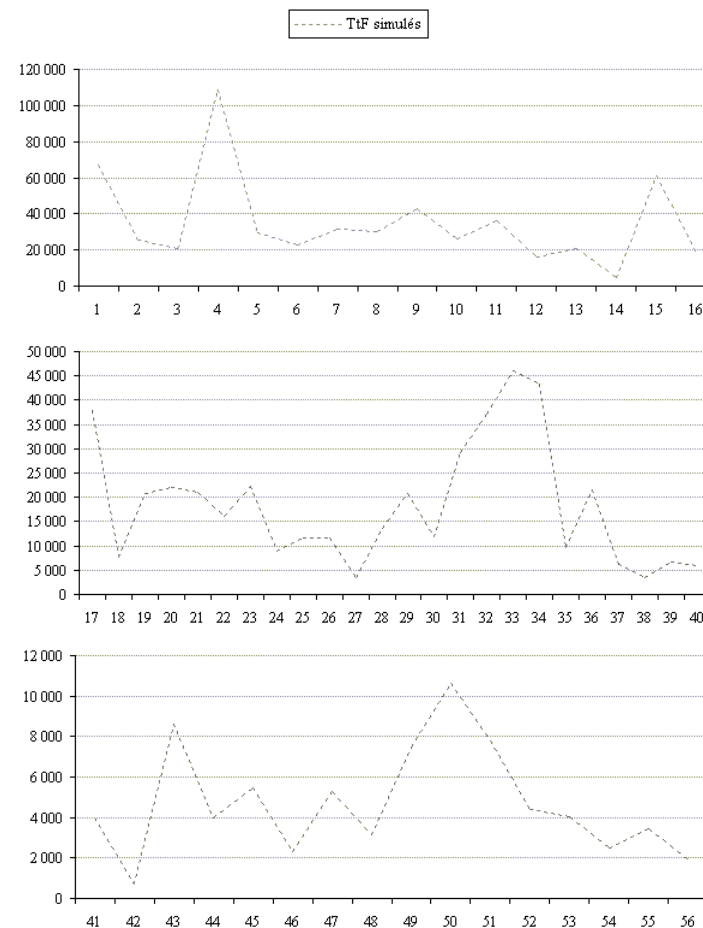
# III. Application du modèle et discussion

3/7

- Étape 1 - *recueil des données d'entrées*

- les temps de bons fonctionnement avant défaillance [heures]
- les états des facteurs d'influence

numéro de soupape	pression nominale	niveau de fuite acceptable	catégorie de dimensions
1 à 4	7 bars	restreint	catégorie A
5 à 8	7 bars	restreint	catégorie B
9 à 12	7 bars	indulgent	catégorie A
13 à 16	7 bars	indulgent	catégorie B
17 à 20	20 bars	restreint	catégorie A
21 à 24	20 bars	restreint	catégorie B
25 à 28	20 bars	restreint	catégorie C
29 à 32	20 bars	indulgent	catégorie A
33 à 36	20 bars	indulgent	catégorie B
37 à 40	20 bars	indulgent	catégorie C
41 à 44	70 bars	restreint	catégorie B
45 à 48	70 bars	restreint	catégorie C
49 à 52	70 bars	indulgent	catégorie B
53 à 56	70 bars	indulgent	catégorie C



### III. Application du modèle et discussion

4/7

- *Étape 2 - établissement d'un codage pour les états des facteurs d'influence*
  - utilisation des valeurs nominales

	1	2	3
<b>pression nominale</b>	7 bars	20 bars	70 bars
<b>fuite acceptable</b>	restreint	indulgent	-
<b>dimensions</b>	catégorie A	catégorie B	catégorie C

- *Étape 3 - détermination des paramètres de la fonction d'influence*
  - le vecteur  $\mathbf{B} = [b_1, \dots, b_m]$  des coefficients du modèle de Cox

coefficient	$b_1$	$b_2$	$b_3$
valeur	1,276	-0,140	0,901



### III. Application du modèle et discussion

5/7

- Étape 4 - *détermination des paramètres du taux de défaillance de base*

- $\beta = 1,784$                        $\sim \beta_{th} = 1,7$
- $\eta = 165.905$  heures             $> \eta_{th} = 18.000$  heures

- Étape 5 - *synthèse des résultats*

$$\lambda(t, Z) = \frac{1,784}{165.905} * \left( \frac{t}{165.905} \right)^{0,784} * e^{1,276*z_1 - 0,140*z_2 + 0,901*z_3}$$

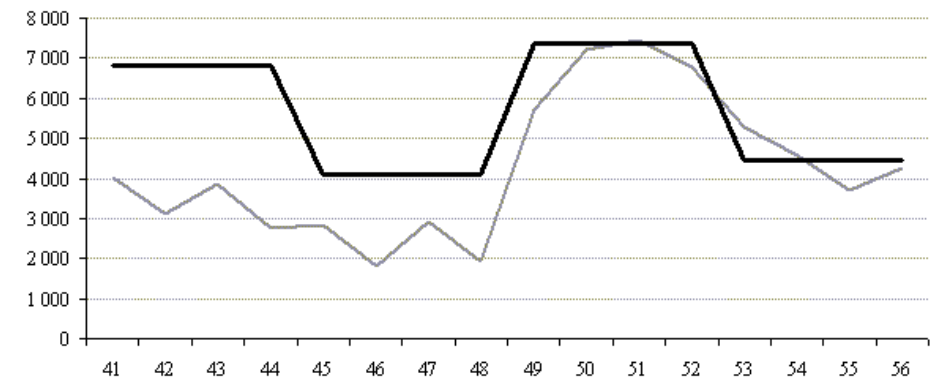
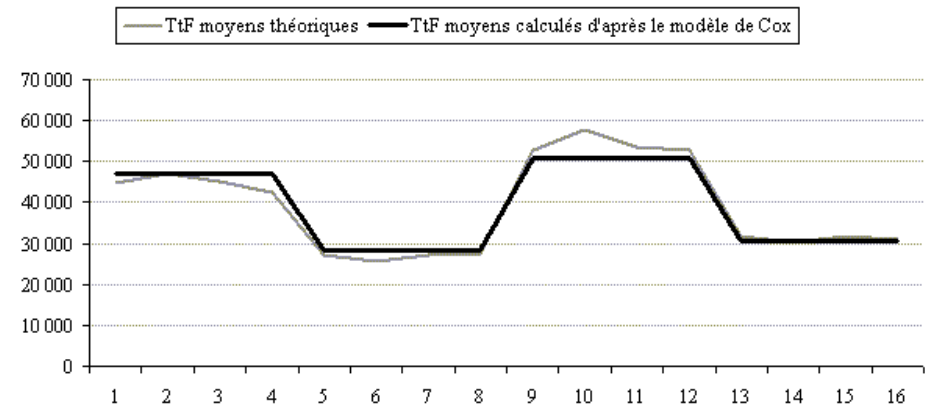
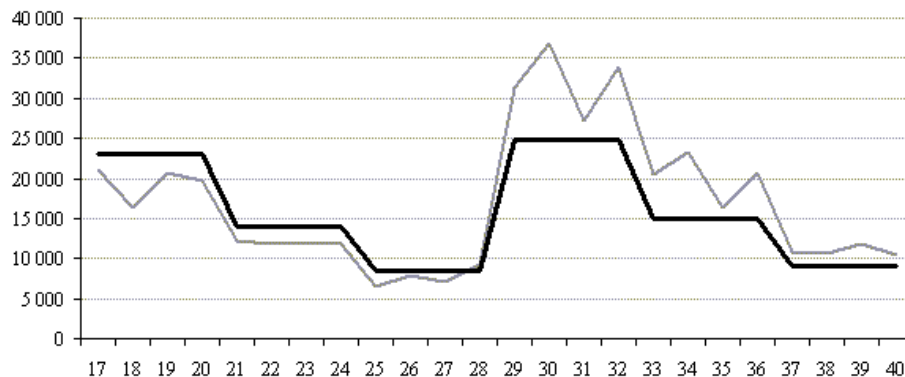
INERIS

### III. Application du modèle et discussion

6/7

- Comparaison des temps moyens de bon fonctionnement avant défaillance

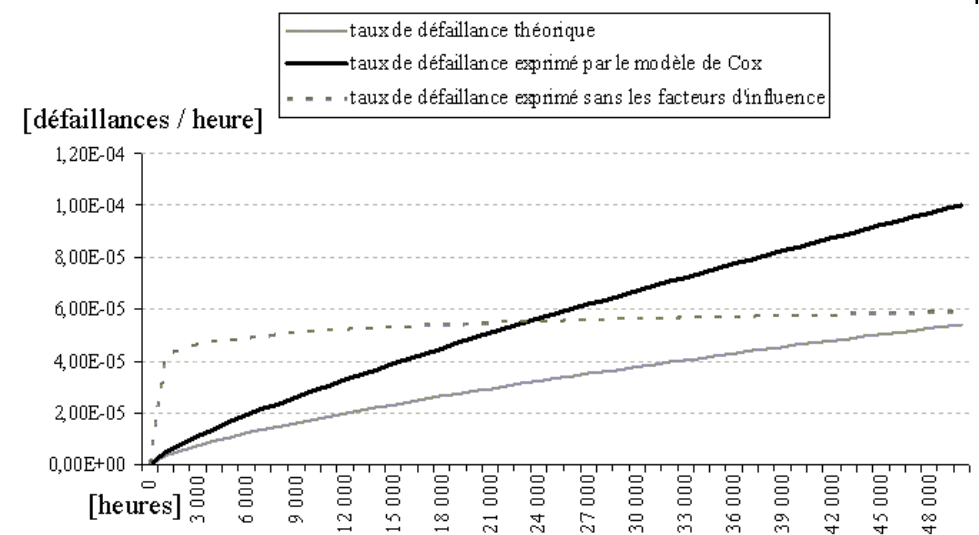
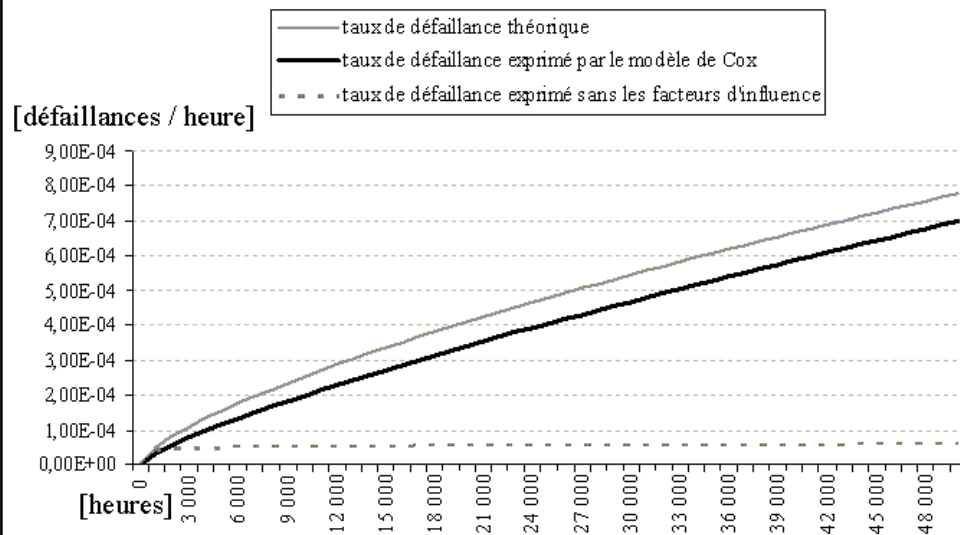
$$MTTF_i = \eta * \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) * (g(Z_i))^{-\frac{1}{\beta}}$$



### III. Application du modèle et discussion

7/7

- Comparaison des taux de défaillance
  - représentation graphique pour les soupapes numéro 27 et 32
  - en gris clair : expressions théoriques
  - en tirets : modélisation qui ne prend pas en compte les facteurs d'influence - loi de Weibull sans modèle de Cox



INERIS

# Conclusion

- Modélisation des taux de défaillance
  - en fonction des facteurs d'influence - modèle de Cox
  - en fonction du temps - loi de Weibull ou autre...
- Avantages
  - modèle purement statistiques, transparent et flexible
  - dans des conditions favorables, l'expression des taux de défaillance est adéquate
- Limites
  - nécessité de disposer d'un retour d'expérience faisant état des facteurs d'influence
- Évaluations fiabilistes plus sûre que la simple utilisation des bases de données en fiabilité



**Merci pour votre attention**

Vos remarques et  
questions sont les  
bienvenues

**INERIS**