



Modélisation numérique de l'évaporation en convection forcée laminaire d'un film liquide ruisselant sur une plaque inclinée

Miloud Samir Belghoula, Xavier Chesneau, Belkacem Zeghmati

► To cite this version:

Miloud Samir Belghoula, Xavier Chesneau, Belkacem Zeghmati. Modélisation numérique de l'évaporation en convection forcée laminaire d'un film liquide ruisselant sur une plaque inclinée. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. <hal-00192480>

HAL Id: hal-00192480

<https://hal.science/hal-00192480v1>

Submitted on 28 Nov 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

MODELISATION NUMERIQUE DE L'EVAPORATION EN CONVECTION FORCEE LAMINAIRE D'UN FILM LIQUIDE RUISSELANT SUR UNE PLAQUE INCLINEE

MILOUD SAMIR BELGHOULA, XAVIER CHESNEAU, BELKACEM ZEGHMATI
*Laboratoire de mathématiques et de physiques des systèmes - Groupe de Mécanique et
Energétique MEPS-GME, Université de Perpignan Via Domitia, 52 avenue Paul Alduy,
66860 Perpignan cedex.*

samir@univ-perp.fr, chesneau@univ-perp.fr, zeghmati@univ-perp.fr

Résumé : L'évaporation en convection forcée laminaire d'un film d'eau ruisselant sur une plaque plane inclinée par rapport à l'horizontale est numériquement étudiée par la méthode PLIC-VOF. Les forces de tension superficielle sont modélisées par la méthode Surface CSF dans laquelle le rayon de courbure de l'interface liquide-vapeur est déterminé par la méthode "ALE-like scheme". Les systèmes d'équations algébriques déduits de la discrétisation, par une méthode explicite aux différences finies, des équations du mouvement, de la pression et de la chaleur sont résolus respectivement par les algorithmes de projection, la méthode itérative du gradient conjugué Bi-CGStab et la méthode de limitation de flux du type "Flux Corrected Transport". Nous analysons l'évolution au cours du temps du film liquide, des distributions de températures dans les phases liquide et vapeur ainsi que celle du nombre de Nusselt latent local.

Mots clés : évaporation, interface liquide-vapeur, film liquide, convection

1. INTRODUCTION :

Les phénomènes liés aux écoulements diphasiques liquide-vapeur, liquides non miscibles avec ou sans changement de phase interviennent dans de nombreux domaines technologiques (condenseurs, centrales thermiques, nucléaire, industrie agro-alimentaire,...) et naturels (évaporation, brouillard, interaction océan atmosphère,...).

Afin d'optimiser le fonctionnement d'un système siège d'un écoulement d'un fluide liquide et de vapeur, il est indispensable de maîtriser les transferts entre les deux fluides. Ces transferts sont liés principalement à l'évolution spatio temporelle de l'interface liquide-vapeur. Les méthodes classiques de modélisation des transferts dans les écoulements diphasiques ne permettent pas de déterminer cette évolution. La méthode "Volume of Fluid" basée sur l'écriture d'une même équation pour les deux phases et une fonction de couleur permet de reconstruire l'interface liquide-vapeur. Ainsi, le suivi de l'interface est réalisé par la méthode "Piece Wise Linear Interface Calculation – Volume Of Fluid" (PLIC-VOF). La modélisation des forces de tension superficielle est assurée par la méthode CSF "Continuum Surface Force" développée pour la première fois par [1] dans laquelle la détermination de la courbure de l'interface est effectuée par la méthode "ALE-like scheme".

Ce travail est consacré à l'étude, en utilisant la méthode PLIC-VOF, de l'évaporation en convection forcée d'un film d'eau ruisselant sur une plaque plane inclinée par rapport à l'horizontale. Le film d'eau s'écoule sous l'action des forces de viscosité, de gravité et de celles engendrées par les gradients de pression.

2. DESCRIPTION DU MODELE

Notre modèle physique est constitué d'un film liquide d'épaisseur $\delta(x)$ ruisselant sur une plaque inclinée d'un angle θ par rapport à l'horizontale. A ce modèle physique, nous associons un repère cartésien tel que l'origine o soit placée à l'extrémité supérieure de la plaque. L'abscisse x est comptée positivement dans le sens de l'écoulement des fluides et l'ordonnée est normale à la plaque (figure 1).

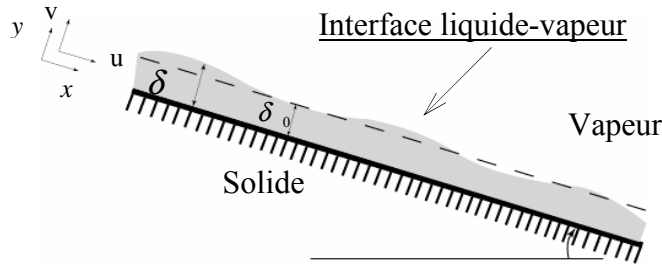


Figure 1: Modèle physique.

3. FORMULATION DES EQUATIONS

Compte tenu des hypothèses simplificatrices formulées ci-dessus les équations adimensionnelles qui régissent les transferts lors de l'évaporation en convection forcée s'écrivent dans le référentiel (O x y) :

-Equation de continuité :

$$\frac{\partial u'}{\partial x^*} + \frac{\partial v'}{\partial y^*} = 0 \quad (1)$$

-Equation de mouvement :

- composante suivant l'axe [ox)

$$\frac{\partial(\rho^* u^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* u^{*2})}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* u^* v^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial p^*}{\partial x^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x^*} \left[2\mu^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) \right] + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x^*} \left[\mu^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \right] + \frac{\rho^*}{Fr^2} \sin\theta + \frac{1}{We} \kappa \frac{\partial F}{\partial x^*} \quad (2)$$

- composante suivant l'axe [oy)

$$\frac{\partial(\rho^* v^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* u^* v^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* v^{*2})}{\partial y^*} + \frac{\partial p^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial y^*} \left[2\mu^* \left(\frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) \right] + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial y^*} \left[\mu^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \right] - \frac{\rho^*}{Fr^2} \cos\theta + \frac{1}{We} \kappa \frac{\partial F}{\partial y^*} \quad (3)$$

-Equation de la chaleur

$$\frac{\partial T_{lg}^*}{\partial t^*} + u_{lg}^* \frac{\partial T_{lg}^*}{\partial x^*} + v_{lg}^* \frac{\partial T_{lg}^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_{lg} Pr_{lg}} \times \left(\frac{\partial^2 T_{lg}^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T_{lg}^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (4)$$

-Equation de l'advection

$$\frac{\partial F}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial F}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial F}{\partial y^*} = 0 \quad (5)$$

Les propriétés physiques des fluides sont calculées à partir de la fraction volumique F qui relie la masse volumique et la viscosité des deux fluides par les relations suivantes :

$$\rho = F\rho_l + (1-F)\rho_g, \mu = F\mu_l + (1-F)\mu_g \quad (6)$$

Le taux d'évaporation est \dot{W}_{ev} défini par l'expression suivante :

$$\dot{W}_{ev} = \rho_l \|\vec{U}_{reg}\| ; \quad \vec{U}_{reg} = \left[\frac{-\lambda_g \overrightarrow{\text{grad}} T_g|_{int} + \lambda_l \overrightarrow{\text{grad}} T_l|_{int}}{\rho_l L_v} \right] \vec{n} \quad (7)$$

4. CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES

4.1. Conditions initiales

$\forall t < t_0$, t_0 étant l'instant à partir duquel commence la simulation

$$\begin{aligned} u_l^*(x,y,t) &= \frac{(2y\delta_0 - y^2)}{\delta_0} ; \quad v_l^*(x,y,t) = 0 ; \quad p_l^*(x,y,t) = \left(\frac{4\mu_l^2}{\rho_l (\rho_l - \rho_g)^2 g^2 \sin^2 \theta \delta^2} \right) \left(p_v + (\rho_l - \rho_g) g (\delta_0 - y) \cos \theta - \sigma \frac{\delta^2 \delta}{x^2} \right), \\ T_g^*(x,y,t) &= \frac{T - T_y}{T_{int} - T_y} ; \quad u_g^*(x,y,t) = 0 ; \quad v_g^*(x,y,t) = 0 ; \quad p_g^*(x,y,t) = \left(\frac{4\mu_l^2}{\rho_l (\rho_l - \rho_g)^2 g^2 \sin^2 \theta \delta_0^2} \right) \rho_g g \sin \theta ; \quad T_g^*(x,y,t) = 0. \end{aligned} \quad (8.1)$$

4.2. Conditions aux limites

$\forall t > t_0$

$$v(x,0,t) = 0 ; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{x,0} = 0 ; \quad u(x,\delta,t) = 0 ; \quad \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{x,\delta} = 0 ; \quad v(0,y,t) = 0 ; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{0,y} = 0 ; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{L,y} = 0 \quad (8.2)$$

5. METHODOLOGIE NUMERIQUE

Les équations (1-5) associées aux conditions aux initiales (8.1) et aux limites (8.2) sont résolues par une méthode explicite aux différences finies et l'algorithme de projection [2]. La résolution du système linéaire qui découle de la discrétisation de l'équation de pression est effectuée par la méthode itérative du bi-gradient conjugué stabilisé (Bi-CGStab) qui présente un taux de convergence satisfaisant pour une stabilité optimale [3]. Les forces de tension superficielle sont modélisées à l'aide du modèle "Continuum Surface Force" basé sur le calcul de la courbure κ de l'interface liquide-vapeur [1]. La modélisation des transferts de chaleur dans les deux phases est effectuée en dissociant les flux diffusifs et les flux convectifs. Les flux diffusifs sont déterminés par une méthode explicite aux différences finies. Les flux convectifs sont calculés par une méthode de limitation de flux de type FCT " Flux-Corrected Transport " [4, 5, 6]. La détermination du maillage optimum qui représente un compromis entre les critères de stabilité des méthodes mentionnées ci-dessus ainsi qu'une occupation mémoire acceptable nous a conduit à retenir, pour un pas de temps $\Delta t = 0.00001s$, un maillage de 180×40 correspondant à des pas d'espace $\Delta x = 0.00166m$, $\Delta y = 0.000875m$.

6. RESULTATS ET DISCUSSION

Les calculs ont été effectués pour un angle d'inclinaison de la plaque par rapport à l'horizontale égal à 10° . Les températures de la plaque, du film liquide et de la phase vapeur sont respectivement égales à $30^\circ C$ et $10^\circ C$.

La figure 2 montre le développement du film d'eau au cours du temps notamment celle de l'interface eau-air après une durée de simulation de 5 secondes. A quelques centimètres du bord d'attaque supérieur de la plaque, l'interface liquide-air est décrite par des ondulations dues aux transferts d'impulsion par convection et diffusion. De nature essentiellement convective, ces ondulations disparaissent sous l'action combinée de la gravité, du gradient de

pression dans les deux phases qui accélèrent le ruissellement du film d'eau sur la paroi. Pendant la durée de la simulation (5 secondes), nous n'avons pas observé de ruptures de ces vaguelettes. La différence entre la température de la plaque et celle de l'eau et de l'air engendre un transfert de chaleur par conduction convection dans le film d'eau et l'air qui provoque une évaporation du film d'eau qui se traduit par une augmentation de la température des deux phases au cours du temps et le long de la plaque (fig.4). Notons que la température décroît fortement dans la phase liquide pour tendre asymptotiquement vers celle de l'air montrant ainsi que le transfert de chaleur dans le film liquide se déroule par conduction et qu'au voisinage de l'interface eau-air le mode de transfert par convection est prédominant. L'évolution au cours du temps et le long de plaque de la température rejoint celle du nombre de Nusselt latent qui augmente fortement au voisinage du bord d'attaque supérieur de la plaque, puisque la différence entre la température de l'interface eau-air et celle de l'air est minimale, puis temps asymptotiquement le long de la plaque vers une valeur constante. Cette évolution est due à celle du taux d'évaporation qui dépend des propriétés thermo physiques de l'eau et du gradient de température à l'interface liquide-air qui augmente au cours du temps.

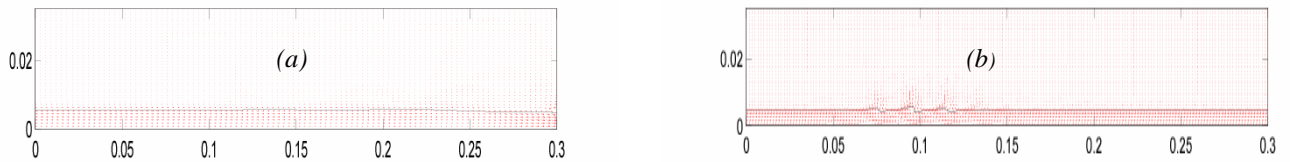


Figure 2 : Evolution spatio temporelle de l'interface liquide-air et champ de vitesse dans les deux phases, (a) $t = 2,5$ s, (b) $t = 5$ s de simulation, $Re=100$, $We=+\infty$

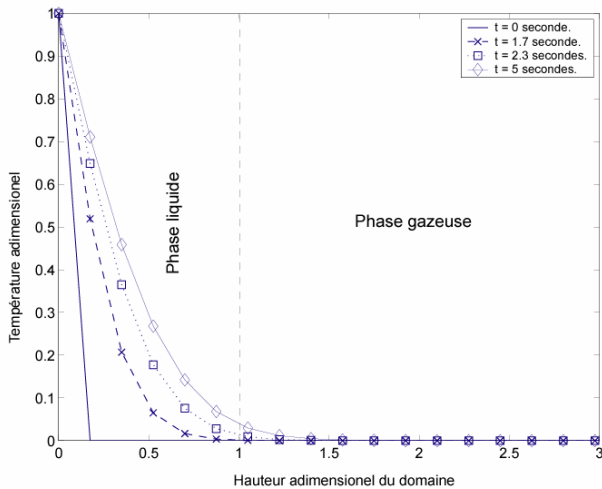


Figure 3 : Profil de température dans deux phases

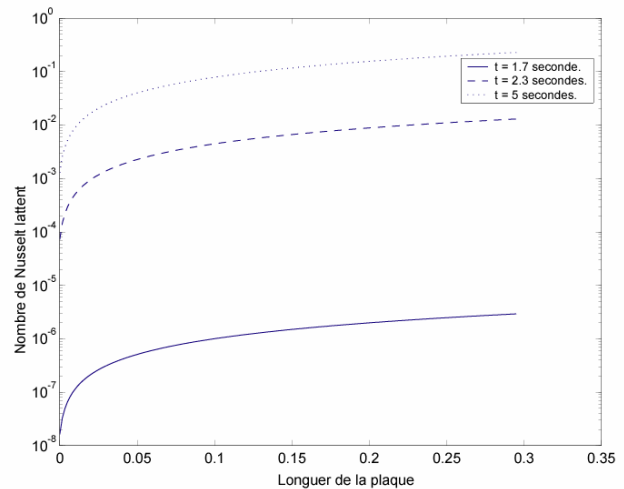


Figure 4 : Evolution du nombre de Nusselt latent le long de la plaque.

7. CONCLUSION

Nous avons modélisé l'évaporation en convection forcée laminaire d'un film d'eau ruisselant sur une plaque plane en utilisant la méthode PLIC-VOF pour suivre l'évolution spatio-temporelle de l'interface liquide-vapeur. Ainsi, nous avons mis en évidence la présence d'ondulation à quelques centimètres du bord d'attaque supérieur de la plaque qui disparaissent sous l'effet combiné de la gravité et de la tension superficielle. La température des deux phases et le nombre de Nusselt latent à l'interface liquide-air augmentent le long de la plaque et au cours du temps. Ces résultats rejoignent ceux obtenus en traitant le problème de l'évaporation en convection forcée d'un film d'eau ruisselant sur une plaque plane par l'approche classique basée sur l'écriture des équations de transfert dans les deux phases et les conditions de couplage à l'interface liquide-vapeur de ces équations.

Nomenclature

| | | | |
|--------------|---|----|--|
| Cp | Capacité calorifique à pression constante, $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ | Re | Nombre de Reynolds |
| F | Fraction volumique de liquide | T | Température, K |
| Fr | Nombre de Froude | u | Composante longitudinale du vecteur vitesse, $m\ s^{-1}$ |
| \mathbf{g} | Accélération de la pesanteur (vecteur), ms^{-2} | v | Composante normale du vecteur vitesse, $m\ s^{-1}$ |
| Nu | Nombre de Nusselt | We | Nombre de Weber |
| P | Pression, Nm^{-2} | | |

Symbole grec

| | |
|------------|--|
| θ | Angle d'inclinaison de la plaque, $^{\circ}$ |
| Δt | Pas de temps, s |
| Δx | Pas d'espace dans la direction x, m |
| Δy | Pas d'espace dans la direction y, m |
| κ | Courbure de l'interface, m^{-1} |
| λ | Conductivité thermique, $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ |
| ρ | Masse volumique, $kg\ m^{-3}$ |
| σ | Tension superficielle, $N\ m^{-1}$ |

Indices et exposants

| | |
|----------|---|
| * | Exposant désignant une grandeur adimensionnée |
| ∞ | Loin de l'interface liquide-air |
| g | Phase gazeuse |
| k | Indicateur de phase |
| l | Phase liquide |
| x | Grandeur associée à la direction x |
| y | Grandeur associée à la direction y |

Références

- [1] J. U. Brackbill, D.B. Kothe, C. Zemach, A continuum method for modelling surface tension, *J. Comput. Phys.*, 100, pp 335-354. 1992.
- [2] A.J. Chorin, Numerical solution of the Navier-Stokes equations, *Math. Comput.*, 22, pp 745-762.1968.
- [3] H.A. Van der Vorst, BI-CGSTAB : A fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of non symmetrical linear systems, *SIAM J. Stat. Comput.*, 13, pp631-644. 1992.
- [4] J. Boris, D.Book, Flux-Corrected Transport. III. Minimal-Error FCT Algorithms. *J. Comp. Phys.*, 20, pp 397-431.1976.
- [5] J. Boris, K. Hain, Flux-Corrected Transport. II. Generalizations of the Method. *J. Comp. Phys.*, 18, pp 248-283.1975.
- [6] S. Zaleski, J. Li, Two-dimensional Navier-Stokes simulation of deformation and break up of liquid patches, *Phys. Rev. Lett.*, Université de Paris 6 France, 75, pp 244-247. 1995.