HAL
open science

Règles Naturelles Optimales pour l'Argumentation

Yann Chevaleyre, Nicolas Maudet

To cite this version:

Yann Chevaleyre, Nicolas Maudet. Règles Naturelles Optimales pour l'Argumentation. 2007. hal-00192314

HAL Id: hal-00192314

https://hal.science/hal-00192314v1

Preprint submitted on 27 Nov 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Règles Naturelles Optimales pour l'Argumentation

Y. Chevaleyre*
yann.chevaleyre@lamsade.dauphine.fr

N. Maudet*
maudet@lamsade.dauphine.fr

*LAMSADE
Univ. Paris-Dauphine
75775 Paris Cedex 16 – FRANCE

Résumé :
Deux agents défendent des points de vue antagonistes à propos d'un point en discussion, qui dépend d'un nombre (fixe) de critères, ou aspects, qu'ils connaissent tous deux. Supposons maintenant, qu'en tant qu'arbitre, vous souhaitiez prendre une décision basée sur ce que vont reporter les deux agents. Malheureusement, ce que peuvent communiquer les agents est limité. Comment alors concevoir les règles du protocole, de façon à minimiser les erreurs induites par ces contraintes de communication ? Cet article discute ce modèle introduit par Glazer et Rubinstein [2] dans une version limitée, et introduit des résultats préliminaires d'une exploration combinatoire de ce problème.

Mots-clés : Argumentation, Conception de mécanismes.

Abstract:
Two players hold contradicting positions regarding a given issue, which depends on a (fixed) number of aspects or criteria they both know. Suppose, as a third-party, that you want to make a decision based on what will report the players. Unfortunately, what the players can communicate is limited. How should you design the rules of your protocol so as to minimize the mistakes induced by these communication constraints ? This paper discusses this model originally due to [2] in a specific case variant, and introduces preliminary results of a combinatorial exploration of this problem.

Keywords: Argumentation, Mechanism design.

1 Introduction

Nous considérons la situation suivante : deux débatteurs opposent leurs points de vue à propos d'un problème donné ; et nous supposons que ce problème dépend exclusivement d'un ensemble donné de critères. Les valeurs de ces critères étant données, il est possible de déterminer la décision à prendre : c'est le résultat d'une règle de décision qui est appliquée sur la valeur des critères. Dans notre contexte, les décisions envisagées sont binaires (la décision défendue par le premier joueur, et la décision défendue par le deuxième joueur), ainsi que les critères, qui défendent soit la position du premier joueur, ou celle du deuxième joueur. Enfin, la règle de décision est connue des deux joueurs (il s'agit par exemple de choisir la décision défendue par une majorité de critères). Les deux joueurs sont d'accord et connaissent l'état du monde réel : il savent donc quelle décision devrait logiquement être choisie. Mais imaginons maintenant la présence d'un tiers, un arbitre qui n'a pas accès à l'état réel du monde. Cet arbitre peut néanmoins observer l'échange d'arguments qui a lieu entre les deux joueurs, suite à quoi il devra décider quelle décision prendre. Dans le cas où la communication entre les agents est limitée, on se trouve face à un problème délicat de conception de mécanisme (*mechanism design*) : concevoir les règles du débat de manière à maximiser la probabilité d'opter pour la "bonne" décision , c'est-à-dire celle qui serait choisie si l'information était complète.

Ce problème a été introduit par Glazer et Rubinstein dans [2], dans les termes qui suivent. Un débat est constitué de deux éléments.

- les *règles procédurales* spécifient le protocole, les règles contraignant les arguments que les débatteurs peuvent avancer (on supposera en particulier ici qu'un agent ne peut avancer que des arguments qui consistent à révéler qu'un critère est en sa faveur) ;
- les *règles de persuasion* spécifient la règle employée par l'observateur pour

prendre la décision finale, sur la base des arguments avancés au cours du débat.

En ce qui concerne les règles procédurales, les auteurs distinguent trois types de débats : le cas du débat à interlocuteur unique (*single-speaker debate*) ; le cas du débat simultané (*simultaneous debate*), où les arguments sont révélés de manières simultanée par les débatteurs ; et enfin le cas du débat séquentiel (*sequential debate*) qui correspond évident plus intuitivement à la notion naturelle de débat. Dans [2], les auteurs étudient les trois types de débat, mais dans le contexte restreint où la décision n'est basée que sur 5 critères différents, et où le nombre d'arguments qui peut être communiqué est limité à 2. Ils montrent en particulier que la règle optimale, dans ce contexte-là, est nécessairement séquentielle. Dans cet article, nous amorçons une étude du comportement extrémal de ce problème (lorsque le nombre de critères sur lequel est basée une décision est important).

Le reste de cet article se présente comme suit. Dans la section suivante, nous introduisons les notions élémentaires que nous utiliserons. La section 3 présente ensuite l'analyse de différentes règles "naturelles" que l'arbitre pourrait vouloir employer pour prendre sa décision. Par naturelles, nous entendons ici qu'elles doivent pouvoir être énoncées naturellement en langage naturel. Nous proposons ensuite une étude analytique de deux règles simples : "montre-moi n'importe quel ensemble de taille k", et "montre-moi cet ensemble"), et explorons expérimentalement le large territoire des règles qui tombent entre ces deux extremes. Enfin, nous concluons et évoquons quelques liens avec des travaux connexes.

2 Définitions

Dans cette section nous présentons plus formellement le problème, tel qu'il est introduit dans [2], en intégrant lorsque c'est utile nos propres notations.

Nous représenterons un *état* comme un vecteur binaire $\{0,1\}^n$, et chaque joueur (débatteur) (0,1) "contrôle" les arguments (bits) qui lui sont favorables (c'est-à-dire qu'il ne peut pas mentir, et ne peut pas révéler d'arguments favorables à son adversaire). Nous appelons un état *objectivement gagnant* pour un agent x si un arbitre ayant accès à la totalité des arguments choisirait effectivement x comme vainqueur. Par exemple, l'état $\langle 0,1,1,1,1\rangle$ signifie que le premier argument est en faveur de l'agent 0, tandis que les quatre autres défendent le point de vue de l'agent 1. C'est un état objectivement gagnant pour l'agent 1, si nous supposons que nous employons la règle de majorité.

Typiquement, les débats auxquels nous nous intéressons seront limités à k bits de communication, et évidemment plus précisément $k < n/2$ puisque nous utilisons la règle de majorité.

Une *règle de persuasion* peut être définie en extension comme un ensemble

$$E = \{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$$

où chaque ensemble S_i est un sous-ensemble de $[n]$ de taille k (k-subset). Une telle règle doit être interprétée comme suit : "Je vous déclare vainqueur si vous me montrez tous les arguments de S_1, ou tous ceux de S_2, etc. sont en votre faveur". Par exemple, la règle de persuasion $E = \{\{1,2\},\{2,3\}\}$ signifie que l'agent concerné doit soit révéler les arguments 1 et 2, ou 2 et 3 (mais 1 et 3 n'est pas suffisant) afin d'être déclaré vainqueur. Dans cet article, nous nous intéresserons aux règles de persuasion qui peuvent être exprimées simplement en langage naturel (parce que, typiquement, elles exploitent des propriétés de k-subsets qui composent la règle).

Le *ratio d'erreur* (ϵ) induit par une règle est le nombre d'états où vous prendriez

une décision différente de celle qui serait prise par un arbitre ayant l'information complète (n_{err}), normalisé sur le nombre d'états possibles. En considérant plus attentivement la notion d'erreur, il apparaît en fait que deux types d'erreurs peuvent être distinguées :

- les *erreurs minoritaires*, correspondant aux états où vous déclareriez l'agent vainqueur, alors qu'il n'est pas dans une situation de vainqueur objectif ;
- les *erreurs majoritaires*, correspondant aux états où vous déclareriez l'agent perdant, alors qu'il est dans une situation de vainqueur objectif.

Prenons l'exemple utilisé plus haut, et supposons un débat sur un vecteur de 5-bits. Dans les états $\langle 1,1,0,0,0\rangle$ et $\langle 0,1,1,0,0\rangle$ va convaincre l'arbitre de le déclarer vainqueur, à tort. D'un autre coté, dans les états $\langle 0,1,0,1,1\rangle$, $\langle 1,0,1,0,1\rangle$, $\langle 1,0,1,1,0\rangle$, et $\langle 1,0,1,1,1\rangle$, l'agent ne parvient pas à convaincre l'arbitre, en dépit du fait qu'il est dans une situation gagnante. Cette règle induit donc 6 erreurs au total (2 en faveur de l'agent 1, et 4 en faveur de l'autre agent). Même si un type d'erreur est le dual de l'autre (une erreur minoritaire pour un agent est une erreur majoritaire pour l'autre agent ; ou, pour le dire autrement, toute erreur est une erreur minoritaire pour un agent ou pour l'autre), il apparaît toujours utile de faire cette distinction : cela permet en effet de distinguer quels agents sont favorisés par une règle donnée.

Dans la suite de cet article, nous ferons usage de certaines autres notions. Nous dirons qu'une règle de persuasion est *couverte* par un vecteur d'état lorsqu'au moins un de ses subset est couvert par ce vecteur, c'est-à-dire lorsque tout argument requis par cet ensemble est présent dans le vecteur. En ces termes, le problème d'optimisation que nous avons à traiter consiste à trouver la règle de persuasion qui minimisera la couverture sur les ensembles de vecteurs de vecteurs contenant $[k, \frac{n}{2}[$ bits (situation objectivement perdantes), tout en maximisant la couverture sur l'ensemble des vecteurs contenant $n/2$ bits ou plus (situations objectivement gagnantes). Nous noterons ces deux mesures c_m et c_M.

Notons que de manière générale (pour $k \leq n/2$), la relation suivante existe :

$$n_{err} = c_m + (2^{n-1} - c_M)$$

Le nombre d'erreurs est simplement le nombre de situations minoritaires couvertes, ajouté au nombre de situations majoritaires non couvertes par la règle.

3 Règles Naturelles

Dans cette section, nous discutons les propriétés de certaines règles naturelles. Par naturelles, nous entendons ici qu'elles peuvent être simplement énoncés en langage naturel par l'arbitre, ce qui n'implique pas nécessairement qu'elles exhibent une structure simple dans leur forme extensive. Nous renvoyons le lecteur à [4] pour une discussion très enrichissante sur le sujet. Il y a de nombreuses règles naturelles auxquelles nous pouvons penser, et certains exemples peuvent être trouvées dans [2], comme par exemple "Montre-moi k bits adjacents". Dans la suite de cette section, nous étudions deux règles très simples, qui consistent en un sens deux extrêmes pour la représentation choisie. Nous discutons ensuite le cas général des règles se situant entre ces deux extrêmes.

3.1 "Montre-moi *n'importe quel* ensemble de taille k"

Nous débutons avec ce qui constitue peut être la règle la plus simple, et qui s'énonce ainsi : "Montre-moi *n'importe quel* ensemble de taille k" ; ou encore peut être plus naturellement "Montre-moi k bits". En d'autres termes, l'ensemble E consisterait en l'ensemble épuisant tous les k-subsets de $\{0,1\}^n$.

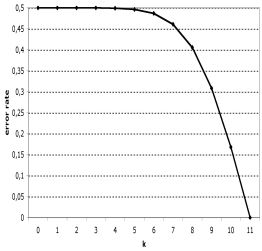

FIG. 1 – Taux d'erreur pour la règle "Montre-moi n'importe quel k-subset ($n = 20$)

Quel serait le taux d'erreur induit par cette règle ? Notons pour commencer que le nombre d'erreurs majoritaires est nul lorsque $k \in [1, \frac{n}{2}]$. En général, le nombre total d'erreurs serait donc égal au nombre de situations perdantes couvertes par la règle (c_m). Prenons t comme le nombre de bits à placer pour faire une situation perdante lorsque la règle est couverte. On en dénombre

$$n_{err} = c_m = \sum_{t=k}^{\lfloor n/2 \rfloor} \binom{n}{t}$$

ce qui indique que le nombre d'erreurs est donné par la somme des coefficients binomiaux de k à $n/2$. Cela signifie que cette règle est en général très inefficace : c'est seulement lorsque le nombre de bits permis pour la communication approche $n/2$ que le taux d'erreur devient acceptable (voir Fig. 1). Cela correspond en effet à l'intuition : si vous pouviez demander à l'agent de communiquer un nombre arbitraire de bits, cette règle serait évidemment la règle optimale que vous utiliseriez. En demandant à l'agent de montrer $n/2$ arguments en faveur de son point de vue, vous vous assurez de ne pas être mystifié dans une situation perdante, tout en ne ratant aucune situation gagnante.

3.2 "Montre-moi *cet* ensemble"

Dans ce cas, nous supposons que l'arbitre demande juste à l'agent de lui montrer un unique ensemble ($|E| = 1$), de taille arbitraire k. (Nous supposons aussi n impair.) Les couvertures minoritaires et majoritaires sont les suivantes :

$$c_m = \sum_{i=0}^{\lfloor n/2-k \rfloor} \binom{n-k}{i}$$

$$c_M = \sum_{i=\lceil n/2-k \rceil}^{n-k} \binom{n-k}{i}$$

Dans ce cas, nous avons $c_M \geq c_m$.

En observant que $c_M + c_m = 2^{n-k}$, nous concluons que :

$$\begin{aligned} n_{err} &= c_m + 2^{n-1} - (2^{n-k} - c_m) \\ &= 2c_m + (2^{n-1} - 2^{n-k}) \end{aligned}$$

Le taux d'erreur est donc :

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{2c_m + (2^{n-1} - 2^{n-k})}{2^n} \\ &= \frac{c_m}{2^{n-1}} + \frac{1}{2} - 2^{-k} \end{aligned}$$

Nous allons à présent montrer que c'est une fonction monotone croissante.

Lemme 1 *Pour les valeurs impaires, de n et pour $k \geq 1$, le taux d'erreur de la règle "Montre-moi* cet *ensemble" augmente avec k.*

Preuve. Nous allons montrer que $\frac{n_{err} - 2^{n-1}}{2} = c_m - 2^{n-k-1}$ est une fonction croissante de k. Plus précisément, nous allons montrer que c_m décroît quand k croît, mais que 2^{n-k-1} décroît plus vite,

garantissant ainsi que n_{err} augmente avec k. Pour cela, il nous suffit de montrer que $c_m^k - c_m^{k+1} \leq 2^{n-k-1} - 2^{n-k-2} \leq 2^{n-k-2}$. Dans ce qui suit, nous utilisons la relation binomiale $\binom{x}{y} = \binom{x-1}{y-1} + \binom{x-1}{y}$.

$$\begin{aligned}
& c_m^k - c_m^{k+1} \\
&= \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k} \binom{n-k}{i} - \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k-1} \binom{n-k-1}{i} \\
&= \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k-1} \left\{ \binom{n-k}{i} - \binom{n-k-1}{i} \right\} + \binom{n-k}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k} \\
&= \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k-1} \binom{n-k-1}{i-1} + \binom{n-k}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k} \\
&= \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k-2} \binom{n-k-1}{i} + \binom{n-k}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k} \\
&= \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k-2} \binom{n-k-1}{i} + \binom{n-k-1}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k-1} + \binom{n-k-1}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k} \\
&= \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k} \binom{n-k-1}{i}
\end{aligned}$$

Tout d'abord, on vérifie aisément que $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - k \leq \lfloor \frac{n-k-1}{2} - 1 \rfloor$ pour tout $k \geq 1$ et $n \geq 1$. En utilisant le fait que $\sum_{i=0}^{\lfloor \frac{x-1}{2} \rfloor} \binom{x}{i} \leq 2^{x-1}$ pour n'importe quel $x \in \mathbb{N}$, et en substituant x pour $n-k-1$, on peut finalement conclure que :

$$\begin{aligned}
c_m^k - c_m^{k+1} &\leq \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n-k-1}{2} - 1 \rfloor} \binom{n-k-1}{i} \\
&\leq 2^{n-k-2}
\end{aligned}$$

Qu'est ce que cela nous révèle ? Simplement que si l'arbitre ne peut demander qu'un unique ensemble d'arguments (quelque soit le nombre d'arguments composant cet ensemble), alors la solution optimale consiste à demander à l'agent de révéler le plus petit ensemble d'arguments. Autrement dit, il faut simplement demander à l'agent de révéler *un* bit. Bien entendu, on ne peut pas s'attendre dans ce cas à un un très bon taux d'erreur (par exemple, pour $n = 20$, le taux d'erreur est de 40% pour le singleton, et tend vers 50% lorsque k croît).

3.3 Entre ces extrêmes : une région essentiellement non naturelle

Jusque là, nous avons étudié deux cas extrêmes de règles naturelles : le cas où seul un ensemble peut être demandé, et le cas où n'importe quel k-subset peut être demandé. Il serait à présent intéressant de se pencher sur le cas des règles qui tombent entre les deux, c'est-à-dire lorsque le nombre d'ensembles composant la règle de persuasion est compris entre ces deux bornes. Évidemment, dans la majorité des cas, les règles considérées ne seront pas naturelles au sens où nous l'entendons.

Pour cela, nous avons tout d'abord dérivé une formule analytique qui représente le taux d'erreur dans le cas général. Malheureusement, obtenir des bornes supérieures et inférieures pour cette formule s'avère très complexe, et nous n'avons pas encore obtenu de résultats satisfaisants. Pour cette raison, nous avons mis en place une étude expérimentale, dont les résultats sont reportés dans la figure 2 (pour $n = 21$, un nombre $|E|$ de k-subsets sont générés aléatoirement pour créer une règle de persuasion). Notez bien que l'axe représentant

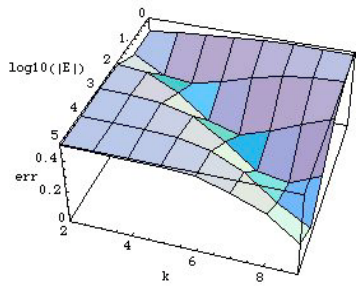

FIG. 2 – Taux d'erreur pour les règles générées aléatoirement de taille $|E|$, en fonction de k

la cardinalité de E est exprimé sur une échelle logarithmique ($log_{10}|E|$). En effet, nous avons observé que la valeur de k pour laquelle le taux d'erreur est minimisé dépendait logarithmiquement de la taille de E. Au cours de toutes nos expérimentations, nous avons remarqué que, tandis que

nous mesurions le taux d'erreur comme une fonction de k (les autres paramètres étant fixés), le taux d'erreur décroît toujours jusqu'à ce que k atteigne une valeur donnée que nous appellerons k_{opt} (cette valeur dépend des autres paramètres), puis croît de nouveau. Cette observation s'applique également aux deux règles extrêmes discutées plus avant. Considérons tout d'abord la règle "Montre-moi *cet* ensemble" ($|E|$=1). Son taux d'erreur est optimal pour $k = 1$ on a donc (k_{opt}=1), comme nous l'avons démontré, puis il augmente. A l'inverse, le taux d'erreur pour la règle "Donne-moi n'importe quel ensemble" ($|E| = \binom{n}{n/2}$) décroît comme une fonction de k, jusqu'à atteindre $\frac{n}{2}$. Ainsi, on a bien $k_{opt} = \frac{n}{2}$. Ainsi, il apparaît que déterminer cette valeur k_{opt} est très pertinent pour notre problème.

De plus amples expérimentations, que nous ne reportons pas ici, suggère fortement que la valeur optimale, pour $n = 21$, suit de manière linéaire $log_{10}|E|$. La figure Fig. 2 montre le résultats des expérimentations pour cette valeur. La "vallée" bleue décrit la zone dans laquelle se situe k_{opt} : par exemple pour $log_{10}(|E|) = 1$ (10 k-subsets), nous avons $k_{opt} = 2$, quand $log_{10}(|E|) = 2$, $k_{opt} = 4$, et quand $log_{10}(|E|) = 5$, nous avons finalement $k_{opt} = 9$ (le taux d'erreur est alors de 8%).

3.4 Partitions d'ensembles de "Montre-moi k bits parmi cet ensemble"

Nous discutons brièvement pour finir un cas d'intérêt historique, qui représente un famille de règles particulières (plutôt naturelles, voir [4]) qui permet de grouper ensemble les arguments. Commençons par rappeler que dans le cas $n = 5$, il a été prouvé par [2] que la règle optimale pour ce type de débat consistait à demander de montrer *deux* arguments, appartenant soit à $\{1, 2, 3\}$ soit à $\{4, 5\}$. Cette règle pourrait être représentée en extension par $E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{4, 5\}\}$, mais son intérêt provient évidemment du fait que l'utilisation d'un opérateur de type IN ("Montre-moi k arguments parmi cet ensemble"), qui permet une représentation compacte de la règle ; en plus du fait que la règle obtenue est une partition.

Afin de nous donner quelques indices permettant de déterminer si ce type de combinaison d'opérateurs de type OR et IN est effectivement optimal lorsque n devient grand, nous avons conduit quelques expérimentations très limitées. Nous obtenons par exemple, que pour $n = 21$ et $k = 3$, les taux d'erreurs[1] sont de 47% pour 3 IN-subsets, de 36% pour 5 IN-subsets, de 26% for 6 IN-subsets, pour finalement atteindre 21% pour une partition consistant de exactement 7 IN-subsets de taille 3. Cela semble suggérer que le taux d'erreur décroît de manière constante lorsque le nombre de IN-subsets augmente. Si cela peut paraître surprenant à première vue, il faut bien noter que lorsque le nombre de IN-subsets augmente, la cardinalité de E (définie en extension comme des k-subsets) décroît. D'une certaine manière, on peut donc se demander si cette famille règle ne fournit pas une approximation simple permettant de tomber dans la région précédemment évoquée. Si cela, se confirme, nous aurions donc comme règle optimale une règle composée de $\lfloor n/2 \rfloor$ IN-subsets de taille k (ou $k+1$), même si cette conclusion demande largement à être vérifiée. Notons toutefois que ce serait cohérent avec le résultat reporté dans [2].

4 Perspectives

Notre but dans ce travail a été d'initier l'Étude du comportement extrémal d'un problème de mechanism design introduit dans [2]. Les résultats préliminaires que nous obtenons ici concernent deux types

[1] Nous reportons ici les taux d'erreurs optimaux obtenus après génération aléatoire de telles règles.

simples de règles : “Montre-moi n’importe quel ensemble de taille k”, ainsi que “Montre-moi *cet* ensemble”. Même si la première règle est la seule optimale si le débat n’est pas restreint, elle s’avère vite très inefficace lorsque l’on pose des contraintes de communication. Quant à la règle “Montre-moi *cet* ensemble”, notre résultat montre de manière remarquable qu’il s’avère alors optimal de demander à l’agent de seulement révéler *un* argument (même si il est possible de communiquer plus d’arguments). Ces résultats sont complétés par des expérimentations qui montrent, pour les instances du problème que nous avons étudiées, que la valeur de k_{opt} pour laquelle le taux d’erreur est minimal dépend logarithmiquement de la taille de E. Pour finir, nous nous sommes brièvement intéressés au cas des partitions de IN-subsets (où nous permettons à l’agent de montrer k bits parmi un ensemble donné, quelque soient ces arguments), qui s’avèrent être une généralisation de la règle optimale de [2].

Ce travail peut être développé selon plusieurs axes. Pour commencer, nous devrons affiner notre compréhension des règles étudiées ici. Il faut noter par exemple que les résultats expérimentaux reportés sont des moyennes sur les règles générées aléatoirement, et il s’avérera sans doute lors d’Études plus poussées que certaines caractéristiques (comme par exemple le taux de recouvrement entre les subsets générés) ont une influence importante sur la qualité des règles. Il pourrait être intéressant, pour commencer, d’étudier non la moyenne mais le *max* pour les règles générées (c’est ce que nous avons fait pour les partitions). A plus long terme, l’Étude des autres types de débats présentés dans [2] sera certainement aussi très riche en enseignement, en particulier les débats séquentiels.

Plusieurs liens peuvent être Établis avec des travaux connexes. En termes combinatoires, les règles de persuasion sont des *set systems*, des objets largement étudiés dans cette littérature, voir par exemple [1]. Pour autant, nous n’avons pas trouvé de notions se rapprochant des propriétés que nous étudions ici. Un autre domaine de recherche qui semble très concerné par les questions évoquées ici est celui de la *complexité communication*. La complexité communication s’intéresse à la quantité minimale de bits qu’il est nécessaire d’échanger afin de calculer mutuellement la valeur d’une fonction dont les données sont distribuées [3]. Une différence essentielle est que dans ce contexte les agents sont supposés être coopératifs, alors que dans notre cas ils sont en compétition pour convaincre l’arbitre. De plus, la complexité communication s’attache typiquement à déterminer des bornes sur le nombre de bits à échanger pour calculer la fonction sans aucune erreur, alors que dans notre cas nous partons d’une contrainte sur la quantité de communication et essayons de minimiser l’erreur inévitablement induite dans le calcul de la fonction.

Références

[1] B. Bollobas. *Combinatorics : Set Systems, Hypergraphs, Families of Vectors, and Combinatorial Probability*. Cambridge University Press, 1986.

[2] J. Glazer and A. Rubinstein. Debates and decisions : On a rationale of argumentation rules. *Games and Economic Behaviour*, 36 :158–173, 2001.

[3] E. Kushilevitz and N. Nisan. *Communication Complexity*. Cambridge University Press, 1997.

[4] A. Rubinstein. *Economics and Language*. Cambridge University Press, 2000.