



HAL
open science

De DEL à EDL ou comment illustrer la puissance des événements inverses

Guillaume Aucher, Andreas Herzig

► **To cite this version:**

Guillaume Aucher, Andreas Herzig. De DEL à EDL ou comment illustrer la puissance des événements inverses. 2007. hal-00192061

HAL Id: hal-00192061

<https://hal.science/hal-00192061>

Preprint submitted on 26 Nov 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

De DEL à EDL ou comment illustrer la puissance des événements inverses

Guillaume Aucher* Andreas Herzig*
aucher@irit.fr herzig@irit.fr

* IRIT, Université Paul Sabatier,
31062 Toulouse Cedex (France)

Résumé :

La logique épistémique dynamique (DEL) introduite par Baltag et col. et la logique propositionnelle dynamique (PDL) proposent différentes sémantiques aux événements. La seconde se prête facilement à l'introduction d'événements inverses et de relations d'accessibilité épistémiques. Nous appelons EDL le formalisme résultant. Nous montrons alors que DEL peut être traduit dans EDL grâce à cet emploi d'événements inverses. Il s'ensuit que EDL est plus expressive et générale que DEL.

Mots-clés : Logique dynamique épistémique, logique propositionnelle dynamique

Abstract:

Dynamic epistemic logic (DEL) as viewed by Baltag et col. and propositional dynamic logic (PDL) offer different semantics of events. It turns out that converse events and epistemic accessibility relations can be easily introduced in PDL. We call EDL the resulting formalism. We then show that DEL can be translated into EDL thanks to this use of converse events. It follows that EDL is more expressive and general than DEL.

Keywords: dynamic epistemic logic, propositional dynamic logic

1 Introduction

But : raisonner sur la perception d'événements.

Rendre compte des modes variés de perception d'événements est le but d'une famille de systèmes formels appelés logiques épistémiques dynamiques. Ces systèmes ont été proposés dans une série de publications, principalement par Plaza, Baltag, Gerbrandy, van Benthem, van Ditmarsch et Kooi [9, 7, 6, 13, 15, 16]. Les logiques épistémiques dynamiques ajoutent du dynamisme à la logique épistémique d'Hintikka en transformant les modèles épistémiques.

La logique épistémique dynamique se concentre sur des événements particuliers appelés updates. Les updates peuvent être vus comme des annonces faites aux agents. La forme la plus simple d'update est l'annonce publique à la Plaza ; quand le contenu de l'annonce est propositionnel une telle annonce correspond à l'opération d'expansion d'AGM [1]. Un autre exemple d'update est l'annonce de groupe à la Gerbrandy [6, 7]. Notons que DEL-updates diffèrent des Katsuno-Mendelzon-updates qui sont étudiés dans la littérature IA [8].

Dans [2, 4, 3] et ailleurs, Baltag et col. proposèrent une logique épistémique dynamique qui eut beaucoup d'influence. Nous faisons référence à cette logique par le terme DEL. Il a été montré que leur approche subsume toutes les autres logiques épistémiques dynamiques, ce qui justifie notre acronyme. La sémantique de DEL est basée sur deux types de modèle : un modèle statique M^s (appelé "state model" par Baltag) et un modèle dynamique fini M^d (appelé modèle d'action épistémique par Baltag). M^s modélise le monde réel et les croyances des agents s'y rapportant. Ce n'est rien d'autre qu'un bon vieux modèle épistémique à la Hintikka. M^d modélise l'événement réel qui a lieu et les croyances des agents s'y rapportant. Les croyances des agents peuvent être incomplètes (l'événement a a eu lieu mais l'agent ne peut pas distinguer l'occurrence de a de celle de a') et même erronées (l'événement a a eu lieu mais l'agent l'a perçu comme étant a' par erreur). M^s et M^d sont alors combinés par une construc-

tion par produit restreint qui définit la situation après que l'événement réel a eu lieu, c'est à dire le monde réel résultant et les croyances des agents s'y rapportant.

Sémantique des événements : produits vers relations d'accessibilité. Naturellement, nous serions intéressés d'exprimer dans DEL qu'une action a a eu lieu, c'est à dire de donner une sémantique à l'événement inverse a^- dans le cadre de DEL. Cela n'est pas clair comment on pourrait le faire précisément. La seule approche dont nous ayons connaissance est celle de Yap [18] qui ne parvient pas à obtenir une caractérisation complète.

D'un autre côté, dans PDL, les événements sont interprétés comme des relations de transition entre mondes possibles, et pas comme des produits restreints de modèles comme dans DEL. Les événements inverses a^- peuvent être facilement interprétés en inversant la relation d'accessibilité associée à a . La logique résultante est appelée l'extension temporelle de PDL.

A cela nous ajoutons un opérateur épistémique. Nous appelons Logique Dynamique Epistémique (temporelle) EDL la combinaison de la logique épistémique et de PDL avec inverse.¹

Une sémantique en terme de relations d'accessibilités est plus flexible que la sémantique par produit de DEL : nous avons plus d'options concernant l'interaction entre les événements et les croyances. Notre contribution essentielle dans cet article est de rendre compte de cette interrelation délicate grâce à des contraintes sur les relations d'accessibilité : une contrainte de no-forgetting, une contrainte de no-

learning et une contrainte de déterminisme épistémique.

Traduire DEL dans EDL . Afin de démontrer la puissance de notre approche nous proposons une traduction de DEL dans EDL : nous exprimons la structure d'un DEL modèle dynamique M^d par une théorie non logique $\Gamma(M^d)$ of EDL, et nous prouvons qu'une formule φ est valide dans DEL si et seulement si c'est une conséquence logique de $\Gamma(M^d)$ dans EDL.

Ainsi, contrairement à DEL nous évitons de faire référence à une structure sémantique (c'est à dire le DEL modèle dynamique M^d) dans la définition même du langage. On réussit à encoder la structure du DEL modèle dynamique en une théorie non logique $\Gamma(M^d)$ grâce aux événements inverses. Par exemple $[a]B_i(\langle a^- \rangle \top \vee \langle b^- \rangle \top)$ exprime que l'agent i perçoit l'occurrence de a comme étant celle de a ou b .

Organisation de l'article. Cet article est organisé comme suit. Dans la section 2 nous introduisons un langage portant sur les croyances, les événements et les événements inverses. Dans la section 3, nous proposons une sémantique pour ce langage, et définissons notre logique EDL. Dans la section 4 nous exposons la sémantique par produit restreint de Baltag pour le fragment du langage sans événement inverse, et exposons sa logique DEL. Dans la section 5 nous associons une théorie $\Gamma(M^d)$ à chaque modèle dynamique M^d , et prouvons que les conséquences de $\Gamma(M^d)$ dans EDL correspondent aux validités de DEL. Cela laisse à penser que EDL est plus expressive et générale que DEL, et nous nous concentrerons sur ce point pour conclure dans la section 6.

¹EDL est liée à la logique dynamique doxastique DDL [11, 12]. Jusqu'à maintenant la recherche dans DDL se concentrait principalement sur sa relation avec la théorie de la révision des croyances d'AGM, et étudiait des événements particuliers de la forme $+\varphi$ (expansion par φ), $*\varphi$ (révision par φ), et $-\varphi$ (contraction par φ). EDL et DDL coïncident en ce qui concerne les annonces propositionnelles.

2 Les langages

Nous supposons donné un ensemble de symboles propositionnels $PROP = \{p, q, \dots\}$, des symboles d'agents $AGT = \{i, j, \dots\}$, et des symboles d'événements $EVT = \{a, b, \dots\}$. Tous ces ensembles peuvent être infinis (alors que dans DEL AGT et EVT doivent être finis). A partir de ces ingrédients, le langage multi-modal est construit de façon standard à l'aide des opérateurs booléens \neg et \wedge , d'une famille d'opérateurs épistémiques B_i , pour tout $i \in AGT$ et d'une famille d'opérateurs dynamiques $[a]$ et $[a^-]$, pour $a \in EVT$.

La formule $B_i\varphi$ se lit "l'agent i croit que φ ". $[a]\varphi$ se lit " φ est vrai après n'importe quelle execution possible de l'événement a ". Les opérateurs modaux duaux $\hat{B}_i, \langle a \rangle$ and $\langle a^- \rangle$ sont définis de façon usuelle : $\hat{B}_i\varphi$ abrège $\neg B_i\neg\varphi$; $\langle a \rangle\varphi$ abrège $\neg[a]\neg\varphi$; $\langle a^- \rangle\varphi$ abrège $\neg[a^-]\neg\varphi$.

Le langage \mathcal{L}_{EDL} de EDL est le langage entier. Le langage \mathcal{L}_{DEL} de DEL est l'ensemble des formules de \mathcal{L}_{EDL} qui ne contiennent pas d'opérateur inverse $[a^-]$. Enfin, le langage épistémique \mathcal{L}_{EL} est l'ensemble des formules qui ne contiennent pas d'opérateur dynamique, c'est à dire construits à partir de $PROP$, les opérateurs booléens et l'opérateur B_i uniquement. Par exemple $[a]B_i[a^-]\perp$ est une \mathcal{L}_{EDL} -formule (qui n'appartient pas à \mathcal{L}_{DEL}).

3 EDL : logique dynamique épistémique avec inverse

Quand on construit des modèles qui traitent des notions de croyance et d'événement, le problème central est de rendre compte de l'interaction entre ces différentes notions. Dans notre sémantique basée sur PDL, ce problème est résolu en proposant des contraintes sur les relations d'accessibilité respectives.

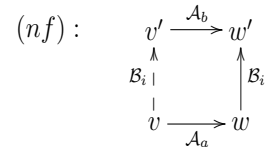
3.1 Sémantique

Les EDL-modèles sont de la forme $M = \langle W, V, \{\mathcal{A}_a\}_{a \in EVT}, \{\mathcal{B}_i\}_{i \in AGT} \rangle$ où W est un ensemble de mondes possibles, $V : PROP \rightarrow 2^W$ une valuation, et les $\mathcal{A}_a \subseteq W \times W$ et $\mathcal{B}_i \subseteq W \times W$ sont des relations d'accessibilité sur W . La relation \mathcal{A}_a^{-1} est l'inverse de \mathcal{A}_a . On considère parfois les relations d'accessibilité comme des applications qui associent un ensemble de mondes à un monde, et écrivons par exemple $\mathcal{A}_a^{-1}(w) = \{v : \langle w, v \rangle \in \mathcal{A}_a^{-1}\} = \{v : \langle v, w \rangle \in \mathcal{A}_a\}$.

Nous supposons que les EDL-modèles satisfont les contraintes suivantes appelés *no forgetting*, *no learning* et *epistemic determinism* :

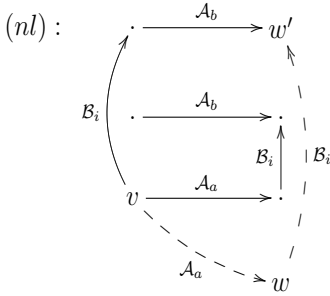
- (nf) Si $v(\mathcal{A}_a \circ \mathcal{B}_i \circ \mathcal{A}_b^{-1})v'$ alors $v\mathcal{B}_iv'$.
- (nl) Si $(\mathcal{A}_a \circ \mathcal{B}_i \circ \mathcal{A}_b^{-1})(v) \neq \emptyset$ alors $(\mathcal{B}_i \circ \mathcal{A}_b)(v) \subseteq (\mathcal{A}_a \circ \mathcal{B}_i)(v)$.
- (ed) Si $w_1, w_2 \in \mathcal{A}_a(v)$ alors $\mathcal{B}_i(w_1) = \mathcal{B}_i(w_2)$.

Informellement, le principe *no-forgetting* (aussi connu sous le nom de perfect recall [5]) nous dit que chaque monde, tel que l'occurrence d'un événement b dans ce monde donne comme résultat une alternative possible pour l'agent i après l'occurrence de a , est une alternative possible pour l'agent i avant l'occurrence de a . Formellement, supposons que w résulte de l'occurrence de l'événement a dans le monde v ; si dans le monde w , le monde w' est une alternative pour l'agent i , et w' résulte de l'événement b dans un monde v' , alors v' était déjà possible pour l'agent i dans le monde v .



Pour comprendre le principe *no-learning* (aussi connu sous le nom de no miracle

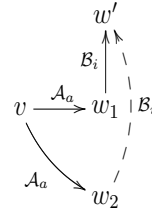
[14]), supposons que l'agent i perçoit l'occurrence de a comme étant celle de b_1, b_2, \dots ou b_n . Alors, informellement, le principe *no-learning* nous dit que chaque monde résultant de l'occurrence de b_1, b_2, \dots ou b_n dans une des alternatives possibles de l'agent i avant l'occurrence de a est bien une alternative possible après a pour l'agent i . Formellement, supposons que l'agent i perçoit b comme une alternative possible de a ($(\mathcal{A}_a \circ \mathcal{B}_i \circ \mathcal{A}_b^{-1})(v) \neq \emptyset$). Si dans le monde v le monde w' est un résultat possible de l'occurrence de b pour l'agent i , alors le monde w' est une alternative possible pour l'agent i dans un monde $w \in \mathcal{A}_a(v)$.



Pour comprendre (ed), supposons que nous avons $v\mathcal{A}_aw_1$ et $v\mathcal{A}_aw_2$. Alors (ed) impose aux états épistémiques de w_1 et w_2 d'être identiques : $\mathcal{B}_i(w_1) = \mathcal{B}_i(w_2)$. Cela découle de notre hypothèse que les événements sont feedback-free (aussi connus sous le nom d'uninformative events [?]) : les agents ne peuvent pas distinguer entre leurs différents résultats non-déterministes. Ce sont des événements dont les agents apprennent seulement leur occurrence, mais pas leur résultat. Un exemple de tel événement est l'action de jeter une pièce de monnaie sans regarder le résultat. Un exemple d'événement non feedback-free est l'action de jeter une pièce de monnaie et regarder le résultat : ici la contrainte de déterminisme épistémique est violée.

La valeur de vérité d'une formule φ dans un monde w d'un modèle M est notée

(ed) :



$M, w \models \varphi$ et est définie comme d'habitude par :

$$M, w \models p \text{ ssi } w \in V(p)$$

$$M, v \models B_i\varphi \text{ ssi } M, v' \models \varphi \text{ pour tout } w' \in \mathcal{B}_i(v)$$

$$M, v \models [a]\varphi \text{ ssi } M, w \models \varphi \text{ pour tout } w \in \mathcal{A}_a(v)$$

$$M, w \models [a^-]\varphi \text{ ssi } M, v \models \varphi \text{ pour tout } v \in \mathcal{A}_a^{-1}(w)$$

La valeur de vérité d'une formule φ dans un EDL-modèle M est notée $M \models \varphi$ et est définie par : $M, w \models \varphi$ pour tout $w \in W$. Soit Γ un ensemble de \mathcal{L}_{EDL} -formules. La relation de conséquence (globale) est définie par :

$$\Gamma \models_{\text{EDL}} \varphi \text{ ssi pour tout EDL-modèle } M, \text{ si } M \models \psi \text{ pour tout } \psi \in \Gamma \text{ alors } M \models \varphi.$$

Par exemple nous avons

$$\{[b]\varphi, \langle a \rangle B_i \langle b^- \rangle \top\} \models_{\text{EDL}} [a] B_i \varphi \text{ et } \models_{\text{EDL}} (B_i[b]\varphi \wedge \langle a \rangle B_i \langle b^- \rangle \top) \rightarrow [a] B_i \varphi. (*)$$

Considérons $\varphi = \perp$ dans (*) : $B_i[b]\perp$ signifie que la perception de l'événement b était inattendue pour l'agent i , tandis que $\langle a \rangle B_i \langle b^- \rangle \top$ signifie que l'agent i perçoit en réalité l'occurrence de a comme étant celle de b .

De notre contrainte no-forgetting, il s'ensuit que $[a]B_i\perp$ (ce qui est possible car nous n'avons pas supposé que la relation d'accessibilité \mathcal{B}_i était sérielle).

En fait, il serait préférable d'éviter que les croyances des agents deviennent inconsistantes : dans de telles situations l'on devrait effectuer une révision des croyances.

3.2 Complétude

L'axiomatique de EDL est composée des principes de la logique multimodale K pour tous les opérateurs modaux B_i , $[a]$ et $[a^-]$, plus les axiomes (Conv₁), (Conv₂), (NF) et (NL) ci-dessous :

- $$\begin{aligned} (\text{Conv}_1) \quad & \vdash_{\text{EDL}} \varphi \rightarrow [a]\langle a^- \rangle \varphi \\ (\text{Conv}_2) \quad & \vdash_{\text{EDL}} \varphi \rightarrow [a^-]\langle a \rangle \varphi \\ (\text{NF}) \quad & \vdash_{\text{EDL}} B_i \varphi \rightarrow [a]B_i[b^-] \varphi \\ (\text{NL}) \quad & \vdash_{\text{EDL}} \langle a \rangle \hat{B}_i \langle b^- \rangle \top \rightarrow ([a]B_i \varphi \rightarrow B_i[b] \varphi) \\ (\text{ED}) \quad & \vdash_{\text{EDL}} \langle a \rangle B_i \varphi \rightarrow [a]B_i \varphi \end{aligned}$$

(Conv1) et (Conv2) sont les axiomes d'inversion standards de la logique temporelle et de converse PDL. (NF), (NL) et (ED) axiomatisent respectivement no forgetting, no learning et epistemic determinism.

Nous écrivons $\Gamma \vdash_{\text{EDL}} \varphi$ quand φ est prouvable à partir de l'ensemble de formules Γ dans ce système axiomatique.

EDL possède la complétude forte :

Proposition 3.1 *Pour tout ensemble de \mathcal{L}_{EDL} -formules Γ et \mathcal{L}_{EDL} -formules φ ,*

$$\Gamma \models_{\text{EDL}} \varphi \text{ si et seulement si } \Gamma \vdash_{\text{EDL}} \varphi.$$

Proof. La preuve découle du théorème de Sahlqvist [10] : tous nos axiomes (NF), (NL), (ED) sont de la forme requise, et correspondent respectivement aux contraintes sémantiques (nf), (nl), (ed). QED

4 DEL : modèles statiques, modèles dynamiques, et leurs produits

Nous présentons ici la version sans itération de la logique épistémique dynamique DEL de Baltag [4, 3].

4.1 Sémantique

Les *Modèles Statiques* sont juste des modèles de la forme $M^s = \langle W, V, \{\overset{s}{\rightarrow}_i\}_{i \in \text{AGT}} \rangle$, où W est un ensemble arbitraire, $V : \text{PROP} \rightarrow 2^W$ une valuation et les $\overset{s}{\rightarrow}_i \subseteq W \times W$ sont des relations d'accessibilité sur W .

Les *Modèles dynamiques* sont de la forme $M^d = \langle \text{EVT}, \text{Pre}, \{\overset{d}{\rightarrow}_i\}_{i \in \text{AGT}} \rangle$, où $\text{Pre} : \text{EVT} \rightarrow \mathcal{L}_{\text{EL}}$ est une fonction de précondition associant des formules épistémiques aux événements, et les $\overset{d}{\rightarrow}_i \subseteq \text{EVT} \times \text{EVT}$ sont des relations d'accessibilité sur EVT . Par exemple l'événement a tel que $\text{Pre}(a) = \top$ correspond au 'skip' (rien ne se passe) de PDL et $\text{Pre}(b) = p$ correspond à l'action d'apprendre que p est vraie. Quand nous avons $\overset{d}{\rightarrow}_i(a) = \{b\}$ alors l'occurrence de a est perçue par l'agent i comme celle de b .

Nous rappelons que EVT est l'ensemble des événements atomiques. Dans DEL il est supposé *fini*. De plus, tout $\overset{d}{\rightarrow}_i$ est supposé être *sérial* : pour tout $a \in \text{EVT}$ il y a au moins un $b \in \text{EVT}$ tel que $a \overset{d}{\rightarrow}_i b$. (Rappelons que nous n'avons pas supposé la sérialité pour les relations d'accessibilité statiques.)

Etant donnés $M^s = \langle W, V, \{\overset{s}{\rightarrow}_i\}_{i \in \text{AGT}} \rangle$ et $M^d = \langle \text{EVT}, \text{Pre}, \{\overset{d}{\rightarrow}_i\}_{i \in \text{EVT}} \rangle$, leur produit $M^s \otimes M^d$ est un modèle statique décrivant la situation après que l'événement

ment décrit par M^d a eu lieu dans M^s :

$$M^s \otimes M^d = \langle W', V', \{\overset{s'}{\longrightarrow}_i\}_{i \in AGT} \rangle$$

où le nouvel ensemble de mondes possibles est $W' = \{\langle w, a \rangle : M^s, w \models \text{Pre}(a)\}$, la nouvelle valuation est $V'(p) = \{\langle w, a \rangle : w \in V(p)\}$, et les nouvelles relations d'accessibilité statiques sont définies par

$$\langle w_1, a_1 \rangle \overset{s'}{\longrightarrow}_i \langle w_2, a_2 \rangle \text{ ssi } w_1 \overset{s}{\longrightarrow}_i w_2 \text{ et } a_1 \overset{d}{\longrightarrow}_i a_2.$$

Alors que la condition de vérité pour l'opérateur épistémique est identique à celle de la logique épistémique d'Hintikka et celle d'EDL, la construction par produit restreint donne une sémantique à l'opérateur $[a]$ qui est bien différente de celle de PDL et EDL :

$$M^s, w \models [a]\varphi \text{ ssi } M^s, w \models \text{Pre}(a) \text{ implique } M^s \otimes M^d, \langle w, a \rangle \models \varphi$$

Finalement, la validité de φ dans DEL (notée $\models_{\text{DEL}} \varphi$) est définie comme d'habitude comme la vérité dans tous les mondes de tous les DEL-modèles. Notons que la validité signifie la validité par rapport à un modèle dynamique M^d fixé.

La condition de vérité pour l'opérateur dynamique met en valeur le fait que DEL est une extension dynamique de la logique épistémique tandis que EDL est une extension épistémique de PDL.

4.2 Complétude

Supposons donné un modèle dynamique M^d . L'axiomatique de DEL est composée des principes de la logique multimodale K pour les opérateurs modaux B_i et $[a]$, plus les axiomes ci-dessous [4, 3].

$$(A1) \quad \vdash_{\text{DEL}} [a]p \leftrightarrow (\text{Pre}(a) \rightarrow p)$$

$$(A2) \quad \vdash_{\text{DEL}} [a]\neg\varphi \leftrightarrow (\text{Pre}(a) \rightarrow \neg[a]\varphi)$$

$$(A3) \quad \vdash_{\text{DEL}} [a]B_i\varphi \leftrightarrow (\text{Pre}(a) \rightarrow B_i[b_1]\varphi \wedge \dots \wedge B_i[b_n]\varphi)$$

où b_1, \dots, b_n est la liste de tous les b tels que $a \overset{d}{\longrightarrow}_i b$.

On note $\vdash_{\text{DEL}} \varphi$ lorsque φ est prouvable à partir de ces principes.

5 De DEL à EDL

Dans cette section nous montrons que DEL peut être injecté dans EDL. Nous le faisons en construisant une EDL-théorie particulière qui capture un DEL modèle dynamique M^d donné et simule la construction produit.

Definition 5.1 Soit $M^d = \langle EVT, \text{Pre}, \{\overset{d}{\longrightarrow}_i\}_{i \in AGT} \rangle$ un modèle dynamique. L'ensemble des formules $\Gamma(M^d)$ associé à M^d ('la théorie de M^d ') est constituée des axiomes non-logiques suivant :

- (1) $p \rightarrow [a]p$ et $\neg p \rightarrow [a]\neg p$, pour tout $a \in EVT$ et $p \in PROP$;
- (2) $\langle a \rangle \top \leftrightarrow \text{Pre}(a)$, pour tout $a \in EVT$;
- (3) $[a]B_i(\langle b_1^- \rangle \top \vee \dots \vee \langle b_n^- \rangle \top)$, où b_1, \dots, b_n est la liste de tous les b tels que $a \overset{d}{\longrightarrow}_i b$;
- (4) $\hat{B}_i \text{Pre}(b) \rightarrow [a]\hat{B}_i \langle b^- \rangle \top$, pour tout $\langle a, b \rangle \in \overset{d}{\longrightarrow}_i$.

Notons que $\Gamma(M^d)$ est finie car dans DEL l'ensemble des événements EVT et l'ensemble des agents AGT sont tous les deux finis. \triangleleft

L'axiome de déterminisme est en fait une conséquence logique de $\Gamma(M^d)$ dans EDL.

Lemma 5.2 Pour tout \mathcal{L}_{EDL} -formule φ nous avons $\Gamma(M^d) \models_{\text{EDL}} \langle a \rangle \varphi \rightarrow [a]\varphi$.

Nous avons alors le résultat essentiel suivant.

Theorem 5.3 Soit M^d un DEL modèle dynamique. Soit ψ une formule de \mathcal{L}_{DEL} . Alors

$$\models_{DEL} \varphi \text{ ssi } \Gamma(M^d) \models_{EDL} \varphi$$

Il s'ensuit que

$$\vdash_{DEL} \varphi \text{ ssi } \Gamma(M^d) \vdash_{EDL} \varphi$$

Cela fournit donc une nouvelle axiomatisation des validités de DEL.

6 Discussion et conclusion

Nous avons présenté une logique dynamique épistémique EDL dont la sémantique diffère de celle de la logique épistémique dynamique DEL de Baltag et col. Nous avons montré que DEL peut être injectée dans EDL. Ce résultat nous permet de conclure que EDL est une alternative intéressante à la logique de Baltag et col. Cependant, EDL est plus expressive que DEL car elle permet de parler d'événements passés. Un autre de ses avantages est que l'on peut décrire partiellement un événement ayant lieu et quand même en tirer des conséquences, alors que dans DEL le modèle d'action doit tout spécifier. Plus généralement, EDL semble être plus flexible pour décrire des événements. Cela permet de modéliser des événements qui ne peuvent pas être modélisés dans DEL.

Nous allons démontrer ce dernier point par un exemple. Considérons la situation où il y a deux agents i et j , et il y a deux annonces privées possibles a et b avec pour préconditions respectives p et $\neg p$. Supposons que les agents ne savent rien de ce qui s'est passé excepté que a ou b ont eu lieu, c'est à dire formellement que $\langle a^- \rangle \top \vee \langle b^- \rangle \top$ est connaissance commune. De cela nous devrions en conclure que les agents ne savent rien du tout de la perception que l'autre agent a de l'événement (ce qui est en fait vrai en réalité).

Nous pouvons modéliser ce dernier point comme suit. D'abord on définit récursivement l'ensemble suivant de formules.

$$\begin{aligned} - \Phi_i^0 &= \Phi_i^0 = \{ \langle a^- \rangle \top, \langle b^- \rangle \top \} \\ - \Phi_i^n &= \{ B_i \varphi_j : \varphi_j \in \Phi_j^{n-1} \} \cup \\ &\quad \{ \bigwedge_{\{\varphi_j : \varphi_j \in \Phi_j^{n-1}\}} \hat{B}_i \varphi_j \} \end{aligned}$$

Par exemple on a

$$\Phi_i^1 = \{ B_i \langle a^- \rangle \top, B_i \langle b^- \rangle \top, \hat{B}_i \langle a^- \rangle \top \wedge \hat{B}_i \langle b^- \rangle \top \}$$

$$\Phi_j^2 = \{ B_j B_i \langle a^- \rangle \top, B_j B_i \langle b^- \rangle \top, B_j (\hat{B}_i \langle a^- \rangle \top \wedge \hat{B}_i \langle b^- \rangle \top) \} \cup \{ \hat{B}_j B_i \langle a^- \rangle \top \wedge \hat{B}_j B_i \langle b^- \rangle \top \wedge \hat{B}_j (\hat{B}_i \langle a^- \rangle \top \wedge \hat{B}_i \langle b^- \rangle \top) \}.$$

Naturellement, nous affirmons que l'ensemble de tous les $(\bigvee \Phi_i^n) \wedge (\bigvee \Phi_j^n)$ représente le fait que les agents ne savent rien à propos de la perception qu'a l'autre agent de l'événement. Nous pouvons alors prouver par induction sur n que $\{ \langle a^- \rangle \top \vee \langle b^- \rangle \top \} \vdash_{EDL} (\bigvee \Phi_i^n) \wedge (\bigvee \Phi_j^n)$ pour tout n .² Cela nous indique que la connaissance incomplète des agents de ce qui se passe est correctement représentée par $\{ \langle a^- \rangle \top \vee \langle b^- \rangle \top \}$.

De telles situations ne peuvent pas être décrites dans DEL car cela nécessiterait une infinité d'événements atomiques, et le modèle dynamique M^d devrait être infini.

Une autre approche qui associe DEL à la logique dynamique propositionnelle avec automate est [17]. Il n'a pas recours aux événements inverses et traduit les modèles dynamiques par une transformations sur les programmes de PDL. Comme nous l'avons dit dans la section 1, Yap a introduit les événements inverses dans DEL mais elle n'est pas arrivée à donner des axiomes de réduction pour l'opérateur modal inverse. Comme nous, elle ne traite pas de la révision des croyances et nous

²L'observation clé est que $\vdash_{EDL} B_i (\langle a^- \rangle \top \vee \langle b^- \rangle \top) \rightarrow (B_i \langle a^- \rangle \top \vee B_i \langle b^- \rangle \top \vee (\hat{B}_i \langle a^- \rangle \top \wedge \hat{B}_i \langle b^- \rangle \top))$

repoussons l'intégration de tels mécanismes à de futurs travaux.

Références

- [1] Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors, and David Makinson. On the logic of theory change : Partial meet contraction and revision functions. *J. of Symbolic Logic*, 50 :510–530, 1985.
- [2] Alexandru Baltag. A logic of epistemic actions. Technical report, CWI, 2000. <http://www.cwi.nl/~abaltag/papers.html>.
- [3] Alexandru Baltag and Lawrence S. Moss. Logics for epistemic programs. *Synthese*, 139(2) :165–224, 2004.
- [4] Alexandru Baltag, Lawrence S. Moss, and Slawomir Solecki. The logic of public announcements, common knowledge, and private suspicions. In *Proc. TARK'98*, pages 43–56. Morgan Kaufmann, 1998.
- [5] Ronald Fagin, Joseph Y. Halpern, Yoram Moses, and Moshe Y. Vardi. *Reasoning about knowledge*. MIT Press, 1995.
- [6] Jelle Gerbrandy. *Bisimulations on Planet Kripke*. PhD thesis, University of Amsterdam, 1999.
- [7] Jelle Gerbrandy and Willem Groeneveld. Reasoning about information change. *J. of Logic, Language and Information*, 6(2), 1997.
- [8] Hirofumi Katsuno and Alberto O. Mendelzon. On the difference between updating a knowledge base and revising it. In Peter Gärdenfors, editor, *Belief revision*, pages 183–203. Cambridge University Press, 1992.
- [9] J. A. Plaza. Logics of public communications. In M. L. Emrich, M. Z. Pfeifer, M. Hadzikadic, and Z. W. Ras, editors, *Proc. 4th Int. Symposium on Methodologies for Intelligent Systems*, pages 201–216, 1989.
- [10] H. Sahlqvist. Completeness and correspondence in the first and second order semantics for modal logics. In Stig Kanger, editor, *Proc. 3rd Scandinavian Logic Symposium 1973*, number 82 in *Studies in Logic*. North Holland, 1975.
- [11] Krister Segerberg. Belief revision from the point of view of doxastic logic. *Bulletin of the IGPL*, 3 :534–553, 1995.
- [12] Krister Segerberg. Two traditions in the logic of belief : bringing them together. In Hans Jürgen Ohlbach and Uwe Reyle, editors, *Logic, Language and Reasoning : essays in honour of Dov Gabbay*, volume 5 of *Trends in Logic*, pages 135–147. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.
- [13] Johan van Benthem. One is a lonely number : on the logic of communication. In Z. Chatzidakis, P. Koepke, and W. Pohlers, editors, *Logic Colloquium'02*, pages 96–129. ASL & A.K. Peters, Wellesley MA, 2006. Tech Report PP-2002-27, ILLC Amsterdam (2002).
- [14] Johan van Benthem and Eric Pacuit. The tree of knowledge in action : Towards a common perspective. In *Advances in Modal Logic*, pages 87–106, 2006.
- [15] Hans P. van Ditmarsch. Descriptions of game actions. *J. of Logic, Language and Information (JoLLI)*, 11 :349–365, 2002.
- [16] Hans P. van Ditmarsch, Wiebe van der Hoek, and Barteld Kooi. *Dynamic Epistemic Logic*. Kluwer Academic Publishers, 2007.
- [17] Jan van Eijck. Reducing dynamic epistemic logic to pdl by program transformation. Technical Report SEN-E0423, CWI, 2004.
- [18] Audrey Yap. Product update and looking backward. prepublications PP-2006-39, ILLC, 2006.