



**HAL**  
open science

## Conception d'un observateur PI pour un multimodèle découplé

Rodolfo Orjuela, Benoît Marx, José Ragot, Didier Maquin

► **To cite this version:**

Rodolfo Orjuela, Benoît Marx, José Ragot, Didier Maquin. Conception d'un observateur PI pour un multimodèle découplé. 8ème conférence internationale des Sciences et Techniques de l'Automatique, STA'2007, Nov 2007, Sousse, Tunisie. pp.CDRom. hal-00188360

**HAL Id: hal-00188360**

**<https://hal.science/hal-00188360>**

Submitted on 3 Jan 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Conception d'un observateur PI pour un multimodèle découplé

Rodolfo Orjuela, Benoît Marx, José Ragot et Didier Maquin

Centre de Recherche en Automatique de Nancy  
UMR 7039, Nancy-Université, CNRS  
2, Avenue de la Forêt de Haye, 54 516 Vandœuvre-lès-Nancy, France  
`prenom.nom@ensem.inpl-nancy.fr`

**Résumé.** *Ce document aborde l'estimation d'état des systèmes non linéaires. L'approche proposée repose sur la représentation du système par un multimodèle découplé. Ce type de multimodèle constitue une alternative au multimodèle dit de Takagi-Sugeno classiquement utilisé. En effet, contrairement à ce dernier, le multimodèle découplé permet l'utilisation d'un vecteur d'état de dimension différente pour chaque sous-modèle et en ce sens, l'approche présentée est originale. L'estimation d'état proposée est effectuée à l'aide d'un observateur de type Proportionnel - Intégral (PI) connu pour ses propriétés de robustesse. La synthèse de ce type d'observateur pour un multimodèle découplé n'a pas fait, à notre connaissance, l'objet de travaux de recherche. Des conditions suffisantes pour garantir la convergence de l'erreur d'estimation sont données sous une forme LMI.*

**Mot clés.** *Estimation d'état ; observateur PI ; systèmes non linéaires ; multimodèle découplé.*

## 1 Introduction

De nos jours les sciences de l'ingénieur font largement appel à l'estimation de l'état des systèmes. En effet, la connaissance complète de l'état d'un système est souvent nécessaire à l'élaboration d'une loi de commande ou à la mise en place d'une stratégie de surveillance ou de diagnostic. Or l'état d'un système n'est en règle générale que partiellement disponible et les signaux d'entrée et de sortie sont en pratique les seules grandeurs accessibles par mesure. La solution la plus répandue pour pallier ce problème consiste à coupler au système un système auxiliaire, appelé estimateur ou observateur d'état.

L'observateur fournit une estimation de l'état du système à partir de son modèle et des mesures de ses entrées et sorties. L'observateur classiquement utilisé, dans le cadre de systèmes linéaires, est dit à gain Proportionnel (P) ou de Luenberger [1]. Il est cependant bien connu que l'estimation d'état fournie par ce type d'observateur se dégrade considérablement si le modèle du système en question est mal connu ou si des perturbations inconnues agissent sur la sortie ou sur l'état du système.

Afin d'améliorer l'estimation d'état vis-à-vis des incertitudes paramétriques et/ou des perturbations, un observateur à gain Proportionnel-Intégral (PI) peut

être utilisé. En effet, l'observateur PI, proposé dans [2] et depuis largement étudié dans la littérature, permet d'intégrer un certain degré de robustesse dans l'estimation d'état grâce à l'action intégrale [3].

La question de la synthèse des observateurs P ou PI, d'ordre plein ou réduit pour les systèmes linéaires, est abordée dans [3,4]. En revanche, l'estimation d'état pour les systèmes non linéaires, bien qu'ayant fait l'objet de nombreux travaux de recherche, demeure un sujet d'actualité.

La solution proposée dans ce document pour estimer l'état d'un système non linéaire repose sur l'approche multimodèle. L'idée de l'approche multimodèle est d'appréhender le comportement d'un système non linéaire en effectuant une décomposition du comportement dynamique du système en un nombre fini de zones de fonctionnement, chaque zone étant caractérisée par un sous-modèle. En fonction de la zone où le système évolue, la sortie de chaque sous-modèle est plus ou moins mise à contribution à travers un mécanisme d'interpolation, souvent une *fonction de pondération*. Le comportement global du système non linéaire est ainsi approximé en prenant en considération la contribution de chaque sous-modèle.

Les multimodèles constituent alors un outil adapté à la modélisation des systèmes non linéaires. En effet, n'importe quel système non linéaire peut être approximé avec une précision imposée en augmentant le nombre de sous-modèles et en optimisant la structure des fonctions de pondération. L'approche multimodèle permet également d'envisager l'extension des outils développés dans le cadre des systèmes linéaires aux systèmes non linéaires sans effectuer une analyse spécifique de la non-linéarité du système, à condition toutefois d'avoir des sous-modèles linéaires et pour des fonctions de pondération particulières.

Filev [5] présente, dans un contexte de modélisation floue (directement transposable aux multimodèles), deux structures possibles pour prendre en considération la contribution de chaque sous-modèle. Dans la première structure, les sous-modèles partagent le même vecteur d'état (*multimodèle de Takagi-Sugeno*); dans la deuxième, les sous-modèles sont découplés, leurs vecteurs d'état étant différents (*multimodèle découplé*).

La structure du multimodèle de Takagi-Sugeno est la plus répandue aussi bien dans l'analyse que dans la synthèse des multimodèles [6]. L'estimation d'état d'un système non linéaire à l'aide de ce type de multimodèle s'effectue en général en utilisant un *multiobservateur* P (extension de l'observateur P des systèmes linéaires) [7,8]. Cependant, d'autres types de multiobservateurs ont également été développés (par exemple, à entrées inconnues [9] et à modes glissants [10]).

En revanche, peu de travaux existent sur les multimodèles découplés. Il convient cependant de souligner que des travaux sur l'identification [11,12] et la commande [13,14] des systèmes non linéaires ont déjà mis à profit cette structure et ont démontré son intérêt. Quant à l'estimation d'état, une démarche pour effectuer la synthèse d'un observateur P, en utilisant un multimodèle découplé a été proposée dans [15].

Notre contribution réside dans l'extension de cette démarche à la conception d'un observateur de type PI, de façon à améliorer l'estimation d'état vis-à-vis

des incertitudes paramétriques et/ou des perturbations. Notre approche se démarque des approches multimodèles de type Takagi-Sugeno classiquement utilisées du fait que le multimodèle découplé permet l'utilisation d'un vecteur d'état de dimension différente pour chaque sous-modèle.

Cet article est organisé comme suit : dans la section 2, deux structures de multimodèles caractérisées par un état commun ou non sont présentées. Des conditions suffisantes (sous forme LMI) assurant la convergence de l'erreur d'estimation sont exposées dans la section 3. Enfin, la section 4 propose un exemple académique de reconstruction d'état d'un multimodèle découplé. Une comparaison entre l'estimation d'état obtenue avec un observateur P et un observateur PI en présence d'une perturbation sur la sortie est également établie.

## 2 Structures des multimodèles

Plusieurs structures permettent d'interconnecter les différents sous-modèles afin de générer la sortie globale du multimodèle. Deux structures essentielles de multimodèles peuvent être distinguées selon l'utilisation, par les différents sous-modèles, d'un état unique ou de plusieurs états indépendants. En ce qui concerne les différentes techniques d'identification d'un multimodèle, le lecteur peut consulter [6,11,16].

### 2.1 Multimodèle de Takagi-Sugeno

La structure du multimodèle de Takagi-Sugeno est de la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} , \quad (1)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(t)) C_i x(t) ,$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  le vecteur de commande,  $y \in \mathbb{R}^p$  le vecteur de mesures et  $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$  et  $C_i \in \mathbb{R}^{p \times n}$  sont des matrices constantes et connues.

Les  $\mu_i(\xi(t))$  sont les *fonctions de pondération* qui assurent le passage entre les sous-modèles. Elles possèdent les propriétés suivantes :

$$\sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(t)) = 1 , \quad \forall t \quad (2a)$$

$$0 \leq \mu_i(\xi(t)) \leq 1 , \quad \forall i = 1 \dots L, \quad \forall t \quad (2b)$$

où  $\xi(t)$  est la variable de décision accessible en temps réel et qui dépend, par exemple, des variables d'état mesurables et/ou du signal d'entrée du système.

Remarquons par ailleurs que ce type de multimodèle est construit en effectuant une somme pondérée des différents paramètres  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  des sous-modèles. Par conséquent, le multimodèle de Takagi-Sugeno est analogue à un système à paramètres variables dans le temps.

## 2.2 Multimodèle découplé

Le multimodèle découplé est construit à partir de l'agrégation des sous-modèles sous la forme d'une structure à états découplés [5] :

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A_i x_i(t) + B_i u(t) , \\ y_i(t) &= C_i x_i(t) , \\ y(t) &= \sum_{i=1}^L \mu_i(\xi(t)) y_i(t) , \end{aligned} \tag{3}$$

où  $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$  et  $y_i \in \mathbb{R}^p$  sont respectivement le vecteur d'état et le vecteur de sortie du  $i^{\text{ème}}$  sous-modèle.  $A_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n_i \times m}$  et  $C_i \in \mathbb{R}^{p \times n_i}$  sont des matrices constantes et connues et  $u$ ,  $y$  et  $\xi$  ont été définies dans la section précédente.

La sortie globale du multimodèle découplé est donnée par la somme pondérée des sorties des sous-modèles. Les espaces d'état des sous-modèles sont ainsi complètement indépendants les uns des autres. Ce découplage entre les différents sous-modèles constitue le principal intérêt de cette structure. En effet, contrairement au multimodèle de Takagi-Sugeno, le multimodèle découplé permet l'agrégation de sous-modèles dont les vecteurs d'état sont de dimensions différentes (à condition toutefois que les vecteurs d'entrée et de sortie aient la même dimension). Cette structure de multimodèle est donc adaptée à la modélisation des systèmes fortement non linéaires dont la structure varie (dimension du vecteur d'état variable) en fonction de la zone de fonctionnement.

**Notations.** Par la suite une matrice  $P$  définie positive (négative) sera notée  $P > 0$  ( $P < 0$ ) et la transposée d'une matrice  $P$  sera notée  $P^T$ .  $I$  est la matrice identité de dimension appropriée. Afin d'alléger l'écriture  $\mu_i(\xi(t))$  sera abrégée sous la forme  $\mu_i(t)$ .

## 3 Estimation d'état

On souhaite estimer l'état d'un système non linéaire décrit par un multimodèle découplé. La reconstruction de l'état est réalisée à l'aide d'un observateur de type Proportionnel Intégral (PI). L'observateur proposé est synthétisé en adoptant une démarche similaire à celle proposée dans [17] pour effectuer la synchronisation d'un système chaotique. Des conditions de convergence de l'erreur d'estimation d'état sont présentées sous la forme d'un ensemble d'inégalités linéaires matricielles LMIs [18] (Linear Matrix Inequalities).

Les équations (3) du multimodèle découplé peuvent s'écrire sous une forme plus condensée en introduisant un vecteur d'état augmenté :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) , \\ y(t) &= \tilde{C}(t)x(t) , \end{aligned} \tag{4}$$

où

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_L \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_i \\ \vdots \\ B_L \end{bmatrix}, \tilde{C}(t) = \begin{bmatrix} \mu_1(t)C_1^T \\ \vdots \\ \mu_i(t)C_i^T \\ \vdots \\ \mu_L(t)C_L^T \end{bmatrix}^T \quad \text{et}$$

$$x(t) = [x_1^T(t) \cdots x_i^T(t) \cdots x_L^T(t)]^T \in \mathbb{R}^n, n = \sum_{i=1}^L n_i .$$

Il est possible de constater, d'après l'expression (4), que l'équation régissant la dynamique du multimodèle découplé est linéaire et à paramètres constants. En effet, la non-linéarité, introduite par les fonctions de pondération, se situe seulement au niveau de l'équation de sortie du multimodèle. En effet, la matrice  $\tilde{C}(t)$  est à paramètres variables dans le temps.

### 3.1 Structure de l'observateur PI

Un terme intégral  $z(t)$ , issu de l'intégration de la sortie du multimodèle, est introduit afin d'ajouter par la suite l'action intégrale dans l'équation de l'observateur. Le multimodèle découplé (4) devient alors :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) , \\ \dot{z}(t) &= \tilde{C}(t)x(t) , \\ y(t) &= \tilde{C}(t)x(t) , \end{aligned} \quad (5)$$

où  $z(t) = \int_0^t y(\xi)d\xi$ . Les équations précédentes peuvent se mettre sous la forme compacte :

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= \tilde{A}_1(t)X(t) + \tilde{C}_1\tilde{B}u(t) , \\ Y_1(t) &= \tilde{C}(t)\tilde{C}_1^T X(t) , \\ Y_2(t) &= \tilde{C}_2^T X(t) , \end{aligned} \quad (6)$$

avec

$$X = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}, \tilde{A}_1(t) = \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 \\ \tilde{C}(t) & 0 \end{bmatrix}, \tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} . \quad (7)$$

La reconstruction de l'état du multimodèle découplé (6) est effectuée à l'aide d'un observateur PI de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}(t) &= \tilde{A}_1(t)\hat{X}(t) + \tilde{C}_1\tilde{B}u(t) + K_P(Y_1 - \hat{Y}_1) + K_I(Y_2 - \hat{Y}_2) , \\ \hat{Y}_1(t) &= \tilde{C}(t)\tilde{C}_1^T \hat{X}(t) , \\ \hat{Y}_2(t) &= \tilde{C}_2^T \hat{X}(t) . \end{aligned} \quad (8)$$

Remarquons que dans l'équation (8) de l'observateur PI n'apparaissent que les variables accessibles par mesure, c'est-à-dire l'entrée et la sortie du multimodèle (les mesures des sorties de chaque sous-modèle étant indisponibles).

### 3.2 Synthèse de l'observateur PI

La synthèse de l'observateur consiste à chercher des matrices  $K_P$  et  $K_I$  telles que l'erreur d'estimation définie par :

$$e(t) = X(t) - \hat{X}(t) , \quad (9)$$

tende vers zéro quelles que soient les conditions initiales.

En utilisant les expressions de  $X(t)$  et de  $\hat{X}(t)$  données respectivement par les équations (6) et (8), la dynamique de l'erreur d'estimation est alors donnée par :

$$\dot{e}(t) = A_{obs}(t)e(t) , \quad (10)$$

avec

$$A_{obs}(t) = \tilde{A}_1(t) - K_P \tilde{C}(t) \tilde{C}_1^T - K_I \tilde{C}_2^T . \quad (11)$$

La convergence de l'erreur d'estimation est assurée si pour un mélange arbitraire entre les sous-modèles, la matrice  $A_{obs}(t)$  reste toujours de Hurwitz.

Remarquons par ailleurs que la matrice  $\tilde{C}(t)$  admet l'écriture suivante :

$$\tilde{C}(t) = \sum_{i=1}^L \mu_i(t) \bar{C}_i , \quad (12)$$

où  $\bar{C}_i$  est une matrice bloc de la forme :

$$\bar{C}_i = [0 \cdots C_i \cdots 0] . \quad (13)$$

D'autre part, en utilisant l'expression (12), la matrice  $\tilde{A}_1(t)$  définie plus haut devient :

$$\tilde{A}_1(t) = \sum_{i=1}^L \mu_i(t) \bar{A}_i , \quad (14)$$

où

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 \\ \bar{C}_i & 0 \end{bmatrix} . \quad (15)$$

Finalement, en utilisant les expressions (12) et (14) la matrice  $A_{obs}(t)$  s'écrit :

$$A_{obs}(t) = \sum_{i=1}^L \mu_i(t) (\bar{A}_i - K_P \bar{C}_i \tilde{C}_1^T - K_I \tilde{C}_2^T) . \quad (16)$$

Une condition pour garantir la convergence de l'erreur d'estimation (9) est énoncée dans le théorème suivant :

**Théorème 1.** *S'il existe une matrice symétrique et définie positive  $P$ , des matrices  $L_P$  et  $L_I$  vérifiant les LMIs suivantes :*

$$(P\bar{A}_i - L_P \bar{C}_i \tilde{C}_1^T - L_I \tilde{C}_2^T) + (P\bar{A}_i - L_P \bar{C}_i \tilde{C}_1^T - L_I \tilde{C}_2^T)^T < 0 . \quad (17)$$

*pour  $i = 1 \dots L$ , alors l'observateur (8) est asymptotiquement convergent. Les gains de l'observateur sont donnés par  $K_P = P^{-1}L_P$  et  $K_I = P^{-1}L_I$ .*

*Démonstration.* La démonstration de ce théorème est réalisée en considérant une fonction candidate de Lyapunov de la forme :

$$V(e(t)) = e^T(t)Pe(t), \quad P > 0 \quad P = P^T . \quad (18)$$

La convergence asymptotique de l'erreur d'estimation est garantie si :

$$\exists P = P^T > 0 \rightarrow V(e(t)) > 0 \text{ et } \dot{V}(e(t)) < 0 . \quad (19)$$

La première contrainte est satisfaite par le choix de la fonction candidate de Lyapunov (18). Des conditions assurant la deuxième contrainte doivent alors être établies.

La dérivée par rapport au temps de la fonction (18) est donnée par :

$$\dot{V}(e(t)) = \dot{e}^T(t)Pe(t) + e^T(t)P\dot{e}(t) , \quad (20)$$

soit encore en introduisant l'équation de la dynamique de l'erreur donnée par (10) :

$$\dot{V}(e(t)) = e^T(t) (A_{obs}^T(t)P + PA_{obs}(t)) e(t) , \quad (21)$$

qui est une forme quadratique en  $e(t)$ . Compte tenu de (19), une *condition suffisante* pour assurer la convergence de l'erreur d'estimation est de garantir :

$$A_{obs}^T(t)P + PA_{obs}(t) < 0 . \quad (22)$$

On obtient en introduisant l'expression (16) de  $A_{obs}(t)$  dans l'inégalité (22) :

$$\begin{aligned} P \sum_{i=1}^L \mu_i(t) (\bar{A}_i - K_P \bar{C}_i \tilde{C}_1^T - K_I C_2^T) \\ + \sum_{i=1}^L \mu_i(t) (\bar{A}_i - K_P \bar{C}_i \tilde{C}_1^T - K_I C_2^T)^T P < 0 . \end{aligned} \quad (23)$$

Compte tenu de la propriété (2b) des fonctions de pondération, la précédente inégalité est également satisfaite si :

$$P(\bar{A}_i - K_P \bar{C}_i \tilde{C}_1^T - K_I \tilde{C}_2^T) + (\bar{A}_i - K_P \bar{C}_i \tilde{C}_1^T - K_I \tilde{C}_2^T)^T P < 0, \quad i = 1 \dots L. \quad (24)$$

Il convient de souligner que cette inégalité est non linéaire par rapport aux variables  $K_P$ ,  $K_I$  et  $P$ . Cependant, en effectuant un changement de variables de la forme  $L_P = PK_P$  et  $L_I = PK_I$ , l'inégalité matricielle (24) devient :

$$(P\bar{A}_i - L_P \bar{C}_i \tilde{C}_1^T - L_I \tilde{C}_2^T) + (P\bar{A}_i - L_P \bar{C}_i \tilde{C}_1^T - L_I \tilde{C}_2^T)^T < 0, \quad i = 1 \dots L, \quad (25)$$

qui est bien une LMI en  $P$ ,  $L_P$  et  $L_I$ . Le théorème 1 est ainsi démontré.  $\square$



## 4 Exemple

### 4.1 Estimation d'état

Il s'agit d'estimer l'état d'un système décrit par un multimodèle découplé constitué de  $L = 2$  sous-modèles de dimensions différentes. Les valeurs numériques des matrices  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  sont :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0.5 & 0.6 \\ -0.3 & -0.9 & 0 \\ -1.3 & 0.6 & -0.8 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.5 \\ 0.2 & 0.3 & 0.8 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.6 \\ 0.3 & -1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.8 \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ -0.3 & 0.2 \end{bmatrix}.$$

La variable de décision  $\xi(t)$  est ici le signal de commande  $u(t)$ . Les fonctions de pondération sont obtenues par la normalisation de fonctions de type gaussien :

$$\mu_i(\xi(t)) = \omega_i(\xi(t)) / \sum_{j=1}^L \omega_j(\xi(t)), \quad (26)$$

$$\omega_i(\xi(t)) = \exp\left(-(\xi(t) - c_i)^2 / \sigma^2\right), \quad (27)$$

de dispersion  $\sigma = 0.4$  et de centres  $c_1 = 0.25$  et  $c_2 = 0.75$ .

Une solution, satisfaisant le théorème 1, est donnée par :

$$P = \begin{bmatrix} 0.7688 & -0.1132 & -0.2572 & -0.0488 & 0.0197 & -0.1628 & 0.0712 \\ -0.1132 & 1.1459 & 0.1475 & -0.0398 & 0.0113 & -0.0444 & -0.2343 \\ -0.2572 & 0.1475 & 0.9952 & 0.0301 & -0.0134 & -0.1126 & 0.0804 \\ -0.0488 & -0.0398 & 0.0301 & 1.7996 & -0.5658 & 0.0099 & 0.0053 \\ 0.0197 & 0.0113 & -0.0134 & -0.5658 & 1.2996 & -0.0031 & -0.0013 \\ -0.1628 & -0.0444 & -0.1126 & 0.0099 & -0.0031 & 1.0773 & -0.0322 \\ 0.0712 & -0.2343 & 0.0804 & 0.0053 & -0.0013 & -0.0322 & 1.0687 \end{bmatrix},$$

$$K_P = \begin{bmatrix} -0.0126 & 0.0303 & -0.0352 & 0.1128 & 0.0417 & 0.9353 & -0.0545 \\ -0.1939 & -0.0243 & 0.0342 & -0.1526 & -0.0403 & -0.0220 & 0.9842 \end{bmatrix}^T,$$

$$K_I = \begin{bmatrix} 1.4524 & 0.0273 & 0.5318 & 0.0343 & 0.0056 & 1.2149 & -0.0925 \\ -0.2764 & 0.8597 & -0.3213 & 0.0273 & 0.0149 & -0.0043 & 1.1995 \end{bmatrix}^T.$$

L'erreur d'estimation est illustrée sur la figure 1 où les  $e_i(t)$  représentent les composantes du vecteur d'erreur d'estimation. Il est possible de constater la bonne estimation des états des sous-modèles fournie par l'observateur PI proposé. L'erreur à l'origine du temps provient de la différence entre les conditions initiales de l'observateur et celles du multimodèle.

### 4.2 Estimation d'état en présence d'une perturbation

Une perturbation est maintenant ajoutée sur la sortie du multimodèle afin de comparer les performances de l'observateur synthétisé dans l'exemple précédent

à celles d'un observateur P. La perturbation, de type rampe, injectée sur la sortie  $y_1(t)$ , apparaît à  $t = 5$  et sa valeur à l'instant  $t = 50$  est de 10. L'observateur P est synthétisé en adoptant la démarche exposée dans [15]. Le gain de l'observateur obtenu est :

$$K = \begin{bmatrix} 0.3001 & 0.3001 & -0.0796 & 0.3899 & 0.1866 \\ -0.2767 & -0.0812 & 0.6160 & -0.4690 & 0.0108 \end{bmatrix}^T.$$

Les erreurs d'estimation obtenues avec les deux observateurs sont présentées sur la figure 2. Il est possible de constater que pour cet exemple, l'observateur PI rejette mieux la perturbation appliquée sur la sortie.

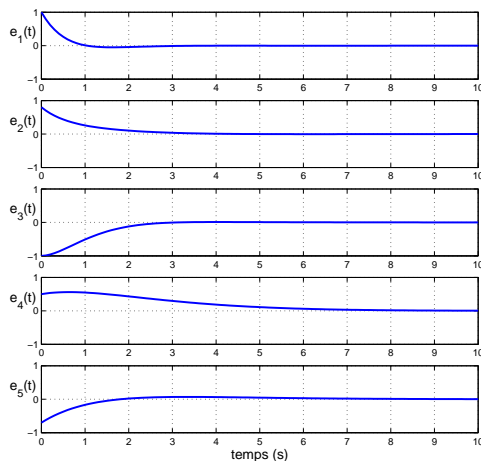


FIG.1. Erreur d'estimation d'état.

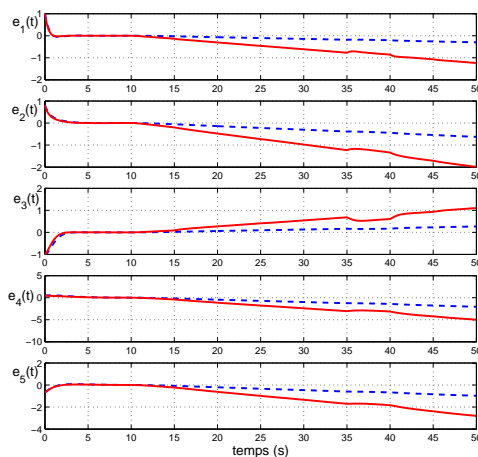


FIG.2. Erreur d'estimation d'état. Observateur P (trait plein), Observateur PI (en pointillés).

## 5 Conclusions et perspectives

L'estimation d'état d'un système non linéaire a été abordée dans ce document. L'observateur d'état est construit à partir de la représentation du système par un multimodèle découplé. L'approche proposée est intéressante en ce sens qu'elle se démarque des approches multimodèles de type Takagi-Sugeno classiquement utilisées. En effet, contrairement à l'observateur de type Takagi-Sugeno, l'observateur proposé permet d'introduire un vecteur d'état de dimension différente pour chaque sous-modèle. La convergence de l'observateur a été analysée et des conditions suffisantes ont été données en utilisant un formalisme LMI. Les estimations d'état obtenues avec l'observateur PI et un observateur P ont été comparées sur un exemple de simulation.

Parmi les points pouvant faire l'objet de travaux ultérieurs, on peut mentionner la réduction du conservatisme de la solution proposée en utilisant d'autres fonctions candidates de Lyapunov. Il peut être envisagé, dans un contexte de diagnostic, d'étendre la démarche exposée à l'estimation d'entrées inconnues à l'aide d'un observateur PI.

## Références

1. Luenberger, D.G. : An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control* **16**(6) (1971) 596–602
2. Beale, S., Shafai, B. : Robust control system design with a proportional integral observer. *International Journal of Control* **50**(1) (1989) 97–111
3. Weinmann, A. : *Uncertain Models and Robust Control*. Springer-Verlag Wien New York, Vienne (1991)
4. O'Reilly, J. : *Observers for linear systems*. Academic Press, London (1983)
5. Filev, D. : Fuzzy modeling of complex systems. *International Journal of Approximate Reasoning* **5**(3) (1991) 281–290
6. Murray-Smith, R., Johansen, T. : *Multiple model approaches to modelling and control*. Taylor & Francis, London (1997)
7. Tanaka, K., Sano, M. : On the concepts of regulator and observer of fuzzy control systems. In : *IEEE World Congress on Computational Intelligence, Orlando, USA (1994)* 767–772
8. Chadli, M. : *Stabilité et commande de systèmes décrits par des multimodèles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine (2002)
9. Akhenak, A., Chadli, M., Ragot, J., Maquin, D. : Estimation of state and unknown inputs of a nonlinear system represented by a multiple model. In : *11th IFAC Symposium on Automation in Mineral and Metal processing, Nancy, France (2004)*
10. Palm, R., Bergstern, P. : Sliding mode observer for a Takagi-Sugeno fuzzy system. In : *9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, San Antonio, USA (2000)* 665–670
11. Venkat, A., Vijaysai, P., Gudi, R. : Identification of complex nonlinear processes based on fuzzy decomposition of the steady state space. *Journal of Process Control* **13**(6) (2003) 473–488
12. Thiaw, L., Madani, K., Malti, R., Sow, G. : Implementation of recurrent multimodels for system identification. In : *4th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, ICINCO, Angers, France (2007)* 314–321
13. Gawthrop, P. : Continuous-time local state local model networks. In : *IEEE Conference on Systems, Man & Cybernetics, Vancouver, Canada (1995)* 852–857
14. Gregorcic, G., Lightbody, G. : Control of highly nonlinear processes using self-tuning control and multiple/local model approaches. In : *2000 IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems, INES 2000, Portoroz, Slovenia (2000)* 167–171
15. Orjuela, R., Marx, B., Maquin, D., Ragot, J. : Estimation d'état des systèmes non linéaires par une approche multimodèle découplé. In : *2ème Journées Doctorales–Journées Nationales MACS, JD-JN-MACS, Reims, France (2007)*
16. Gasso, K. : *Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multimodèle*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine (2000)
17. Hua, C., Guan, X. : Synchronization of chaotic systems based on PI observer design. *Physics Letters A* **334**(5-6) (2005) 382–389
18. Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V. : *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM studies in applied mathematics. SIAM, Philadelphia, P.A. (1994)