



HAL
open science

La robustesse en recherche opérationnelle et aide à la décision : une préoccupation multi facettes

Bernard Roy

► **To cite this version:**

Bernard Roy. La robustesse en recherche opérationnelle et aide à la décision : une préoccupation multi facettes. 2007. hal-00180549

HAL Id: hal-00180549

<https://hal.science/hal-00180549>

Preprint submitted on 19 Oct 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

La robustesse en recherche opérationnelle et aide à la décision : Une préoccupation multi facettes

Bernard Roy*

Les mathématiques ne sont qu'un moyen de transformation. Seule compte en fait la discussion des prémisses et des résultats (...). En aucun cas, la complexité et la valeur scientifique des déductions ne sauraient donner une valeur scientifique aux prémisses.

Maurice Allais ¹

Résumé

Après avoir précisé dans quel sens j'entends ici le qualificatif robuste, j'explique pourquoi je préfère parler de **préoccupation de robustesse** plutôt que **d'analyse de robustesse** qui risque d'être interprétée dans un sens trop restrictif.

Dans la section 2, je m'efforce d'approfondir et d'explicitier les multiples raisons d'être de cette préoccupation. Pour aller plus avant dans cet examen du caractère multi facettes de la préoccupation de robustesse, je propose, en section 3, de regarder les travaux traitant de robustesse en les répartissant sur trois versants. Dans la section suivante, j'ai recours à ces versants pour montrer à quel point les formes de réponses que devrait susciter cette préoccupation pourraient être encore plus variées qu'elles ne le sont actuellement. Pour terminer, je tente de circonscrire quelques facettes qui mériteraient d'être mieux explorées car susceptibles de porter des pistes de recherche pouvant conduire à d'autres formes de réponses.

Mots clefs : Préoccupation de robustesse ; typologie ; critères ; problèmes concrets ; voies de recherche.

* LAMSADE, Université Paris-Dauphine (roy@lamsade.dauphine.fr).

¹ Le comportement de l'homme rationnel devant le risque : Critique des postulats et axiomes de l'école américaine, *Econometrica*, Volume 21, Number 4, October 1953, 503-546.

Abstract

After having specified the meaning of the term “robust” in this paper, I explain why I prefer to talk about **robustness concerns** rather than **robustness analysis**, the latter being likely to be interpreted too narrowly.

In Section 2, I try to deepen the understanding of these concerns and to clarify their numerous *raisons d’être*. To proceed in this investigation of the multiple facets of such robustness concerns, I suggest in Section 3 to look at the works dealing with robustness, distributing them on three territories. In Section 4, I use these territories to show the extent to which the responses to these concerns could be even more varied than they currently are. To conclude, I try to identify several aspects that merit more attention because they could lead to new avenues of research that could in turn yield new forms of responses.

Key Words: Robustness concerns; typology; criteria; avenues of research.

1. Introduction

En recherche opérationnelle et aide à la décision (RO-AD), il est de plus en plus question de robustesse aussi bien dans les travaux publiés dans les grandes revues scientifiques que dans ceux (souvent moins formels) conduits en entreprise pour traiter un problème spécifique. Ces derniers sont toutefois mal connus car, lorsqu’ils sont publiés (ce qui est relativement rare), ils le sont dans des revues que la communauté scientifique a tendance à ignorer car elle les juge mineures. Le qualificatif « robuste » est employé en RO-AD avec des significations multiples qui prêtent à débat (voir à ce sujet, dans la référence Bulletin (2002-2006), les contributions de Aloulou *et al.* (n° 12, 2005), Dias (n° 13, 2006), Fernandez Barberis (n° 13, 2006), Rios Insua (n° 9, 2004), Rosenhead (n° 6, 2003), Roy (n° 6, 2002), Roy (n° 8, 2003), Sayin (n° 11, 2005), Sevaux, Sörensen (n° 10, 2004), Vincke (n° 8, 2003)). Cette suite de points de vue met en lumière le caractère polysémique de la notion de robustesse, lequel provient notamment du fait que cette notion peut, selon les cas, être apparentée (voire assimilée) à celle de flexibilité, stabilité, sensibilité et même équité.

Dans cet article, j’utilise le terme **robuste** en tant que qualificatif se rapportant à **une aptitude à résister à des « à peu près » ou à des « zones d’ignorances » afin de se protéger d’impacts jugés regrettables, notamment dégradation de propriétés à préserver** (cf. Roy, 2005). Les travaux qui traitent de robustesse cherchent à satisfaire (aussi bien que faire se peut) à cette aptitude. La robustesse relève par conséquent d’une démarche qui répond à une préoccupation : être apte à résister..., à se protéger...

Lors d’une réunion d’un groupe de travail en 2004, Philippe Vincke a fait remarquer que l’expression « analyse de robustesse », bien que fréquemment employée, lui

paraissait trop restrictive. J'ai proposé de lui substituer l'expression **préoccupation de robustesse**. En effet, parler d'analyse peut faire penser à un travail qui est effectué *a posteriori*. C'est par exemple ce qui se produit avec une analyse de sensibilité. La robustesse répond au contraire à une préoccupation qui doit intervenir *a priori* dès la formulation même du problème (ceci n'exclut pas de recourir à une analyse de sensibilité pour répondre, le cas échéant, à cette préoccupation).

Dans la prochaine section, je m'efforce d'approfondir et d'explicitier les multiples raisons d'être de cette préoccupation. Pour aller plus avant dans cet examen du caractère multi facettes de la préoccupation de robustesse, je propose, en section 3, de regarder les travaux traitant de robustesse en les répartissant sur trois versants : deux d'entre eux sont définis comme étant clairement opposés ; le troisième, qui se présente comme transversal, est destiné à supporter ceux des travaux qui, par certains traits, se situent plutôt sur l'un des deux premiers et, par d'autres, sur le second. Dans la section suivante, j'ai recours à ces trois versants pour montrer à quel point les formes de réponses que devrait susciter cette préoccupation pourraient être encore plus variées qu'elles ne le sont actuellement. Pour terminer, je tente de circonscrire quelques facettes qui mériteraient d'être mieux explorées car susceptibles de porter des pistes de recherche pouvant conduire à d'autres formes de réponses.

2. Raisons d'être de la préoccupation de robustesse

Dans une perspective d'aide à la décision, c'est à mon sens le souhait de tenir compte, autant que faire se peut, de notre ignorance qui est la raison d'être de la préoccupation de robustesse. Dans cette perspective, il ne faut jamais perdre de vue que les décisions que l'on cherche à éclairer seront :

1°) mises à exécution dans un contexte réel qui ne peut pas être rigoureusement conforme au modèle sur lequel l'aide prend appui ;

2°) jugées en faisant référence à un système de valeurs qui paraîtra pertinent (et pas nécessairement stable) dans un futur qui peut ne pas être bien défini, système de valeurs qui, par conséquent, risque de ne pas être tout à fait en accord avec celui qui a été utilisé pour traiter le modèle.

Il y a là deux raisons d'être de manque de conformité et donc d'écart entre :

– d'une part la **représentation formelle** (RF) constituée par le modèle et les procédures de traitement qui lui sont appliquées ;

– d'autre part la **réalité vécue** (RV) dans le cadre de laquelle la ou les décisions prises seront mises à exécution et jugées.

En aide à la décision, il importe donc de chercher à prendre en compte les à peu près, les zones d'ignorances qui sont responsables du fait que la représentation formelle

ne peut pas être rigoureusement conforme à la réalité vécue : $RF \neq RV$. Dans cette section, je vais illustrer (sans prétendre à l'exhaustivité) ces à peu près et zones d'ignorances.

Je crois utile auparavant de signaler que, parmi les publications traitant de robustesse, il s'en trouve de plus en plus qui, partant d'une formalisation simple (parfois même simpliste) du rapport susceptible d'exister entre RF et RV, traitent de questions qui relèvent avant tout de préoccupations théoriques. Ces dernières restent malgré tout souvent pertinentes pour la préoccupation de robustesse telle qu'elle a été définie en section 1. Je reviendrai sur cette facette en section 3.

Les à peu près et zones d'ignorances vis-à-vis desquels la préoccupation de robustesse vise à se protéger apparaissent, dans la représentation formelle, sous forme de ce que j'ai proposé d'appeler dans Roy (2005) des **points de fragilité**. La représentation formelle adoptée comme formalisation du problème peut être examinée selon les quatre points de vue ci-après pour mettre en évidence ces points de fragilité.

i) *Façon dont est traitée la mauvaise connaissance* : soit en la négligeant (données traitées comme certaines), soit en la modélisant avec une part d'arbitraire par une distribution de probabilités, des nombres flous, des seuils,...

ii) *Signification préférentielle discutable, voire abusive, attribuée à certaines données* : passage injustifié du qualitatif ou du numérique au quantitatif, signification inappropriée attribuée à des mesures dites objectives, données élaborées dans le cadre d'une procédure de questionnement,...

iii) *Façon de modéliser (notamment en choix de paramètres) utilisée pour prendre en compte un aspect complexe de la réalité difficile à appréhender car imparfaitement défini* : jeux de poids, mesures de capacité, fonctions d'utilité, niveaux de référence ou d'aspiration,...

iv) *Présence de paramètres essentiellement techniques, n'ayant pas ou peu de signification concrète (par exemple imposés par la procédure de traitement)* : écart minimum servant à garantir le caractère strict d'inégalité, bornes servant à délimiter un domaine d'investigation, paramètres intervenant dans le déroulement d'une méta heuristique,...

Se préoccuper de robustesse, c'est, en tout premier lieu, identifier ces points de fragilité dans RF. Ceux-ci dépendent bien évidemment de la façon dont le problème d'aide à la décision a été formulé puis modélisé. Ils peuvent aussi dépendre des procédures de traitement qui vont être utilisées. D'une façon générale, ces points de fragilité apparaissent comme connectés à des sources de contingence, d'incertitude ou d'arbitraire (cf. Roy, 1989 ; Roy, 2005, section 2.2). Les quatre points de vue qui précèdent (croisés avec ces sources qui se situent à un niveau supérieur) sont, je crois, de nature à aider le chercheur opérationnel à inventorier ces points de fragilité lorsqu'il est confronté à un problème concret.

Asseoir cet inventaire en ne s'intéressant qu'à ce qui, dans RF, ressort seulement de ce qui reflète une incertitude peut, dans bien des cas, conduire à laisser de côté un certain nombre de points de fragilité. Le terme « incertitude » ne couvre que très imparfaitement toutes les formes d'à peu près et de zones d'ignorances vis-à-vis desquels il s'agit de résister. C'est le cas par exemple pour les à peu près qui découlent de simplifications, de mauvaises déterminations ou d'options arbitraires. C'est de même le cas pour des zones d'ignorances qui proviennent de mauvaises connaissances relatives à la complexité de phénomènes ou de systèmes de valeurs.

Circonscrire la préoccupation de robustesse à la prise en compte d'incertitudes va généralement de pair avec un mode d'appréhension des relations entre représentation formelle et réalité vécue fondé sur le concept de scénario. Envisagée dans cette optique quelque peu réductrice, la recherche de robustesse repose sur la définition d'une famille finie ou infinie de scénarios. **Cette famille doit permettre d'internaliser dans RF les différentes réalités vécues qui méritent d'être considérées** : c'est l'incertitude dans laquelle on est d'attribuer une vraie valeur à certaines données ou paramètres qui oblige à considérer ces différentes réalités. Chaque scénario est ainsi défini en attribuant une valeur précise à chacune de ces données et paramètres.

J'ai montré dans Roy (2004, 2005) que, pour bien répondre à la raison d'être des préoccupations de robustesse, il était souhaitable de dépasser cette vision réductrice. Si l'on ne veut pas circonscrire la recherche de robustesse à la seule prise en compte d'incertitudes, il convient de s'affranchir du concept de scénario (lequel peut, de plus, être source de malentendus dans certains milieux professionnels). J'ai proposé de le remplacer par celui de **version** de la formulation du problème d'aide à la décision. Chaque version est définie à partir d'une combinaison d'options relatives aux points de fragilité du modèle. Elle représente une réalité méritant d'être considérée. La famille de versions ainsi définie peut en outre, dans certains cas, être insuffisante pour appréhender les relations entre RF et RV. Cela tient au fait que la préoccupation de robustesse peut rendre nécessaire que soit prise en compte non pas une seule procédure de traitement mais toutes celles d'une certaine famille. Les points de fragilité qui rendent nécessaire la prise en compte d'une telle famille peuvent provenir aussi bien de l'existence de paramètres techniques entrant dans la définition des procédures que de la personnalité des experts à qui l'on s'en remet pour effectuer le traitement du modèle (cf. Roy, 2005). Il peut même arriver que la préoccupation de robustesse ne fasse intervenir qu'une seule version de la formulation du problème à laquelle il s'agit d'appliquer la famille de procédures. Dans cette vision élargie de la préoccupation de robustesse, il convient donc de substituer, à la famille de scénarios, une famille constituée de tous les couples (**procédure, version**) jugés pertinents. C'est là un aspect de la raison d'être de la préoccupation de robustesse qui n'est pas sans lien avec ce dont il est question dans Vincke (1999a,b).

3. Trois versants pour situer les préoccupations de robustesse

Pour pouvoir mettre en évidence (dans la section suivante) les formes multiples que peuvent prendre les réponses à la préoccupation de robustesse compte tenu des raisons d'être qui viennent d'être exposées, je crois éclairant de recourir à une métaphore faisant appel à trois versants sur lesquels il est possible de situer les travaux traitant de robustesse. Dans la présente section, je vais décrire les caractéristiques de ces versants. Les deux premiers, notés *S* (standard) et *C* (concret) présentent des traits caractéristiques qui les opposent à bien des égards. Le troisième, noté *M* (mixte), est destiné à supporter ceux des travaux qui ne présentent que très imparfaitement les traits caractéristiques requis pour pouvoir être positionnés sur l'un des deux versants précédents.

a) *Sur le versant S*, je situe les travaux qui se placent dans le cadre d'une représentation formelle issue de modèles standards de la RO (cf. exemples en section 4) et qui prennent en compte les relations entre cette représentation formelle et des réalités vécues (généralement très peu explicitées) en considérant une famille de scénarios supposée préalablement définie par référence au modèle standard considéré. Ce modèle fait en général intervenir un critère d'optimisation. Le travail porte essentiellement sur la recherche et l'étude de solutions dites robustes eu égard à la famille de scénarios : sont qualifiées de robustes les solutions qui soit optimisent un critère de robustesse (étroitement lié au critère d'optimisation), soit possèdent certaines propriétés exigées (également liées au critère d'optimisation). Lorsque le problème d'optimisation relatif au modèle standard admet un algorithme de résolution polynomial, une des questions souvent abordées consiste à savoir s'il en est de même pour le problème de robustesse.

Parmi beaucoup d'autres, voici quelques publications typiques qui me paraissent pouvoir être situées sur ce versant : Aissi *et al.* (2005a, 2006), Aloulou, Della Croce (2005), Averbackh, Berman (1997), Averbackh, Lebedev (2004, 2005), Ben-Tal, Nemirovski (1999), Bertsimas, Sim (2003, 2004), Briand *et al.* (2005), Deineko, Woeginger (to appear), Gutiérrez *et al.* (1996), Hites (2000), Kalai *et al.* (submitted), Kouvelis, Yu (1997), Montemanni *et al.* (2004), Mulvey *et al.* (1995), Perny *et al.* (to appear), Snyder (to appear), Soyster (1973, 1979), Vallin (1999), Yaman *et al.* (2001), Yu, Yang (1998) (voir également infra les contributions de Aissi *et al.*, Gabrel et Murat, Kalai et Lamboray, Minoux, Paschos *et al.*, Salazar).

b) *Sur le versant C*, je situe les travaux dont le point de départ est un problème concret réel d'aide à la décision qu'il s'agit, en tout premier lieu, de formuler en relation avec des préoccupations de robustesse : la représentation formelle doit ici découler de cette formulation. Les relations à prendre en compte entre RF et RV ne se laissent pas ici nécessairement appréhender au travers d'une famille de scénarios qui s'imposeraient de façon presque évidente. Identifier les points de fragilité, concevoir une famille de

versions, éventuellement de couples (procédure, version) font partie intégrante du travail. Celui-ci peut encore porter (comme sur le versant S) sur la recherche et l'étude de solutions qualifiées de robustes. Toutefois, la façon de donner sens à ce qualificatif est ici contingente au problème étudié. Celui-ci peut faire intervenir des critères multiples. C'est dire que la robustesse n'est pas nécessairement liée à la présence d'un unique critère d'optimisation. Il peut, de façon plus ou moins complexe, faire intervenir des considérations de flexibilité ou de stabilité. En outre, le concept de solutions robustes peut ne pas être l'objet central du travail : celui-ci peut porter sur la mise en évidence de conclusions qui, selon le cas, pourront être qualifiées de parfaitement robustes, d'approximativement robustes ou de pseudo robustes (cf. Roy, 1998, 2005). Je reviendrai sur cet aspect en section 5.

Les publications qui se rapportent à ce versant sont peu nombreuses car, comme cela est bien connu, les véritables applications ne donnent qu'exceptionnellement lieu à articles acceptés dans les bonnes revues scientifiques. Sans prétendre à l'exhaustivité, je citerai ici Aissi (2005), Aissi *et al.* (2005b), Aloulou, Portmann (2005) ; Carr *et al.* (2006), Chang, Yeh (2002), Durieux (2003), Espinouse *et al.* (2005), Gabrel (1994), Kazakci *et al.* (2006), Rosenblatt, Lee (1987), Roy, Bouyssou (1993), Roy *et al.* (1986), Sevaux, Sørensen (2002, 2004), Siskos, Grigoroudis (2001) Il n'est certainement pas rare que des travaux situés sur le versant S ou sur le versant M (cf. ci-après) soient exploités dans le cadre d'applications en entreprises (sans pour autant donner lieu à une publication qui se situerait sur ce versant C). C'est par exemple le cas des travaux de Bertsimas et Sim qui ont été appliqués à EDF (cf. Remli, 2006) ou encore ceux de Aloulou qui ont été appliqués dans un atelier d'assemblage (cf. Aloulou, Portmann, 2005).

c) *Sur le versant M* , je situe tous les travaux qui ne présentent que trop imparfaitement tous les traits caractéristiques requis pour pouvoir être clairement affectés à l'un des deux versants S ou C . Cette insuffisance pour une affectation claire à l'un des versants va souvent de paire avec la présence de quelques traits caractéristiques (plus ou moins marqués) relatifs à l'autre versant. Il peut s'agir par exemple de travaux qui, sans avoir pour point de départ un problème réel qu'il est tout d'abord nécessaire de bien identifier, prennent néanmoins appui sur un type de problèmes concrets suffisamment bien défini. Ce type de problème conduit à s'intéresser à une représentation formelle qui s'éloigne des modèles standard. Dans ces conditions, l'identification des points de fragilité, la conception d'une famille de versions ou de couples (procédure, version) ne peuvent alors que découler d'hypothèses énoncées *a priori* sans ancrage dans un cadre concret bien spécifié. Il peut s'agir aussi de travaux qui portent sur la recherche et l'étude de solutions et/ou de conclusions robustes sans que la représentation formelle ne fasse intervenir un modèle standard de RO particulier. C'est notamment le cas lorsqu'on s'intéresse à une liste finie d'actions potentielles évaluées avec plusieurs critères, voire avec plusieurs juges (et cela sans avoir pour point de départ un problème concret qu'il a fallu commencer par identifier).

A titre d'exemple, je citerai ici Aloulou, Artigues (2006), Beuthe, Scannella (2001), Billaut, Roubellat (1996), Dias *et al.* (2002), Elkhyari *et al.* (2005), Gupta, Rosenhead (1972), Gutiérrez, Kouvelis, (1995), Kouvelis *et al.* (1992), Malcolm, Zenios (1994), Pierreval, Durieux (2006), Rosenhead (2001a,b), Rosenhead *et al.* (1972), Sengupta (1991), Sevaux *et al.* (2005) (voir également infra les contributions de Aloulou et Artigues, Greco *et al.*, Lamboray, Sanlaville, Sørensen et Sevaux, Vallin).

4. Variété des formes de réponse auxquelles conduit ou devrait conduire la recherche de robustesse

Ces formes de réponse sont multiples car on peut d'une part imaginer une très grande variété de problèmes théoriques suscitant des travaux sur le versant *S* ou sur le versant *M* et, d'autre part, envisager des contextes concrets extrêmement diversifiés suscitant des travaux trouvant place sur les versants *C* ou *M*.

4.1 Sur le versant *S*

La variété des problèmes découle ici des combinaisons qu'offrent quatre sources de diversification.

a) *Le modèle standard.* Il peut en fait s'agir de n'importe lequel des modèles standard de la recherche opérationnelle. Les travaux publiés concernent principalement les suivants (que je cite en vrac sans prétendre à l'exhaustivité) : job shop, flow shop, sac à dos, arbre couvrant, plus court chemin, voyageur de commerce, flot maximum, stable maximum, p-médian et p-centre en localisation,... et, bien sûr aussi, les modèles standard de programmation mathématique (notamment linéaire).

b) *Le (éventuellement les) critère(s) d'optimisation.* Bien qu'un critère unique parfaitement défini aille souvent de paire avec le modèle standard considéré, des variantes ont été étudiées et bien d'autres peuvent être imaginées. C'est par exemple le cas en relation avec le job shop et le flow shop. La prise en compte simultanée de plusieurs critères ne me paraît pas avoir suscité encore beaucoup de travaux, si ce n'est en traitant tous les critères sauf un comme des contraintes.

c) *La famille de scénarios.* Cette famille est généralement définie en considérant la valeur de certains paramètres comme incertaine. Ces paramètres sont soit ceux qui entrent dans la définition du critère d'optimisation, soit ceux qui interviennent dans certaines des contraintes. On suppose que ces paramètres peuvent prendre soit un petit nombre de valeurs, soit toutes celles comprises dans un intervalle. Un scénario est défini en attribuant à chacun des paramètres incertains une des valeurs possibles. On peut considérer ou non que toutes les combinaisons sont autorisées. Dans certains cas, les scénarios sont probabilisés ou ordonnés par vraisemblance décroissante.

d) *La forme des réponses recherchées.* Il s'agit ici principalement d'algorithmes permettant de découvrir ou d'approcher une, ou éventuellement toutes, les solutions qui, relativement à la famille de scénarios peuvent être qualifiées de robustes. Un très grand nombre de ces travaux prennent appui sur l'une des trois façons (que je qualifie précisément ci-après de standard) étudiées dans Kouvelis et Yu (1997) pour appréhender la plus ou moins grande robustesse d'une solution x : sont qualifiées de robustes celles des solutions réalisables qui optimisent un critère $r(x)$ pris comme mesure de la plus ou moins grande robustesse de la solution x .

Je rappelle brièvement comment sont définies ces trois mesures standard de la robustesse d'une solution. Elles font intervenir le critère v d'optimisation du modèle standard considéré. Celui-ci attribue à x une valeur $v_s(x)$ dans le scénario s . Je suppose ici que optimum signifie maximum.

– *Robustesse absolue.* La mesure de robustesse (qu'il s'agit ici de maximiser) est définie par la valeur que prend la solution dans le pire scénario : $r(x) = \min_s v_s(x)$.

– *Déviaton absolue.* La mesure de robustesse (qu'il s'agit ici de minimiser) est définie par la valeur que prend, dans le pire scénario le regret absolu qu'occasionne le fait que la solution diffère de celle qui serait optimale dans ce scénario : $r(x) = \max_s [v_s^* - v_s(x)]$ (v_s^* : valeur que prend la solution optimale dans le scénario s).

– *Déviaton relative.* La mesure de robustesse (qu'il s'agit ici de minimiser) est définie par la valeur que prend, dans le pire scénario, le regret relatif qu'occasionne le fait que la solution diffère de celle qui serait optimale dans ce scénario : $r(x) = \max_s \frac{v_s^* - v_s(x)}{v_s^*}$.

Certains travaux, notamment parmi les plus récent, sortent du cadre que je viens de présenter², en particulier parce qu'ils appréhendent autrement le concept de solution robuste (voir par exemple Bertsimas, Sim, 2003, 2004 ; Beuthe, Scannella, 2001 ; Kalai, 2006 ; Mulvey *et al.*, 1995 ; Soyster, 1973, 1979).

4.2 Sur le versant C

Les contextes décisionnels concrets qui suscitent des préoccupations de robustesse sont extrêmement diversifiés. Encore plus diversifiées sont les attentes des décideurs quant à la forme des réponses qu'ils souhaiteraient recevoir de la part de celles et ceux qui cherchent à les aider. Le plus souvent, ils ne sont pas préparés à expliciter les à peu près et zones d'ignorances qui vont compliquer le travail de ces chercheurs et ne savent

² Exception faite des travaux cités ci-après, la quasi-totalité des autres citées au 3.a entrent dans ce cadre.

pas nécessairement préciser jusqu'à quel point ils souhaitent éviter certains impacts qu'ils jugent regrettables et voir se dégrader certaines propriétés qu'ils voudraient préserver. Afin de mettre en évidence les facettes multiples de la préoccupation de robustesse qui se présentent sur ce versant *C*, j'aborde successivement ci-après trois grands types de contextes décisionnels et j'illustre dans chacun, à partir de quelques exemples très concrets, ce que peuvent être ces attentes du décideur (sur ce terme, je désigne l'entité pour le compte de qui ou au nom de qui l'aide à la décision s'exerce ; cf. Roy, 1985). Le lecteur trouvera dans Roy (2005, section 3) une série de références bibliographiques se rapportant à ces trois types de contextes décisionnels et notamment aux exemples dont il va être question.

a) *La décision a un caractère ponctuel et exceptionnel (elle ne s'étale ni ne se répète dans le temps)*

i) Choix d'un fournisseur suite à un appel d'offres pour l'acquisition et l'installation d'un nouvel équipement : supposons qu'une quinzaine de réponses aient été reçues et que chacune soit évaluée sur les cinq critères suivants : coût, délai, niveaux de satisfaction relatifs à deux types de performances, confiance accordée au fournisseur quant à son aptitude à respecter les délais et le cahier des charges. Les à peu près et zones d'ignorances affectent ici la façon dont les réponses reçues sont évaluées sur ces cinq critères (plus spécialement sur les trois derniers) ainsi que le rôle qu'il convient de faire jouer à chacun d'eux (autrement dit poids respectif et veto éventuel). Le décideur peut ici attendre du chercheur qu'il lui propose une sélection d'un nombre d'offres aussi restreint que ces à peu près et zones d'ignorances le permettent accompagnées, pour chacune d'elles, des arguments qui justifient qu'elles soient sélectionnées. L'argumentaire doit par exemple permettre de faire comprendre au décideur dans quelles conditions (hypothèses relatives ou à peu près et zones d'ignorances) l'offre considérée s'avère au moins aussi bonne que n'importe quelle autre tout en explicitant les risques qu'elle peut lui faire courir si ces conditions ne sont pas satisfaites.

ii) Fixation des caractéristiques structurelles d'un réseau d'assainissement dans une commune qui en est dépourvue : arrêter de façon optimale la valeur à donner à ces caractéristiques nécessite de connaître de façon suffisamment précise les besoins auxquels il s'agit de satisfaire tout au long de la durée de vie escomptée pour le réseau. Ces besoins sont en fait très mal connus car ils dépendent de multiples facteurs : évolution de la population, de ses habitudes de consommation, implantation de nouvelles activités, évolution de la réglementation des rejets, ... Si le chercheur envisage de formuler le problème en termes d'optimisation d'un critère unique, il ne peut restreindre ce critère à la seule prise en compte des coûts prévisionnels de construction et d'entretien du réseau. Il lui faut aussi prendre en compte les coûts que pourront entraîner son adaptation à des besoins qui s'avèreraient impossibles à satisfaire sans modifier les caractéristiques structurelles initialement arrêtées. Il lui faut également prendre en compte les préjudices qu'occasionneraient les surcoûts de construction initiale et d'entretien si les besoins s'avéraient à terme inutilement surestimés. Ceci

montre que la formulation d'un critère unique d'optimisation se heurte ici à de sérieuses difficultés. Même si le chercheur opérationnel peut trouver le moyen de les surmonter et de concevoir une famille de scénarios appropriée, il n'est pas évident que cette façon de formuler le problème d'aide à la décision soit la mieux adaptée pour répondre aux attentes du décideur. Attendre en effet que la décision soit robuste, c'est la vouloir telle que, le moment venu, elle puisse être justifiée comme étant une bonne décision et que, sauf circonstances considérées comme imprévisibles, aucun cas de grave insatisfaction des besoins ne se produise. Cet exemple montre que, dans certains cas, la préoccupation de robustesse peut devoir jouer un rôle déterminant dans la formulation même du problème d'aide à la décision.

b) *La décision a un caractère répétitif et/ou séquentiel*

i) Planning d'affectation du personnel navigant aux vols d'une compagnie aérienne : la préoccupation de robustesse incite par exemple à chercher à être apte à faire face à l'indisponibilité non prévue d'équipes (maladie, immobilisation en cours de mission,...) aussi bien qu'à des modifications de plans de vol (avion d'un autre type que celui initialement prévu,...). Comment faire face à ces aléas dans des conditions économiques aussi bien que légales qui soient acceptables sans entraîner pour autant des perturbations de planning susceptibles d'être très mal vécues par le personnel ? Telle est la question à laquelle le chercheur doit s'efforcer de répondre.

ii) Plan d'équipement conçu pour être mis à exécution par étapes : à chaque étape, la préoccupation de robustesse oblige à s'intéresser à la façon dont la décision prise à cette étape affecte les contextes dans lesquels s'inscriront les étapes futures. Cet impact d'une décision prise à l'étape n sur ce qui pourra se passer aux étapes ultérieures peut être très mal connu et difficile à formaliser (que l'on songe par exemple au cas d'une usine qui doit être livrée clés en mains puis exploitée sous la responsabilité du constructeur pendant dix ans dans un pays étranger). Il s'agit néanmoins de chercher à prendre en compte les possibilités d'adaptation et de réaction que la décision prise à chacune des étapes considérées préserve pour les étapes ultérieures. Si mal connues que soient les conditions dans lesquelles les décisions ultérieures pourront être prises, il importe de chercher à arrêter, à chaque étape, une décision qui ne rende pas impossibles ou ne dégrade pas trop les meilleures possibilités de choix ultérieur et, surtout, qui minimise le risque d'enfermer le décideur dans des conditions qui conduiraient à des résultats catastrophiques qui auraient pu être évités. La préoccupation de robustesse s'apparente donc ici à une préoccupation de flexibilité.

c) *La décision porte sur le choix d'une procédure destinée à être utilisée de façon répétitive dans des environnements (lieu, moment,...) dont les caractéristiques peuvent fortement varier*

i) Procédure d'aide à la gestion des réapprovisionnements d'un magasin : considérons le cas où les quantités qui sortent du magasin font l'objet, pour chaque produit, de prévisions portant sur les périodes à venir. Ces prévisions ne sont que des à

peu près. Il en est de même pour les délais de livraison annoncés par les fournisseurs. Le gestionnaire attend d'une procédure robuste qu'elle le protège aussi bien des stocks excessifs que de ruptures qui pourraient être jugées économiquement ou psychologiquement inacceptables.

ii) Procédure définissant la façon dont un budget global doit être réparti entre des bénéficiaires dispersés sur un territoire : supposons que ces bénéficiaires soient des entités (par exemple des associations) dont la taille et les besoins sont susceptibles de varier fortement aussi bien au cours du temps que dans l'espace. Face à ces variations, une procédure ne peut être qualifiée de robuste que si elle peut être jugée équitable dans tous les cas où elle doit s'appliquer.

iii) Procédure d'ajustement d'un modèle ayant pour objet de mettre en évidence, à partir d'enquêtes successives, la façon dont divers facteurs, sensés rendre compte d'une réalité, évoluent au cours du temps : pour fixer les idées, supposons que cette réalité ait trait à la satisfaction de consommateurs, de certains biens ou services. Les procédures d'ajustement en question consistent, le plus souvent, à déterminer, suite à chaque enquête, la valeur qu'il convient d'attribuer à ces facteurs pour que le modèle s'ajuste le mieux possible aux résultats de l'enquête. Supposons encore que ce « mieux possible » soit formalisé par un critère d'optimisation qui fait intervenir les écarts entre observation et valeur théorique fournis par le modèle. Les points de fragilité dont la préoccupation de robustesse doit tenir compte proviennent non seulement du fait que les réponses des enquêtés reflètent plus ou moins bien ce que l'on cherche à appréhender mais aussi de certains aspects plus techniques :

– présence dans le modèle de paramètres dépourvus de signification concrète tels que variables d'écart qui doivent être introduites pour pouvoir prendre en compte des inégalités qui doivent être strictes ;

– non unicité de la solution optimale et/ou présence de solutions voisines de l'optimum, toutes ces solutions pouvant être jugées aussi pertinentes pour rendre compte des observations.

La prise en compte de ces aspects techniques pour apprécier la robustesse de la procédure peut être vue ici comme étroitement liée à des préoccupations de stabilité.

4.3 Sur le versant M

Les formes de réponse auxquelles conduisent ou pourraient conduire les travaux situés sur le versant M peuvent être vues comme des formes hybrides de celles que suscitent ou devraient susciter les travaux situés sur les versants S et C . Les illustrer ici n'apporterait, je crois, rien de plus que ce qui vient d'être dit ci-dessus au 4.1 et au 4.2. Les références citées à la fin du 3.c) fourniront de nouveaux exemples au lecteur qui le souhaite.

5. Facettes et pistes de recherche à explorer

Celles et ceux qui sont responsables d'arrêter une décision ou, plus généralement, d'influencer un processus de décision n'attendent pas de l'aide à la décision qu'elle dicte leur conduite. Ils attendent des réponses qui leur apportent des informations utiles servant à baliser leur champ de réflexion et d'action. Il peut s'agir (cf. exemples du 4.b) de propositions de solutions plus ou moins argumentées, de conclusions, notamment du type si ... alors ..., de systèmes de règles ou de procédures garantissant des propriétés de flexibilité, de stabilité, d'équité,... Je voudrais tout d'abord attirer l'attention sur le fait que le chercheur n'est pas toujours bien armé pour élaborer ces réponses sous une forme adaptée aux attentes.

Quelles que soient les réponses qu'apporte le chercheur, celles-ci ne seront véritablement utiles que si la façon dont elles sont dépendantes ou encore conditionnées par la contingence, l'arbitraire ou encore l'ignorance qui affecte les relations entre d'une part représentation formelle conçue par le chercheur et d'autre part réalité susceptible d'être vécue par le décideur est convenablement prise en compte et explicitée après discussion avec des personnes compétentes. Ceci suppose que la formulation du problème d'aide à la décision soit conçue en tenant compte des préoccupations de robustesse et que les points de fragilité de la représentation formelle (procédure de traitement incluse) soient soigneusement identifiés. Ceci doit permettre d'élaborer ensuite une famille de scénarios ou de versions ou même de couples (procédure, version) qui ne soient ni trop pauvre ni trop riche. Tout ce travail d'élaboration, bien que très fortement conditionné par les particularités aussi bien du problème concret auquel il se rapporte qu'au type de procédures de traitement prises en compte, mériterait de donner lieu à des réflexions méthodologiques se situant sur le versant M . Il faudrait pour cela délimiter des classes de problèmes concrets définies en prenant appui d'une part sur une représentation formelle moins simpliste que celle fournie par les modèles standard et, d'autre part, sur une description des caractéristiques de l'environnement concret des problèmes de la classe considérée

Toujours sur le versant M à propos de classes bien délimitées de problèmes concrets, il me paraîtrait utile (en vue d'applications effectives) d'élaborer des procédures aptes à séparer ceux des points de fragilité qui ont un impact négligeable de ceux qui, au contraire, paraissent susceptibles d'entraîner une perte de robustesse dommageable. Relativement à ces derniers, il serait intéressant de chercher à savoir comment procéder pour parvenir à des conclusions parfaitement, approximativement ou pseudo robustes (cf. Roy, 2005, page 44), cela dans l'esprit des exemples qui vont être donnés plus loin.

Je rappelle que, sur le versant S , formulation du problème, inventaire des points de fragilité, famille de scénarios ou de versions font partie de ce qui doit être regardé comme des données du problème à propos duquel on se préoccupe de robustesse,

données qui sont censées découler d'un travail préalable, lequel a clos une fois pour toutes la question des relations entre RF et RV. Sur ce versant, les réponses actuellement recherchées sont, la plupart du temps, cantonnées dans une mise en évidence de solutions qui peuvent être qualifiées de robustes eu égard à un unique critère d'optimisation, lui aussi préalablement défini. Les quatre sources de diversité présentées au 4.a laissent place, dans ce cadre, pour un très grand nombre de combinaisons susceptibles de donner lieu à publication tout en restant dans les formes de réponses usuelles. Pour achever cet article, je voudrais attirer l'attention sur des pistes de recherche moins classiques qui pourraient conduire à des travaux situés sur le versant S ou sur le versant M visant à enrichir les formes de réponses et à mieux répondre aux attentes des décideurs, donc susceptibles de nouvelles applications sur le versant C .

Chacune des trois mesures standard de robustesse $r(x)$ dont j'ai rappelé la définition au 3.a fait jouer un rôle déterminant aux pires scénarios. Plusieurs auteurs (notamment Kalai *et al.*, 2005 ; Perny, Spanjaard, 2003 ; Rosenblatt, Lee, 1987 ; Snyder, to appear ; Snyder, Daskin, to appear) ont cherché à atténuer le rôle joué par le pire cas. Ils ont pour cela fait reposer le qualificatif robuste sur le fait de posséder une propriété définie autrement que par l'optimisation d'une mesure de robustesse. Il serait certainement intéressant de chercher à aller plus loin dans cette voie en diversifiant davantage les propriétés requises pour qu'une solution soit qualifiée de robuste.

On pourrait aussi s'intéresser à des mesures de robustesse qui contraignent les solutions qui les optimisent à jouir de propriétés remarquables moins simplistes que celles qui caractérisent les trois critères standard rappelés au 4.1d). Tout en m'inspirant, je propose ci-après trois mesures de robustesse qui me paraissent être de nature à cerner des solutions réellement pertinentes dans de nombreux contextes concrets. Pour introduire ces nouvelles mesures de robustesse, je conserve les notations du 4.1d) en modifiant toutefois (pour des raisons qui apparaîtront ci-après comme naturelles) la définition des v_s^* : dans ce qui suit, v_s^* est la valeur que prend la solution optimale dans le scénario s après élimination des solutions qui ne respectent pas la contrainte de borne b introduite ci-après (ceci équivaut, pour définir ce maximum, à ne prendre en considération que les solutions dont la mesure de robustesse est non nulle. Afin de simplifier le langage, je continue à faire référence à une famille de « scénarios » bien qu'il serait sans doute plus approprié de parler d'une famille de versions ou même de couples (procédure, version). Les nouvelles mesures proposées ci-après ne présentent un intérêt que si le nombre des « scénarios » (que je suppose fini) n'est pas réduit à quelques unités. C'est notamment le cas lorsque les « scénarios » sont définis en combinant les options retenues (par exemple optimistes, médianes, pessimistes) pour les divers points de fragilité.

Les définitions qui suivent reposent sur la donnée de deux valeurs limites b et w :

– $b (\geq 0)$ sert à caractériser une borne que le décideur demande de chercher à dépasser ou, au contraire, à ne pas franchir (selon celle des trois définitions qui est retenue) dans le plus grand nombre de scénarios possibles ;

– $w (\leq \max_x \min_s (v_s(x)))$ est la valeur en dessous de laquelle le décideur refuse de descendre quel que soit le scénario : valeur dite garantie.

Chacune des mesures de robustesse $r_{bw}(x)$ définies ci-après conduit à qualifier de robuste toute solution x qui maximise cette mesure :

i) *(b,w)-robustesse absolue* : $r_{bw}(x) = 0$ si il existe s tel que $v_s(x) < w$; sinon, $r_{bw}(x) =$ nombre des scénarios tels que $v_s(x) \geq b$; avec $b = \max_x \min_s (v_s(x))$, on retrouve comme solutions robustes celles que le critère standard de robustesse absolue conduit à qualifier de robustes (en effet, pour ces dernières, $r_{bw}(x)$ n'est autre que la cardinalité de la famille de scénarios).

ii) *(b,w)-déviaton absolue* : $r_{bw}(x) = 0$ si il existe s tel que $v_s(x) < w$; sinon, $r_{bw}(x) =$ nombre des scénarios tels que $v_s^* - v_s(x) \geq b$; avec $b = \min_s \max_x [v_s^* - v_s(x)]$, on retrouve encore comme solutions robustes celles que le critère standard de déviaton absolue conduit à qualifier de robustes lorsqu'on l'applique après élimination des solutions telles que $r_{bw}(x) = 0$.

iii) *(b,w)-déviaton relative* : $r_{bw}(x) = 0$ si il existe s tel que $v_s(x) < w$; sinon, $r_{bw}(x) =$ nombre des scénarios tels que $\frac{v_s^* - v_s(x)}{v_s^*} \leq b$; ici encore, avec $b = \min_s \max_x \frac{v_s^* - v_s(x)}{v_s^*}$, on retrouve comme solutions robustes celles que le critère standard de robustesse relative conduit à qualifier de robustes lorsqu'on l'applique après élimination des solutions telles que $r_{bw}(x) = 0$.

Les solutions ainsi qualifiées de robustes sont celles qui, tout en garantissant une valeur minimum w , maximisent le nombre des scénarios permettant d'atteindre une valeur qui :

- est au moins égale à une limite caractérisée par la borne b , cela avec la *(b,w)-robustesse absolue* : ici le décideur, tout en consentant une valeur garantie $w < \max_x \min_s (v_s(x))$, demande de maximiser le nombre des scénarios dans lesquels $v_s(x)$ atteint ou dépasse la borne b ;
- occasionne un regret absolu au plus égal à une limite caractérisée par la borne b , cela avec la *(b,w)-déviaton absolue* : ici le décideur, tout en consentant une

valeur garantie $w < \max_x \min_s (v_s(x))$, demande de maximiser le nombre des scénarios dans lesquels le regret absolu reste au plus égal à la borne b ;

- occasionne un regret relatif au plus égal à une limite caractérisée par la borne b , cela avec la (b,w) -déviation relative : ici le décideur, tout en consentant une valeur garantie $w < \max_x \min_s (v_s(x))$, demande de maximiser le nombre des scénarios dans lesquels le regret relatif reste au plus égal à la borne b .

A chaque décision ainsi qualifiée de robuste se trouve associé un petit nombre de scénarios qui ne respectent pas la borne imposée. Connaître ces scénarios peut constituer une information très utile au décideur pour choisir parmi les diverses solutions robustes. Il peut également souhaiter connaître la façon dont cet ensemble de scénarios varie lorsqu'il modifie quelque peu les valeurs de b et w .

Le lecteur trouvera en annexe un exemple numérique élémentaire conçu pour illustrer l'intérêt de la (b,w) -robustesse absolue et de la (b,w) -déviation absolue.

Dans le cas où chaque scénario peut être affecté d'une probabilité, on peut, dans chacune des trois définitions de $r_{bw}(x)$ introduites ci-dessus, substituer au nombre des scénarios compatibles avec la borne b la somme de leurs probabilités. Lorsque le nombre des scénarios est très grand, $r_{bw}(x)$ peut être défini non pas par le nombre mais par la proportion de ceux qui respectent la borne imposée. Dans tous les cas, discuter avec le décideur des valeurs qu'il souhaite attribuer aux paramètres b et w constitue un moyen pour appréhender son attitude face au risque que lui fait courir la présence des à peu près et zones d'ignorances.

Il serait je crois intéressant de trouver, pour chacune des trois mesures de robustesse proposées ci-dessus et relativement à certaines classes de problèmes bien identifiées, des façons de procéder pour asseoir des conclusions robustes telles que les suivantes.

Conclusions parfaitement robustes : avec $b=...$ et $w=...$, quelle que soit la solution robuste, le nombre (ou la proportion) des scénarios qui ne respectent pas la borne imposée est au moins égal (ou au plus égal) à...

Conclusions approximativement robustes : avec $b=...$ et $w=...$, la solution x est robuste et les scénarios qui ne respectent pas la borne imposée, bien que difficiles à caractériser rigoureusement, résultent d'une combinaison d'options extrêmes ayant trait aux points de fragilité suivants...

Conclusions pseudo robustes : une métaheuristique a permis de mettre en évidence le fait que, avec $b=...$ et $w=...$, il ne doit pas exister de solutions robustes qui respectent la borne imposée pour un nombre (ou une proportion) de scénarios supérieur à ... et, parmi ceux qui ne respectent pas cette borne, on trouve presque toujours les scénarios suivants...

Jusqu'ici, je me suis placé dans le cas où il existe un unique critère à optimiser et où le sens donné au qualificatif robuste repose sur la définition d'une mesure de robustesse qui fait intervenir ce critère unique. Il conviendrait de s'intéresser aussi à des classes de problèmes bien identifiées dans lesquelles les solutions sont jugées selon plusieurs critères. Dans ces nouveaux cas, prendre en compte la famille de critères pour concevoir une mesure de robustesse est une voie qui mérite d'être explorée. Il peut cependant être intéressant de chercher à asseoir le qualificatif robuste sur des propriétés requises qui ne reposent pas sur l'optimisation d'une mesure de robustesse (notamment parce qu'elles en font intervenir plusieurs). Cette façon de traiter la préoccupation de robustesse me paraît être tout à fait pertinente lorsque l'on est en présence d'un ensemble fini d'actions potentielles, le qualificatif robuste devant alors s'appliquer soit à une action sélectionnée ou à une procédure de sélection, à un classement des actions potentielles ou à une procédure de rangement, soit encore à une affectation des actions potentielles à des catégories prédéfinies ou à une procédure de tri. Ce sont là d'autres pistes qui commencent à être explorées (voir infra Greco *et al.*, Lamboray).

Remerciements

Une première version de cet article a bénéficié des remarques et commentaires de Hassene Aissi et de Daniel Vanderpooten. Ensuite, Mohamed Ali Aloulou et Eric Sanlaville ont bien voulu examiner une seconde version et me faire part de diverses critiques et suggestions très pertinentes. J'adresse ici mes plus vifs remerciements aux uns comme aux autres. Je suis également très reconnaissant envers Dominique François qui, une fois de plus, a bien voulu assurer avec beaucoup de soin les frappes et corrections successives en attirant mon attention sur les moindres anomalies ou incorrections de style qu'elle pouvait détecter.

Références

- Aissi H. (2005) : *Approximation et résolution des versions min-max et min-max regret de problèmes d'optimisation combinatoire*, Université Paris-Dauphine, Thèse de Doctorat.
- Aissi H., Bazgan C., Vanderpooten D. (2005a) : "Complexity of the min-max and min-max regret assignment problem", *Operations Research Letters* 33, 6, 634-640.
- Aissi H., Vanderpooten D., Vanpeperstraete J.M. (2005b) : "Robust approaches for the data association problem", in: *Proceedings of the 8th International Conference on Information Fusion (FUSION 2005)*, Philadelphia, USA.

Aissi H., Bazgan C., Vanderpooten D. (2006) : “Approximation of min-max and min-max regret versions of some combinatorial optimization problems”, *European Journal of Operational Research*.

Aloulou M.A., Artigues C. (2006) : “Worst-case evaluation of flexible solutions in disjunctive scheduling problems”, in: *The 2006 International Conference on Computational Science and its applications (ICCSA 2006)*, Glasgow, UK, May 8-11, 2006.

Aloulou M.A., Della Croce F. (2005) : “On the complexity of single machine scheduling problems under scenario-based uncertainty”, Université Paris-Dauphine, *Annales du LAMSADE* 4-5, 1-14.

Aloulou M.A., Portmann M.C. (2005) : « Une approche proactive réactive efficace, cas d’un atelier d’assemblage », in : Billaut J.C., Moukrim A., Sanlaville E. (sous la direction de) : *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*, Paris, Lavoisier, 243-261.

Averbakh I., Berman O. (1997) : “Minimax regret p-center location on a network with demand uncertainty”, *Location Science* 5, 4, 247-254.

Averbakh I., Lebedev V. (2004) : “Interval data minmax regret network optimization problems”, *Discrete Applied Mathematics* 138, 289-301.

Averbakh I., Lebedev V. (2005) : “On the complexity of minmax regret linear programming”, *European Journal of Operational Research* 160, 1, 227-231.

Ben-Tal A., Nemirovski A. (1999) : “Robust solutions of uncertainty linear program”, *Operations Research Letters*, Volume 25, Issue 1, 1-13.

Bertsimas D., Sim M. (2003) : “Robust discrete optimization and network flows”, *Mathematical Programming B*, 98, 49-71.

Bertsimas D., Sim M. (2004) : “The price of robustness”, *Oper. Res.* 52, 1, 35-53.

Beuthe M., Scannella G. (2001) : “Comparative analysis of UTA multicriteria methods”, *European Journal of Operational Research*, vol. 130, n° 2, 246-262.

Billaut J.C., Moukrim A., Sanlaville E. (sous la direction de) (2005) : *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*, Paris, Lavoisier.

Billaut J.C., Roubellat F. (1996) : “A new method for workshop real time scheduling”, *International Journal of Production Research* 34, 6, 1555-1579.

- Briand C., Huguet M.J., La H.T., Lopez P. (2005) : « Approches par contraintes pour l'ordonnancement robuste », in : Billaut J.C., Moukrim A., Sanlaville E. (sous la direction de) : *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*, Paris, Lavoisier, 191-218.
- Bulletin (2002-2006) du Groupe de Travail Européen « Aide Multicritère à la Décision » n° 6 à 13 (disponible à : <http://www.inescc.pt/~ewgmcda/Articles.html>).
- Carr R.D., Greenberg H.J., Hart W.E., Lauer K.E., Lin H., Morrison T., Phillips C.A. (2006) : “Robust optimisation of contaminant sensor placement for community water system”, *Mathematical Programming*, Serie B, 106(1-2), 337-356.
- Chang Y.H., Yeh C.H. (2002) : “A survey analysis of service quality for domestic airlines”, *European Journal of Operational Research* 139, 166-177.
- Deineko V.G., Woeginger G.J. (to appear) : “On the robust assignment problem under a fixed number of cost scenarios”, *Operations Research Letters*.
- Dias L.C., Mousseau V., Figueira J., Clímaco J. (2002) : “An aggregation/disaggregation approach to obtain robust conclusions with ELECTRE TRI”, *European Journal of Operational Research*, vol. 138, n° 2, 332-348.
- Durieux S. (2003) : *Analyse de performance par simulation et conception de systèmes de production robustes*, Université Blaise Pascal Clermont II, Thèse de Doctorat.
- Elkhyari A., Guéret C., Jussien N. (2005) : « Ordonnancement dynamique de projet », in : Billaut J.C., Moukrim A., Sanlaville E. (sous la direction de) : *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*, Paris, Lavoisier, 325-344.
- Escudero L.F. (1994) : “Robust decision making as a decision making aid under uncertainty”, in: Rios S. (ed.): *Decision Theory and Decision Analysis: Trends and Challenges*, Kluwer Academic Publishers, 126-138.
- Espinousse M.L., Jacomino M., Rossi A. (2005) : « Robustesse de la configuration d'un parc de machines », in : Billaut J.C., Moukrim A., Sanlaville E. (sous la direction de) : *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*, Paris, Lavoisier, 51-59.
- Gabrel V. (1994) : *Méthodologie pour la planification de production de systèmes d'observation de la terre par satellites – Aspects algorithmiques et multicritères*, Université Paris-Dauphine, Thèse de Doctorat.
- Gupta S.K., Rosenhead J. (1972) : “Robustness in sequential investment decision”, *Management Science* 15, 2, 18-29.
- Gutiérrez G.J., Kouvelis P. (1995) : “A robustness approach to international sourcing”, *Annals of Operations Research* 59, 165-193.

Gutiérrez G.J., Kouvelis P., Kurawarwala S.A. (1996) : « A robustness approach to uncapacitated network design problem », *European Journal of Operational Research* 94, 2, 362-376.

Hites R. (2000) : *The robust shortest path problem*, PhD Thesis, Université Libre de Bruxelles, Bruxelles, Belgique.

Kalaï R. (2006) : *Une nouvelle approche de robustesse : Application à quelques problèmes d'optimisation*, Université Paris-Dauphine, Thèse de Doctorat.

Kalaï R., Aloulou M.A., Vallin P., Vanderpooten D. (2005) : “Robust 1-median location problem on a tree”, in: *Proceedings of the third ORP3 conference (a EURO Conference for Young OR Researchers and Practitioners)*, Valencia, Spain, 201-212.

Kalaï R., Aloulou M.A., Vallin P., Vanderpooten D. (submitted) : “Lexicographic α -robustness: an application to the 1-median problem”, *European Journal of Operational Research*.

Kazakci A., Rozakis S., Vanderpooten D. (2006) : “Energy crop supply in France: a min-max regret approach”, *Journal of the Operational Research Society* (to appear).

Kouvelis P., Yu G. (1997) : *Robust discrete optimization and its applications*, Kluwer Academic Publishers.

Kouvelis P., Kurawarwala A.A., Gutiérrez G.J. (1992) : “Algorithms for robust single and multiple period layout planning for manufacturing systems”, *European Journal of Operational Research* 63, 2, 287-303.

Malcolm S.A., Zenios S.A. (1994) : “Robust optimization for power systems capacity expansion under uncertainty”, *Journal of the Operational Research Society* 45, 1040-1049.

Montemanni R., Gambardella L.M., Donati A.V. (2004) : “A branch and bound algorithm for the robust shortest path problem with interval data”, *Operations Research Letters* 32, 225-232.

Mulvey J.M., Vanderbei R.J., Zenios S.A. (1995) : “Robust optimization of large-scale systems”, *Operations Research Letters* 43, 2, 264-281.

Perny P., Spanjaard O. (2003) : “An axiomatic approach to robustness in search problems with multiple scenarios”, in: *Proceedings of the 19th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, Acapulco, Mexico, 469-476.

Perny P., Spanjaard O., Storme L.X. (to appear) : “Enumeration of robust paths and spanning trees in multivalued graphs”, *Annals of Operations Research*.

- Pierreval H., Durieux S. (2006) : “Robust simulation with a base environmental scenario”, *European Journal of Operational Research*.
- Remli N. (2006) : *Gestion de stockages gaziers*, Université Paris-Dauphine, Mémoire du Master Modélisation, Optimisation, Décision et Organisation.
- Rosenblatt M.J., Lee H.L. (1987) : “A robustness approach to facilities design”, *International Journal of Production Research* 25, 4, 479-486.
- Rosenhead J. (2001a) : “Robustness analysis: keeping your options open”, in: Rosenhead J., Mingers J. (eds.): *Rational analysis for a problematic world revisited: problem structuring methods for complexity, uncertainty and conflicts*, Chichester, Wiley, 181-207.
- Rosenhead J. (2001b) : “Robustness to the first degree”, in: Rosenhead J., Mingers J. (eds.): *Rational analysis for a problematic world revisited: problem structuring methods for complexity, uncertainty and conflicts*, Chichester, Wiley, 209-222.
- Rosenhead J., Elton M., Gupta S.K. (1972) : “Robustness and optimality criteria for strategic decisions”, *Operational Research Quarterly* 23, 4, 413-423.
- Roy B. (1985) : *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*, Paris, Economica.
- Roy B. (1989) : “Main sources of inaccurate determination, uncertainty and imprecision in decision models”, *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 12, n° 10/11, 1245-1254.
- Roy B. (1998) : “A missing link in OR-DA, Robustness analysis”, *Foundations of Computer and Decision Sciences*, vol. 23, n° 3, 141-160 (version française : “Une lacune en RO-AD : les conclusions robustes, Université Paris-Dauphine, *Cahier du LAMSADE* n° 144, 1997).
- Roy B. (2004) : « Robustesse de quoi et vis-à-vis de quoi mais aussi robustesse pourquoi en aide à la décision ? », in : Henggeler Antunes C., Figueira J., Clímaco J. (eds.): *Aide Multicritère à la Décision – Multiple Criteria Decision Aiding*, 56^e Journées du Groupe de Travail Européen « Aide Multicritère à la Décision » – 56th Meeting of the European Working Group « Multiple Criteria Decision Aiding », Coimbra, Portugal, October 3-5, 2002, Comissão de Coordenação e Desenvolvimento Regional do Centro, INESC Coimbra, Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, 29-39.

Roy B. (2005) : « A propos de robustesse en recherche opérationnelle et aide à la décision », in : Billaut J.C., Moukrim A., Sanlaville E. (sous la direction de) : *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*, Paris, Lavoisier, 35-50.

Roy B., Bouyssou D. (1993) : *Aide multicritère à la décision – Méthodes et cas*, Paris, Economica.

Roy B., Présent M., Silhol D. (1986) : “A programming method for determining which Paris metro station should be renovated”, *European Journal of Operational Research* 24, 318-334.

Sengupta J.K. (1991) : “Robust decisions in economics models”, *Computers and Operations Research* 18, 2, 221-232.

Sevaux M., Sörensen K. (2002) : « Genetic algorithm for robust schedules », in: *Proceedings of the 8th International Workshop on Project Management and Scheduling (PMS'2002)*, Valencia, Spain, 330-333.

Sevaux M., Sörensen K. (2004) : “A genetic algorithm for robust scheduling in a non-machine environment with ready times and due dates”, *4OR* 2, 129-147.

Sevaux M., Sörensen K., Le Quéré Y. (2005) : « Métaheuristiques pour la planification et l'ordonnancement robuste », in : Billaut J.C., Moukrim A., Sanlaville E. (sous la direction de) : *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*, Paris, Lavoisier, 115-133.

Siskos Y., Grigoroudis E. (2001) : “Measuring customer satisfaction for various services”, in : Bouyssou D., Jacquet-Lagrèze E., Perny P., Slowinski R., Vanderpooten D., Vincke P. (eds.) : *Aiding Decisions with Multiple Criteria – Essays in Honor of Bernard Roy*, Kluwer Academic Publishers, 457-482.

Snyder L.V. (to appear) : “Facility location under uncertainty: A review”, *IIE Transactions*.

Snyder L.V., Daskin M.S. (to appear) : “Stochastic p-robust location problem”, *IIE Transactions*.

Soyster A.L. (1973) : “Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming”, *Oper. Res.* 21, 1154-1157.

Soyster A.L. (1979) : “Inexact linear programming with generalized resource sets”, *European Journal of Operational Research* 3, 316-321.

Spanjaard O. (20203) : *Exploitation de préférences non-classiques dans les problèmes combinatoires : modèles et algorithmes pour les graphes*, Université Paris-Dauphine, Thèse de Doctorat.

Vallin P. (1999) : « Détermination d'une période économique robuste dans le cadre du modèle de Wilson », *RAIRO Recherche Opérationnelle*, vol. 33, n° 1, 47-67.

Vincke P. (1999a) : "Robust and neutral methods for aggregating preferences into an outranking relation", *European Journal of Operational Research*, vol. 112, n° 2, 405-412.

Vincke P. (1999b) : "Robust solutions and methods in decision-aid", *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, vol. 8, 181-187.

Yaman H., Karasan O.E., Pinar M.C. (2001) : "The robust spanning tree problem with interval data", *Operations Research Letters* 29, 31-40.

Yu G.J., Yang J. (1998) : "On the robust shortest path problem", *Computers and Operations Research* 25, 457-468.

ANNEXE : EXEMPLE NUMÉRIQUE

On considère ici cinq actions évaluées dans vingt scénarios (cf. tableau 1) selon un critère v servant à exprimer un gain.

Tableau 1

Actions	s_1	s_2	$s_3 \dots s_{10}$	$s_{11} \dots s_{20}$
x_1	150	180	180	180
x_2	170	140	170	180
x_3	180	130	180	190
x_4	200	120	200	210
x_5	90	90	220	210

AVEC LA (b,w)-ROBUSTESSE ABSOLUE : Rappelons que les solutions robustes sont ici celles qui, tout en garantissant le gain w , maximisent le nombre des scénarios qui procurent un gain au moins égal à b .

1°) Avec un gain garanti $w=120$: x_5 est éliminée (il en est ainsi dès que $w>90$).

- a) Si $b>200$, alors il n'existe aucune solution robuste.
- b) Si $b=200$, alors x_4 est la seule solution robuste et 19 scénarios sur 20 procurent un gain au moins égal à 200 ; ce résultat est inchangé si le décideur se contente de $b>180$.
- c) Si $b=180$, alors x_4 reste robuste ; x_1 et x_3 le deviennent (ces deux nouvelles solutions garantissent un gain minimum strictement supérieur à 120). Ce résultat est inchangé si le décideur se contente de $b>170$.
- d) Si $b=170$, alors les quatre solutions sont robustes.

2°) Avec un gain garanti $w=130$: x_5 mais aussi x_4 sont éliminées.

- a) Si $b>190$, alors il n'existe aucune solution robuste.
- b) Si $b=190$, alors x_3 est la seule solution robuste et 10 scénarios sur 20 procurent un gain au moins égal à 190 ; ce résultat est inchangé si le décideur se contente de $b>180$.

- c) Si $b=180$, alors x_3 reste robuste et x_1 le devient (cette nouvelle solution garantit un gain minimum >130) ; ce résultat reste inchangé si le décideur se contente de $b>170$.
- d) Si $b=170$, alors les trois solutions sont robustes.

Ces premiers résultats contribuent à mettre en évidence le caractère éminemment subjectif de la notion de **solution robuste**. Ils soulignent la nécessité de pouvoir engager un dialogue avec le « décideur » (celui pour le compte de qui ou au nom de qui l'aide à la décision s'exerce) afin de lui permettre de percevoir les conséquences de ses *exigences et/ou souhaits*. Les résultats qui précèdent constituent des conclusions parfaitement robustes qui, **dans l'hypothèse où le scénario s_2 n'est pas jugé plus vraisemblable que l'un quelconque des 19 autres**, justifient les recommandations suivantes :

- si tout gain inférieur à 120 est jugé inacceptable, alors choisir x_4 , ce qui procurera un gain égal à 200 dans tous les scénarios autres que s_2 ;
- si tout gain inférieur à 130 est jugé inacceptable, alors choisir x_3 , ce qui procurera un gain égal à 190 dans 10 scénarios sur 20 et au moins égal à 180 dans 19 scénarios sur 20.

AVEC LA (b,w)-DÉVIATION ABSOLUE : Rappelons que les solutions robustes sont ici celles qui, tout en garantissant le gain w , maximisent le nombre des scénarios qui limitent le regret (vis-à-vis de la solution optimale dans le scénario) à la valeur b .

1°) Avec $w=120$: x_5 est éliminée.

- a) Si $0 \leq b < 20$, alors x_4 est seule robuste : elle conduit à un regret nul dans tous les scénarios autres que s_2 ; faisons observer que, avec cette définition de la robustesse, il y a toujours des solutions robustes avec $b=0$ (et, *a fortiori*, avec $b>0$). Toutefois, le nombre des scénarios dans lesquels le regret est nul peut être réduit à un seul.
- b) Si $20 \leq b < 30$, alors x_4 reste robuste et x_3 le devient. Le regret reste inférieur à 30 dans tous les scénarios autres que s_2 et, dans ce scénario, le regret est moindre avec x_3 qu'avec x_4 .
- c) Si $30 \leq b < 40$, alors x_4 et x_3 restent robustes et x_1 le devient ; on remarquera que, dans 10 des 18 scénarios autres que s_1 et s_2 , x_1 conduit à un regret strictement supérieur à celui auquel conduit x_3 (et, *a fortiori*, x_4).

- d) Si $40 \leq b < 50$, alors x_1 , x_3 et x_4 ne sont plus robustes mais x_2 le devient : cette solution conduit en effet à un regret qui reste inférieur à 50 quel que soit le scénario alors que, avec x_1 , x_3 ou x_4 , ce regret atteint ou dépasse 50 dans l'un des 20 scénarios.
- e) Si $50 \leq b < 60$, x_2 reste robuste et x_1 et x_3 le redeviennent, ce qui n'est pas le cas de x_4 qui conduit à un regret de 60 dans le scénario s_2 .

2°) Avec $w=130$: x_4 et x_5 sont éliminées.

- a) Si $0 \leq b < 10$, alors x_3 est seule robuste ; elle conduit à un regret nul dans tous les scénarios autres que s_2 .
- b) Si $b \geq 10$, alors x_1 , x_2 , x_3 sont robustes.

Cette seconde définition de la robustesse conduit encore à recommander x_4 si $w=120$ et x_3 si $w=130$. Elle a par ailleurs mis en évidence le fait qu'une solution robuste pour certaines valeurs de b peut cesser de l'être pour une valeur $b' > b$. Ceci n'est nullement choquant comme le montre le 1°d) ci-dessus. Le fait d'être moins exigeant sur la limitation des regrets peut faire apparaître des solutions dans lesquelles le nombre des scénarios qui violent la nouvelle limite b' est strictement plus faible que celui des scénarios qui violait la limite b dans la solution qui n'est plus robuste avec la borne b' . Telle solution qui, dans ces conditions, cesse d'être robuste peut le redevenir (cf. 1.e) ci-dessus) lorsque l'on est encore moins exigeant sur la limitation des regrets avec une borne $b'' > b'$ qui correspond précisément à la présence de cette valeur du regret dans chacun des scénarios qui avaient entraîné l'élimination de cette solution. Le même phénomène peut se produire avec la (b,w) -robustesse absolue.

Pour terminer, il me paraît intéressant de comparer les résultats précédents avec ceux auxquels conduisent β -robustesse et l' α -robustesse lexicographique. Le lecteur trouvera la définition de ces deux façons d'appréhender la robustesse dans l'article de Kalai et Lamboray qui figure dans le présent volume.

AVEC LA β -ROBUSTESSE

1°) *En l'absence de x_5*

- a) Si $\beta < 40$, alors il n'existe pas de solution robuste.
- b) Si $40 \leq \beta < 50$, alors x_2 est la seule solution robuste.
- c) Si $50 \leq \beta < 60$, alors x_1 , x_2 et x_3 sont robustes.
- d) Si $\beta \geq 60$, les quatre solutions sont robustes.

2°) *En présence de x_5*

- a) Si $\beta < 50$, alors il n'existe pas de solution robuste.
- b) Si $50 \leq \beta < 60$, alors x_1 , x_2 et x_3 sont robustes.
- c) Si $\beta \geq 60$, alors x_1 , x_2 , x_3 et x_4 sont robustes.

AVEC L' α -ROBUSTESSE LEXICOGRAPHIQUE

1°) *En l'absence de x_5*

- a) Si $\alpha < 20$, alors il n'existe pas de solution robuste.
- b) Si $20 \leq \alpha < 30$, x_3 est la seule solution robuste.
- c) Si $\alpha \geq 30$, alors les quatre solutions sont robustes.

2°) *En présence de x_5*

- a) Si $\alpha < 30$, alors il n'existe pas de solution robuste.
- b) Si $30 \leq \alpha < 40$, alors x_3 et x_4 sont les seules solutions robustes.
- c) Si $\alpha \geq 40$, alors x_1 , x_2 , x_3 et x_4 sont robustes.

On observera que, avec ces deux dernières façons d'appréhender la robustesse, l'intérêt de la solution x_4 n'est pas mis en évidence : tout au plus, sous réserve que x_5 soit présente, l' α -robustesse lexicographique fait apparaître x_4 comme robuste au même titre que x_3 . Cela n'a rien de surprenant. En effet, la β -robustesse et l' α -robustesse lexicographique font jouer un rôle important aux résultats les plus mauvais. Ce rôle est certes moins déterminant qu'il ne l'est dans la forme standard de la déviation absolue (cf. 4.1d)) : les paramètres α et β permettent d'en atténuer la portée. Ces paramètres, qui doivent servir à asseoir le dialogue avec le décideur, ne lui permettent pas d'exprimer le moindre souhait quant à l'espoir d'obtenir de bons résultats. Ce type de souhaits peut pourtant venir influencer la façon dont il veut se protéger vis-à-vis des mauvais résultats et par conséquent conditionner sa conception de la robustesse.