



HAL
open science

Analyse modale expérimentale de systèmes vibroacoustiques : application aux modes A0 et T1 de la guitare et de la harpe

Emmanuel Foltete, Morvan Ouisse, Jean-Loic Le Carrou, François Gauthier

► To cite this version:

Emmanuel Foltete, Morvan Ouisse, Jean-Loic Le Carrou, François Gauthier. Analyse modale expérimentale de systèmes vibroacoustiques : application aux modes A0 et T1 de la guitare et de la harpe. 8ème Congrès Français d'Acoustique, 2006, Tours, France. pp. 577-580. hal-00178384

HAL Id: hal-00178384

<https://hal.science/hal-00178384>

Submitted on 17 Jul 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Analyse modale expérimentale de systèmes vibroacoustiques: application aux modes A0 et T1 de la guitare et de la harpe

Emmanuel Foltête¹, Morvan Ouisse², Jean-Loïc Le Carrou³, François Gauthier⁴

¹ FEMTO-ST, Mécanique Appliquée, 25000 Besançon, France, emmanuel.foltete@univ-fcomte.fr

² FEMTO-ST, Mécanique Appliquée, 25000 Besançon, France, morvan.ouisse@univ-fcomte.fr

³ Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, 72085 Le Mans, France, jean-loic.le_carrou@univ-lemans.fr

⁴ Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, 72085 Le Mans, France, francois.gauthier@univ-lemans.fr

Résumé

Les instruments à cordes sont généralement composés d'un ensemble de cordes, d'une table d'harmonie et d'une caisse de résonance munie d'évents. Le rôle de cette dernière est généralement d'augmenter le niveau de pression rayonné par l'instrument en basses fréquences en tirant partie de la première résonance acoustique de la cavité.

A basse fréquence, deux modes particuliers liés au couplage entre la résonance de Helmholtz de la cavité et la première résonance mécanique de la table d'harmonie jouent un rôle particulier. Les déformées modales de ces modes mettent en jeu des mouvements couplés de flexion de la table d'une part et d'oscillation des pistons d'air localisés au niveau des événements. Ces deux modes, associés à l'effet bass-reflex de la cavité sont appelés A0 et T1 en référence aux cas de la guitare et du violon pour lesquels ils sont identifiés clairement. L'existence de tels modes ont également été identifiés récemment dans le cas de la harpe.

Les modes complexes associés à T1 et A0 d'un tel système peuvent être identifiés grâce à une méthode de lissage. La forme particulière de ces modes rend difficile le calcul direct des matrices masse (M), raideur (K), amortissement (B) équivalentes au système à 2 degrés de liberté. Néanmoins, il est possible d'obtenir les modes réels associés aux modes complexes au moyen d'une méthode d'appropriation par le calcul et donc d'identifier les matrices M, K et B. Cette procédure d'identification est testée pour trois cas différents : un système discret simulé, une guitare et une harpe.

Introduction

Cette étude s'intéresse à l'effet du couplage vibro-acoustique en basses fréquences dans les instruments à cordes. Des travaux antérieurs [1] ont mis en évidence l'existence de deux modes prépondérants nommés classiquement A0 et T1, correspondant respectivement au premier mode acoustique de la cavité et au premier mode de flexion de la table d'harmonie. Une représentation de ces deux modes par un système vibro-acoustique couplé discret à 2 degrés de liberté peut représenter un outil intéressant d'aide à la conception ou à l'amélioration d'instruments, si les paramètres identifiés ont un sens physique pertinent.

Après avoir rappelé la mise en équation d'un problème vibro-acoustique couplé discret, nous présentons une technique d'identification issue de l'analyse modale expérimentale des structures. Cette technique est ensuite

validée sur un cas-test simulé, puis appliquée avec succès à une guitare et sans succès à une harpe de concert.

Problème vibro-acoustique couplé

Mise en équation

La discrétisation du problème vibro-acoustique couplé conduit à un problème matriciel du second ordre, non auto-adjoint, dont la topologie est donnée par l'équation (1) :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ K_c^T & M_f \end{bmatrix}}_M \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{p} \end{bmatrix}}_X + \underbrace{\begin{bmatrix} B_s & 0 \\ 0 & B_f \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{p} \end{bmatrix}}_X + \underbrace{\begin{bmatrix} K_s & -K_c \\ 0 & K_f \end{bmatrix}}_K \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} f \\ \rho_f \dot{q} \end{bmatrix}}_F \quad (1)$$

On note ici ρ_s la masse volumique de la structure et ρ_f la masse volumique du fluide. x est le vecteur déplacement de la structure, p est le vecteur des pressions acoustiques de la cavité, M_s est la matrice de masse structurale, M_f est la matrice de « masse » fluide. Ses composantes n'ont évidemment pas la dimension d'une masse physique, elle est appelée matrice de masse par analogie avec les vibrations de structure. K_s est la matrice de raideur structurale, K_f est la matrice de « raideur » fluide, et K_c est la matrice de couplage vibro-acoustique. B_s et B_f représentent respectivement les pertes structurales et acoustiques. Cette formulation suppose qu'il n'y a pas de pertes au niveau de la surface de couplage entre les deux milieux. f est le vecteur représentant les forces exercées sur la structure, \dot{q} est le vecteur représentant les sources acoustiques (débits volumiques) placées dans la cavité.

Le caractère non auto-adjoint de la formulation induit des difficultés pour la résolution de ce genre de système par décomposition modale. De nombreux travaux de recherche ont été développés pour trouver une formulation symétrique adaptée aux problèmes vibro-acoustiques couplés, on trouvera une description de ces problématiques en [2]. Aujourd'hui, la technique de résolution de ce genre de problème passe généralement par la détermination de deux bases modales découplées (structure et fluide), et la solution du problème couplé est développée sur la base modale découplée. Ces techniques sont relativement efficaces et conduisent à un gain de calcul notable puisque les deux problèmes découplés sont auto-adjoints et permettent d'utiliser en particulier les algorithmes d'extraction de valeurs propres de problèmes symétriques, qui sont numériquement optimisés.

Réponse du système en régime harmonique

Il est possible de résoudre le problème (1) par décomposition modale. La nature non symétrique du problème implique la

nécessité de calculer les modes propres gauches et droits. En utilisant la représentation d'état du système :

$$U\dot{Z} - AZ = F \text{ avec:} \quad (2)$$

$$U = \begin{bmatrix} B & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}$$

l'extraction des valeurs propres complexes du système non symétrique, bien que numériquement peu efficace, conduit à l'obtention de $2n$ valeurs propres complexes s_v et \bar{s}_v :

$$\tilde{S} = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & \bar{S} \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad S = \text{diag}(s_i) = \begin{bmatrix} s_1 & & \\ & \ddots & \\ & & s_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

À ces valeurs propres sont associés :

- ✓ Les vecteurs propres de droite dy_v tels que $(s_v U - A)dy_v = 0$, où $dy_v = \begin{bmatrix} dY_v \\ s_v dY_v \end{bmatrix}$. En rangeant les vecteurs propres dans une matrice $dY = [dY_1 \dots dY_n]$ et en notant $dy = \begin{bmatrix} dY & \overline{dY} \\ dYS & \overline{dYS} \end{bmatrix}$ on a alors :

$$Udy\tilde{S} = A dy \quad (4)$$

- ✓ Les vecteurs propres de gauche gy_v solutions de $(s_v U^T - A^T)gy_v = 0$, vérifiant, avec les mêmes notations :

$$U^T gy\tilde{S} = A^T gy \text{ ou } gy^T U\tilde{S} = gy^T A \quad (5)$$

Les relations d'orthogonalité s'écrivent alors, en notant ξ la matrice de « masse modale », diagonale :

$$gy^T U dy = \xi \text{ ou } gy^T A dy = \xi \tilde{S} \quad (6)$$

La réponse harmonique du système projetée sur la base modale s'écrit donc, pour une pulsation d'excitation ω :

$$Z(t) = dY \left[\xi(j\omega E_{2n} - \tilde{S}) \right]^{-1} gy^T F e^{j\omega t} \quad (7)$$

où E_{2n} est la matrice d'identité de taille $2n$. Cette relation peut s'écrire sur les vecteurs de taille n sous la forme :

$$X(\omega) = dY \Xi gy^T F + \overline{dY} \hat{\Xi} \overline{gy^T} F \quad (8)$$

avec :

$$\Xi = \text{diag} \left(\frac{1}{\xi_v(j\omega - s_v)} \right) \text{ et } \hat{\Xi} = \text{diag} \left(\frac{1}{\xi_v(j\omega - \bar{s}_v)} \right) \quad (9)$$

La réponse du système est donc un cumul des modes : chaque mode répond proportionnellement au vecteur propre de droite, avec un facteur de participation modale faisant intervenir le produit du vecteur propre de gauche et de l'effort exercé sur le système.

Dans le cas d'un système auto-adjoint, les vecteurs propres de gauche et de droite sont égaux, et la formulation précédente correspond à la formulation classique de décomposition modale utilisée en vibrations ou en acoustique, sans considérer le couplage.

Particularités du couplage vibro-acoustique

Le caractère non auto-ajoint du couplage vibroacoustique décrit par l'équation (1) est particulier, car les termes extra-diagonaux des matrices de masse et de raideur sont reliés

entre eux. On montre [3] que les vecteurs propres de gauche sont reliés aux vecteurs propres de droite par la relation :

$$\text{Si} \quad dY_v = \begin{bmatrix} X_v \\ P_v \end{bmatrix} \quad \text{alors} \quad gY_v = \begin{bmatrix} X_v \\ -\frac{P_v}{S_v^2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Cette notion est primordiale pour le traitement du problème couplé, puisqu'il suffit d'extraire les vecteurs propres de droite du système pour connaître les vecteurs de gauche.

Technique d'identification proposée

La technique d'identification proposée repose sur l'exploitation de deux Fonctions de Réponse Fréquentielle (FRF) obtenues en réalisant une excitation vibratoire de la structure. L'une des FRF correspond à une mesure vibratoire, l'autre à une mesure acoustique au niveau de l'évent présent sur la cavité.

Identification des modes complexes

L'identification des modes complexes est simple : l'utilisation d'une technique d'identification modale classique [4] conduit à l'estimation des valeurs propres complexes s_v et des vecteurs propres complexes droits dY_v .

Les vecteurs gauches sont alors déduits par la relation (10).

Identification des modes réels

Il n'est pas trivial de déduire les modes réels des modes complexes lorsque l'amortissement ne présente pas de propriétés particulières. Une méthode basée sur le principe d'appropriation a été mise au point dans le domaine de la dynamique des structures [5]. Son application au problème vibro-acoustique couplé n'est pas immédiate, elle s'effectue grâce aux étapes suivantes :

- ✓ Quatre FRF fictives (combinaisons des deux excitations et des deux réponses) sont simulées par superposition modale en n'utilisant que les modes droits, ce qui revient à considérer un problème auto-adjoint fictif.
- ✓ Ces FRF sont traitées par la technique d'appropriation simulée qui garantit l'identification des valeurs et vecteurs propres réels du système non amorti quelle que soit la structure de l'amortissement.
- ✓ Les vecteurs propres gauches réels sont déduits des vecteurs droits par une expression analogue à (10).

Détermination des matrices caractéristiques

Une fois les modes propres réels identifiés, il est théoriquement possible de remonter aux matrices caractéristiques du système en inversant les relations d'orthogonalité (6). Ce processus a cependant l'inconvénient d'être très sensible aux erreurs sur les données d'entrée (valeurs et vecteurs propres). Une erreur très faible sur ces données peut engendrer une topologie complètement erronée des matrices du système. Afin de remédier à ce problème, la mise en œuvre d'une procédure de minimisation au sens des moindres carrés permet d'imposer la forme des matrices (c'est-à-dire les emplacements des termes nuls et l'égalité entre les termes extra-diagonaux), ce qui permet d'obtenir un résultat beaucoup plus robuste vis-à-vis des données d'entrée.

Cas-test simulé

La technique d'identification proposée est d'abord testée sur un système simulé à deux degrés de liberté conforme à l'équation (1). Les résultats finaux sont présentés dans le tableau 1. Les erreurs ne dépassent pas 3%, ce qui est tout à fait satisfaisant.

	Valeur exacte	Valeur identifiée	Erreur relative (%)
M_s	0.03	0.0301	0.40
M_f	$3e-7$	$2.91e-7$	2.98
K_s	$2e4$	$2.01e4$	0.44
K_f	0.1	0.100	0.02
K_c	0.05	0.0500	0.06
B_s	1.5	1.524	1.61
B_f	$3e-5$	$3.00e-5$	0.04

Tableau 1 : résultats du cas-test simulé

Cas de la guitare

Des tests ont été effectués sur une guitare par excitation au marteau de choc. Les réponses ont été mesurées par un accéléromètre placé sur la table d'harmonie et un microphone situé au niveau de l'évent. Les modes A0 et T1 sont dans ce cas très faciles à localiser.

Le tableau 2 présente les paramètres obtenus et on montre figures 1 et 2 les FRF mesurées et synthétisées. Les courbes noires sont synthétisées à partir des valeurs et vecteurs propres complexes et valident l'étape d'identification de la base modale complexe. Les courbes rouges sont synthétisées à partir des matrices M, B, K et valident les étapes plus délicates d'identification des modes réels puis des matrices.

Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
M_s	0.031	K_s	$2.2e4$
M_f	$2.7e-7$	K_f	0.12
B_s	1.4	K_c	0.036
B_f	$3.1e-6$		

Tableau 2 : cas de la guitare, paramètres identifiés

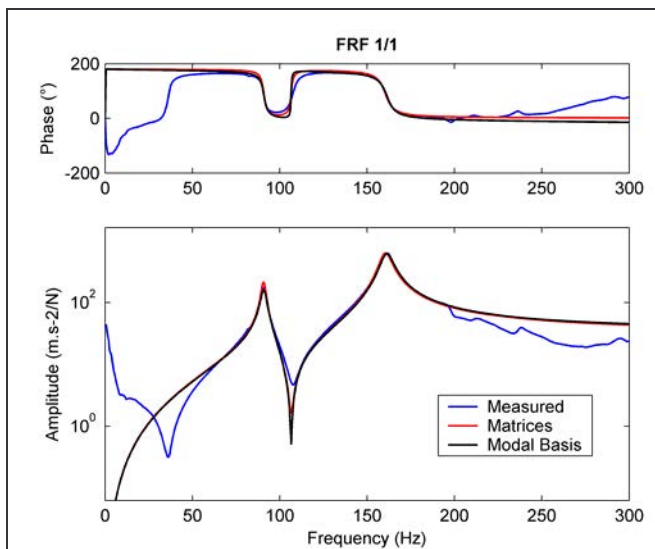


Figure 1 : cas de la guitare, FRF vibratoire au point d'excitation, mesurée (bleu), synthétisée à partir des matrices M, B, K (rouge), synthétisée à partir de la base modale complexe (noir).

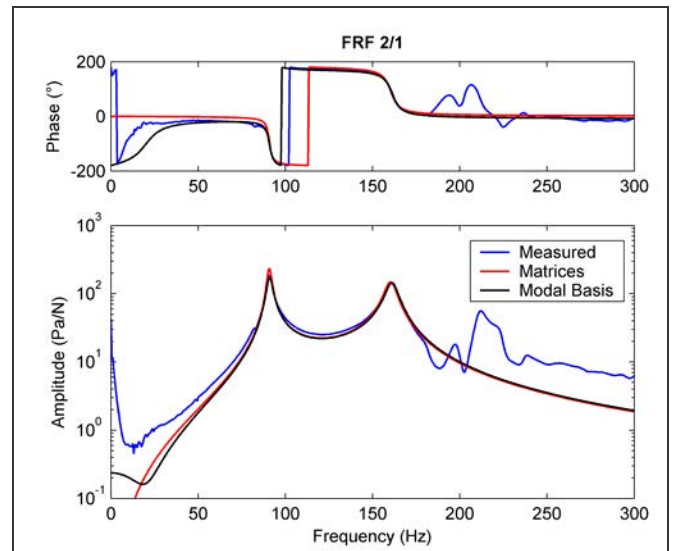


Figure 2 : cas de la guitare, FRF acoustique, mesurée (bleu), synthétisée à partir des matrices M, B, K (rouge), synthétisée à partir de la base modale complexe (noir).

Les résultats obtenus sont donc satisfaisants, et cohérents avec le modèle à deux degrés de liberté obtenu par [6].

Cas de la harpe de concert

Le cas de la harpe de concert est nettement plus complexe et a fait l'objet de mesures très détaillées [7]. La table d'harmonie est excitée par un pot vibrant en bruit blanc, et la vitesse vibratoire au point d'excitation est mesurée par l'intermédiaire d'un vibromètre laser. Un microphone est placé au niveau de l'évent se situant en bas de l'instrument, où la pression rayonnée est la plus importante en basses fréquences [7].

Résultats des mesures

Un exemple de FRF mesurées est présenté sur la figure 3. Les trois premiers modes sont des modes de type flexion de poutre et n'ont qu'un très faible effet sur le champ acoustique rayonné. Les modes 4 et 6 à environ 150 et 170 Hz ont été identifiés comme correspondant aux modes dits T1 et A0 après avoir effectué des modifications structurales : pour le mode A0, une modification de la longueur des événements (alors, seule la fréquence propre du mode A0 est modifiée de façon significative), et pour le mode T1, un ajout de masse sur la table d'harmonie (induisant la modification de la seule fréquence du mode T1).

Résultats de l'identification

La figure 4 montre les synthèses de FRF obtenues. La courbe noire, calculée à partir de la base modale complexe identifiée, se superpose correctement à la courbe mesurée. Les différences entre ces deux courbes proviennent principalement des autres modes, non pris en compte dans la synthèse.

En revanche, la courbe rouge obtenue par calcul direct à partir des matrices présente une allure complètement différente. En effet, bien qu'obtenues par moindres carrés à partir des modes réels et complexes, les matrices ne

permettent pas de recalculer ces modes de façon satisfaisante. Cela ne remet pas en cause la technique d'identification proposée, mais il est clair que la formulation retenue ne convient pas pour décrire le comportement de la harpe.

Des études complémentaires sont actuellement en cours pour comprendre l'origine de ce phénomène. Les mécanismes de dissipation d'énergie à l'origine de l'amortissement sont notamment soupçonnés.

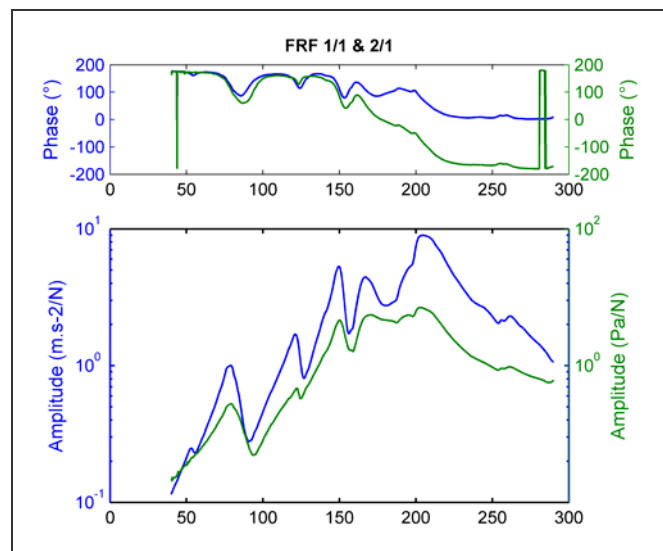


Figure 3 : cas de la harpe, FRF vibratoire (bleu) et acoustique (vert) mesurées

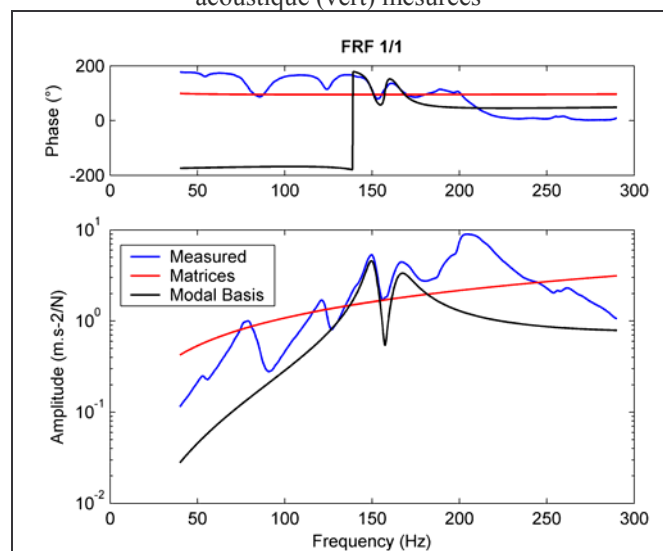


Figure 4 : cas de la harpe, FRF vibratoire mesurée (bleu), synthétisée à partir des matrices M, B, K (rouge), synthétisée à partir de la base modale complexe (noir)

Conclusion

Dans l'étude de l'effet des couplages vibro-acoustiques en basses fréquences dans les instruments à corde, les modes A0 et T1 ont été identifiés comme jouant un rôle prépondérant. Il s'avère dès lors intéressant de chercher à représenter ces deux modes par un système discret à 2 degrés de liberté. Nous proposons une technique d'identification particulière basée sur la formulation discrète d'un problème vibro-acoustique couplé. Cette formulation étant non

symétrique, elle conduit à un problème non auto adjoint. Des techniques avancées d'identification modale issues de la dynamique des structures ont néanmoins pu être adaptées. L'ensemble de la méthode est validé par un cas-test simulé conforme à la formulation retenue. Des données expérimentales acquises sur une guitare sont ensuite traitées avec succès. Le cas d'une harpe de concert est finalement traité, sans succès. Il semble donc que la formulation choisie ne convienne pas pour ce cas complexe.

Références

- [1] N. H. Fletcher, T. D. Rossing. The Physics of Musical Instruments, Springer, 1998, 2nd edition.
- [2] H. Morand & R. Ohayon. Fluid Structure Interactions. J.Wiley & Sons, Chichester, 1995.
- [3] K. Wyckaert, F. Augusztinovicz & P. Sas. Vibro-acoustical modal analysis: Reciprocity, model symmetry and model validity. J. Acoust. Soc. Am. 100(5) (1996), 3172-3181.
- [4] J. Piranda. Analyse modale expérimentale. Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôles R6(180) (2001), 1-29.
- [5] E. Foltête, J. Piranda. Transforming complex eigenmodes into real ones based on an appropriation technique, Transactions of the ASME 123 (2001), 92-97.
- [6] O. Christensen, B.B. Vistisen. Simple model for low frequency guitar function. J. Acoust. Soc. Am. 68 (1980), 758-766.
- [7] J-L. Le Carrou, F. Gautier & N. Dauchez. Acoustic Radiation of the Concert Harp in the Low Frequency Range. Proc. Int. Congress on Sound and Vibration, Lisbon, (2005).