



**HAL**  
open science

## Modélisation et identification d'un bief d'irrigation par une méthode de collocation

Magalie Thomassin, Didier Georges, Gildas Besancon, Xavier Litrico

► **To cite this version:**

Magalie Thomassin, Didier Georges, Gildas Besancon, Xavier Litrico. Modélisation et identification d'un bief d'irrigation par une méthode de collocation. JIME'2006, Nov 2006, Poitiers, France. pp.032. hal-00177445

**HAL Id: hal-00177445**

**<https://hal.science/hal-00177445>**

Submitted on 8 Oct 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation et identification d'un bief d'irrigation par une méthode de collocation

Magalie THOMASSIN<sup>1</sup>, Didier GEORGES<sup>2</sup>, Gildas BESANÇON<sup>2</sup>, Xavier LITRICO<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Automatique Productique et Signal, UMR 5131 CNRS, université Bordeaux 1 – ENSEIRB  
351 cours de la libération, 33405 Talence Cedex, France  
magalie.thomassin@laps.u-bordeaux1.fr

<sup>2</sup> Laboratoire d'Automatique de Grenoble, UMR 5528 CNRS-UJF-INPG  
INPG / ENSIEG, BP46, rue de la Houille Blanche, 38402 Saint-Martin d'Hères Cedex, France  
{didier.georges, gildas.besancon}@lag.ensieg.inpg.fr

<sup>3</sup> CEMAGREF, 361 rue J.F. Breton, BP 5095, 34033 Montpellier cedex 1  
xavier.litrico@cemagref.fr

**Résumé**—*L'objectif de ce papier est d'évaluer la capacité du modèle de collocation, obtenu à partir des équations de Saint-Venant grâce à une méthode de résidus pondérés, à représenter le comportement d'un bief d'irrigation. Cette étude est réalisée sur le canal d'irrigation de Gignac (Hérault). Dans un premier temps, le modèle de collocation, évalué à partir de valeurs empiriques des paramètres physiques, est comparé à un modèle hydraulique développé par le CEMAGREF représentant finement le comportement du canal. Puis une estimation des principaux paramètres est réalisée par une méthode d'optimisation non linéaire. Enfin, les résultats de cette identification sont « validés ».*

**Mots-clés**—*Équations de Saint-Venant, méthode de collocation, réduction de modèle, canaux d'irrigation, identification.*

## I. INTRODUCTION

La gestion des ressources en eau est un problème crucial de nos jours à cause de la rareté de l'eau douce et la détérioration de sa qualité. Pour réaliser des économies en eau, il est nécessaire de mieux gérer les installations hydrauliques, en particulier les canaux d'irrigation qui constituent plus de 80% de la consommation mondiale en eau. Pour cela, il est nécessaire de disposer d'un modèle de l'installation permettant la synthèse d'une loi de commande.

Il existe plusieurs types de modèles des canaux d'irrigation dans la littérature. Une majorité de ces modèles repose sur les équations de SAINT-VENANT [4], [3], [1] qui conduisent à des modèles dits « de connaissance », fondés sur les lois de la physique du système. Les approches les plus connues consistent à résoudre numériquement ces équations par des méthodes aux différences finies ou aux éléments finis. Ces méthodes fournissent de très bons résultats de simulation à condition d'utiliser un grand nombre de points spatiaux. Le modèle obtenu est par conséquent trop complexe pour pouvoir synthétiser une loi de commande. Dans ce cas, une réduction de modèle est nécessaire.

Une solution consiste à utiliser le modèle de collocation [8], [9]. Ce dernier est obtenu à partir des équations de SAINT-VENANT grâce à une méthode de résidus pondérés de type « collocation ». Il nécessite environ deux fois moins de points qu'un modèle obtenu par les différences finies pour obtenir une précision de modèle comparable.

L'objectif de cet article est d'évaluer le modèle de collocation en le comparant à un modèle hydraulique du canal de Gignac (Hérault) réalisé au CEMAGREF, dans un premier temps avec des valeurs empiriques des paramètres physiques du bief, puis avec des valeurs estimées. La validation du modèle en utilisant des données réelles sera présentée dans la version finale de cet article.

## II. LE CANAL D'IRRIGATION DE GIGNAC

Le canal, situé sur les terrasses inférieures et moyennes de l'Hérault, en aval de Saint Guilhem du Désert, est l'ouvrage hydraulique principal de l'Association Syndicale Autorisée de Gignac (ASA). Alimenté par une prise sur l'Hérault, il dessert un périmètre irrigable de 3000 ha environ depuis plus de 100 ans. Les eaux prélevées sont véhiculées par un canal primaire comprenant un tronç commun de 8 km et deux branches principales en rive gauche et en rive droite du fleuve, sur des longueurs respectives de 27 et 15 km. Nous nous intéresserons dans cet article au bief Mas-Rouvière/Ceyras situé à la fin de la rive droite du canal et d'une longueur d'environ 1 km.

## III. LES ÉQUATIONS DE SAINT-VENANT

Un bief de canal d'irrigation est un *système hydraulique à surface libre* car l'écoulement de l'eau, en contact avec l'atmosphère, est dû à la pente de fond du bief. Son comportement peut alors être modélisé par les équations de SAINT-VENANT [4] :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{S} \right) + gS \frac{\partial z}{\partial x} + gSJ = \kappa q \frac{Q}{S}. \quad (2)$$

où :

- $S = S(x, t)$  est la section mouillée (en  $m^2$ ), c'est-à-dire la section (transversale) occupée par l'écoulement, au point  $x$  et à l'instant  $t$  ;
- $Q = Q(x, t)$  est le débit de l'écoulement (en  $m^3/s$ ) au point  $x$  et à l'instant  $t$  ;
- $z = z(x, t) = z_0 + h(x, t)$  est la cote absolue de l'eau (en  $m$ ) ;

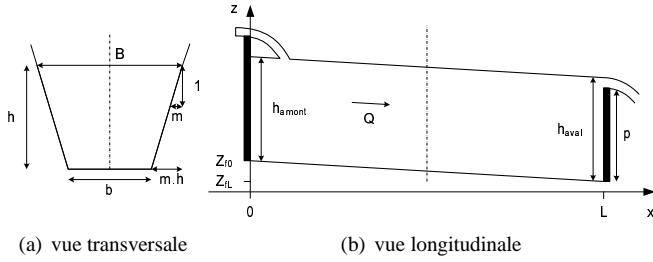


Fig. 1. Représentation schématique du bief.

- $J$  est la pente de frottement, calculée à partir de la formule de Manning–Strickler :

$$J = \frac{Q^2}{K^2 S^2 R^{4/3}},$$

où  $K$  est le coefficient de Strickler qui est fonction de la rugosité des parois et  $R = S/P$  est le rayon hydraulique, quotient entre la section mouillée et le périmètre mouillé.

- $q = q(t)$  est le débit latéral par unité de longueur (en  $\text{m}^2/\text{s}$ ),  $q > 0$  : apport,  $q < 0$  : pertes ;  $\kappa$  est un nombre traduisant l'influence du débit latéral sur la quantité de mouvement ;
- $g$  est l'accélération de la pesanteur (en  $\text{m}/\text{s}^2$ ).

Ces équations sont obtenues à partir des équations de conservation de la masse et de quantité de mouvement d'un volume élémentaire du fluide sous les hypothèses suivantes [11] :

- l'écoulement est mono-dimensionnel ;
- la pente  $I$  du fond du bief est suffisamment faible pour satisfaire l'approximation :  $\sin I \approx I$  ;
- la masse volumique de l'eau est considérée comme constante ;
- la répartition des pressions est hydrostatique ;
- les effets de la viscosité interne sont négligeables devant les frottements externes.

Sous l'hypothèse que la section transversale du bief est trapézoïdale (figure 1), on a :

$$S = (b + mh)h, \quad (3)$$

$$P = b + 2h\sqrt{1 + m^2}, \quad (4)$$

où  $b$  est la largeur du fond et  $m$  est le fruit des berges. En négligeant le débit latéral, les équations (1) et (2) deviennent :

$$(2mh + b)\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q}{S}\frac{\partial Q}{\partial x} + \left(gS - \frac{Q^2}{S^2}(2mh + b)\right)\frac{\partial h}{\partial x} + gS(J - I) = 0. \quad (6)$$

La résolution de ces équations nécessite des conditions initiales (le débit et la cote en tout point à l'instant zéro) et deux conditions aux limites (par exemple une condition à l'amont en débit et une condition à l'aval en cote). Ce système d'équations aux dérivées partielles hyperboliques non

linéaires n'a pas de solution analytique. Cependant, il est possible de résoudre ces équations à l'aide de schémas numériques comme le schéma de discrétisation de Preissmann [9] ou encore comme nous allons le voir dans la section suivante par une méthode de collocation.

#### IV. RÉOLUTION DES ÉQUATIONS DE SAINT-VENANT PAR UNE MÉTHODE DE COLLOCATION

Nous présentons dans ce paragraphe une approche permettant l'obtention d'un modèle non linéaire à paramètres localisés à partir des équations de Saint-Venant grâce à une méthode des résidus pondérés de type « collocation » [7], [8], [9].

Une première étape consiste à introduire des approximations des solutions  $h(x, t)$  et  $Q(x, t)$  des équations (5) et (6), notées  $h_a(x, t)$  et  $Q_a(x, t)$ , en les décomposant sur des bases de fonctions, notées respectivement  $\{N_j^1(x)\}_{j=1\dots n_1}$  et  $\{N_j^2(x)\}_{j=1\dots n_2}$  :

$$h_a(x, t) = \sum_{j=1}^{n_1} h_j(t)N_j^1(x), \quad (7)$$

$$Q_a(x, t) = \sum_{j=1}^{n_2} Q_j(t)N_j^2(x). \quad (8)$$

Ainsi, si  $\bar{\mathbf{h}}(t)$  et  $\bar{\mathbf{Q}}(t)$  désignent respectivement les vecteurs des coefficients dans la base de fonction des approximations de  $h$  et  $Q$ , l'introduction des solutions approchées précédentes dans les équations (5) et (6) conduit à deux résidus définis par :

$$R_1(x, \bar{\mathbf{h}}(t), \bar{\mathbf{Q}}(t)) = (2mh_a + b)\frac{\partial h_a}{\partial t} + \frac{\partial Q_a}{\partial x}, \quad (9)$$

$$R_2(x, \bar{\mathbf{h}}(t), \bar{\mathbf{Q}}(t)) = \frac{\partial Q_a}{\partial t} + \frac{2Q_a}{S_a}\frac{\partial Q_a}{\partial x} + \left(gS_a - \frac{Q_a^2}{S_a^2}(2mh_a + b)\right)\frac{\partial h_a}{\partial x} + gS_a(J_a - I), \quad (10)$$

où

$$S_a = (b + mh_a)h_a, \quad (11)$$

$$J_a = \frac{Q_a^2}{(K^2 S_a^2 R_a^{4/3})}, \quad (12)$$

$$R_a = \frac{(b + mh_a)h_a}{b + 2h_a\sqrt{1 + m^2}}. \quad (13)$$

L'étape suivante consiste à obtenir un système de  $N = n_1 + n_2$  équations dont les  $N$  inconnues seront les éléments de  $\bar{\mathbf{h}}(t)$  et  $\bar{\mathbf{Q}}(t)$ . Pour cela, on introduit  $N$  produits scalaires, correspondant à  $N$  résidus pondérés, que l'on rend égaux à zéro :

$$\langle R_1(\bar{\mathbf{h}}(t), \bar{\mathbf{Q}}(t), x), \omega_j^1(x) \rangle = 0, \quad j = 1, \dots, n_1, \quad (14)$$

$$\langle R_2(\bar{\mathbf{h}}(t), \bar{\mathbf{Q}}(t), x), \omega_j^2(x) \rangle = 0, \quad j = 1, \dots, n_2. \quad (15)$$

La méthode de collocation est obtenue en considérant la fonction de pondération  $\omega_j^i(x) = \delta(x - x_j^i)$ , pour  $j = 1, \dots, n_i$  et  $i = 1, 2$ , où  $\delta(\cdot)$  représente la fonction delta de Dirac et,

$\{x_j^1\}_{k=1,\dots,n_1}$  et  $\{x_j^2\}_{k=1,\dots,n_2}$  désignent respectivement les points de collocation de  $h$  et  $Q$ . Ainsi, les équations précédentes deviennent alors simplement :

$$R_1(\bar{\mathbf{h}}(t), \bar{\mathbf{Q}}(t), \bar{x}_j^1) = 0, \quad j = 1, \dots, n_1, \quad (16)$$

$$R_2(\bar{\mathbf{h}}(t), \bar{\mathbf{Q}}(t), \bar{x}_j^2) = 0, \quad j = 1, \dots, n_2, \quad (17)$$

ce qui signifie que l'on cherche à annuler les résidus aux points de collocation choisis.

Nous choisissons, comme dans [8], une base engendrée par les polynômes de Lagrange, *i.e.* :

$$N_j^i(x) = \prod_{l=1, l \neq j}^{n_i} \frac{x - x_l^i}{x_j^i - x_l^i}, \quad j = 1, \dots, n_i, \quad i = 1, 2 \quad (18)$$

Il est facile de vérifier que :

$$N_j^i(x_l^i) = \begin{cases} 1 & \text{si } j = l, \\ 0 & \text{si } j \neq l. \end{cases} \quad (19)$$

Par conséquent, les coefficients dans le base de fonction des approximations,  $\{h_j(t)\}_{j=1,\dots,n_1}$  et  $\{Q_j(t)\}_{j=1,\dots,n_2}$ , représentent les valeurs physiques du tirant d'eau et du débit du canal aux points de collocation.

On montre alors facilement que le système d'équations (16)-(17) non linéaire en  $\bar{\mathbf{h}}(t)$  et  $\bar{\mathbf{Q}}(t)$  est équivalent au système d'équations différentielles non linéaires suivant :

$$\begin{aligned} \dot{h}_i &= -\frac{1}{2mh_i + b} \sum_{j=1}^{n_2} Q_j N_{ji}^{\prime 21}, \quad i = 1, \dots, n_1, \quad (20) \\ \dot{Q}_i &= -\frac{2Q_i}{S_i} \left( \sum_{j=1}^{n_2} Q_j N_{ji}^{\prime 22} \right) - gS_i (J_i - I) \\ &\quad - \left[ gS_i - \frac{Q_i^2}{S_i^2} (2mh_i^* + b) \right] \left( \sum_{j=1}^{n_1} h_j N_{ji}^{\prime 12} \right), \\ &\quad i = 1, \dots, n_2, \quad (21) \end{aligned}$$

où

$$S_i = (b + mh_i^*)h_i^*, \quad (22)$$

$$J_i = \frac{Q_i^2}{K^2 S_i^2 R_i^{4/3}}, \quad (23)$$

$$R_i = S_i / (b + 2h_i^* \sqrt{1 + m^2}), \quad (24)$$

$$h_i^* = \sum_{j=1}^{n_1} h_j N_j^1(x_i^2), \quad (25)$$

$$N_{ji}^{\prime kl} = \frac{d N_j^k}{dx}(x_l^i), \quad (26)$$

$$j = 1, \dots, n_k, \quad k = 1, 2, \quad i = 1, \dots, n_l, \quad l = 1, 2.$$

Bien entendu, ces expressions se simplifient considérablement lorsque les mêmes points de collocation sont choisis pour les hauteurs et pour les débits ( $n_1 = n_2$  et  $x_i^1 = x_i^2$ ) : en particulier, il est facile de montrer que  $h_i^* = h_i$ . Toutefois, par soucis de généralité, nous avons présenté les expressions obtenues lorsque les deux ensembles de points de collocation sont différents. Enfin, notons que l'introduction de

conditions aux limites conduit à compléter ou à modifier le système d'équations (20)-(21) obtenu.

La capacité de ce modèle de collocation a été évaluée dans [8], [9] en comparant des résultats de simulation avec le schéma numérique de Preissmann qui a servi de référence (dans le cas d'une section rectangulaire). Ces résultats ont montré qu'il était possible d'obtenir des erreurs moyennes sur les niveaux et débits inférieurs à 1 % en choisissant un nombre de points de collocation suffisamment grand en fonction de la longueur du canal. Ainsi, pour un canal de 1000 m, 6 points sont suffisants. De plus, le modèle de collocation conduit en moyenne à une réduction de moitié du nombre d'états nécessaires dans le cas d'un schéma de Preissmann pour obtenir une précision comparable.

## V. IDENTIFICATION AVEC DES DONNÉES ISSUES D'UN SIMULATEUR

### A. Présentation du simulateur

Un modèle hydraulique du canal de Gignac a été réalisé afin de pouvoir tester les lois de commande avant leur utilisation en grandeur réelle et de manière plus générale pour améliorer la gestion hydraulique du canal.

L'équipe *Modélisation et gestion des transports d'eau par canaux et rivières* de l'Unité Mixte de Recherche G-EAU (Gestion de l'Eau, Acteurs, Usages) du CEMAGREF a réalisé un logiciel de simulation hydraulique nommé **SIC** (Simulation des Canaux d'Irrigation). Ce modèle numérique unidimensionnel simule le comportement hydraulique de la plupart des canaux d'irrigation et des cours d'eau fluviaux en régimes permanent et transitoire.

Le logiciel tient compte précisément de la topologie du réseau obtenue au préalable par le CEMAGREF à partir de relevés géométriques et de campagnes de mesures [5], [6].

### B. Calage du modèle avec les données géométriques

En simulant le régime permanent à l'aide de SIC pour un débit en tête donné, on peut obtenir un fichier de données contenant les grandeurs  $S$  (surface),  $B$  (largeur au miroir),  $h$  (hauteur) en fonction de l'abscisse  $x$ . Le fruit des berges  $m$  et la largeur de fond  $b$  (qui sont les caractéristiques propres de la section) en fonction de l'abscisse  $x$  peuvent alors être calculés de la façon suivante :

$$b(x) = 2 \frac{S(x)}{h(x)} - B(x), \quad (27)$$

$$m(x) = \frac{B(x)h(x) - S(x)}{h(x)^2}. \quad (28)$$

Lors de la modélisation du bief par la méthode de collocation, nous avons supposé que la section du canal est trapézoïdale et uniforme le long du bief. Il faut donc évaluer une moyenne de  $b$  et  $m$ . Pour calculer la valeur moyenne d'une variable  $\theta(x)$ , plusieurs méthodes peuvent être utilisées :

– la moyenne classique :

$$\theta_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta(x_i); \quad (29)$$

TABLE I  
 VALEURS MOYENNES DE  $b$  ET DE  $m$ .

| moyenne                    | M   | $b_m = 0,9452$ | $m_m = 1,0101$ |
|----------------------------|-----|----------------|----------------|
| moyenne pondérée rectangle | MPR | $b_r = 0,8419$ | $m_r = 1,0512$ |
| moyenne pondérée trapèze   | MPT | $b_t = 0,8572$ | $m_t = 1,0437$ |

 TABLE II  
 VALEURS EMPIRIQUES DES PARAMÈTRES PHYSIQUES DU BIEF.

|                        |          |                               |
|------------------------|----------|-------------------------------|
| longueur               | $L$      | 1027,1 m                      |
| coeff. Strickler       | $K$      | $65 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ |
| cote du fond à $x = 0$ | $Z_{f0}$ | 60,88 m                       |
| cote du fond à $x = L$ | $Z_{fL}$ | 60,581 m                      |
| pente du fond          | $I$      | $2,9111 \cdot 10^{-4}$        |
| loi d'ouvrage (32)     | $c$      | 14,5391                       |
|                        | $p$      | 0,6890                        |

- la moyenne pondérée par la méthode d'approximation des rectangles :

$$\theta_r = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{N-1} \theta(x_i) dx_i, \quad (30)$$

avec  $dx_i = x_{i+1} - x_i$  et  $L = \sum_{i=1}^{N-1} dx_i$  ;

- la moyenne pondérée par la méthode d'approximation des trapèzes :

$$\theta_t = \frac{1}{2L} \left( \sum_{i=1}^{N-1} 2\theta(x_i) dx_i + (\theta(x_{i+1}) - \theta(x_i)) dx_i \right). \quad (31)$$

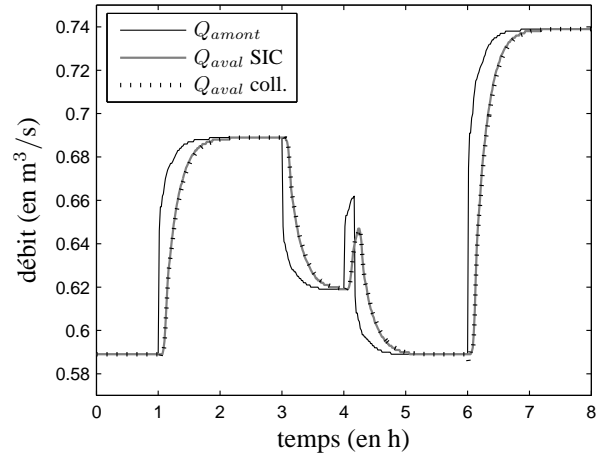
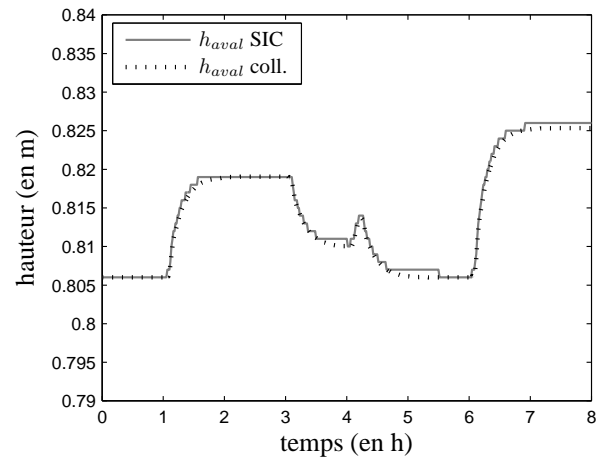
La table I présente les valeurs moyennes de  $b$  et de  $m$  obtenues par ces trois méthodes. La table II contient les valeurs des autres paramètres connus du bief.

Pour les simulations, la condition limite amont est imposée par le débit amont représenté à la figure 2. La condition limite aval est déterminée par la loi d'ouvrage qui est un « bec de canard ». Nous choisissons de modéliser ce dernier par un déversoir en régime d'écoulement dénoyé dont la loi est la suivante [2] :

$$Q_{aval}(t) = c \cdot (h_{aval}(t) - p)^{3/2}, \quad (32)$$

où  $c$  est un coefficient fonction de la largeur et du coefficient de débit du déversoir, et  $p$  est la hauteur du seuil, également appelée la pelle (figure 1). Les valeurs empiriques de ces paramètres sont indiquées dans la table II.

Les simulations réalisées ont pour but d'évaluer le modèle de collocation en le comparant avec le simulateur SIC. Pour ce faire, le nombre de points de collocation en hauteur et en débit de la méthode de collocation sont les suivants :  $n_1 = 5$  et  $n_2 = 5$ , respectivement. Les points de collocation sont équidistants et choisis tels que :  $x_1^1 = x_1^2 = 0$  et  $x_{n_1}^1 = x_{n_2}^2 = L$ .


 Fig. 2. Débits amont et aval issus du simulateur SIC et débit aval obtenu par la méthode de collocation avec les valeurs moyennes M de  $b$  et  $m$  (table I) et les valeurs empiriques des paramètres (table II).

 Fig. 3. Hauteur aval issue du simulateur SIC et celle obtenue par la méthode de collocation avec les valeurs moyennes M de  $b$  et  $m$  (table I) et les valeurs empiriques des paramètres (table II).

Les résultats obtenus avec les valeurs moyennes M de  $b$  et  $m$  sont représentés sur les figures 2-4. Le débit et la hauteur aval représentés sur les figures 2 et 3 sont correctement modélisés par la méthode des collocations. En effet, les erreurs de simulation correspondant à ces deux grandeurs et tracées sur la figure 5 sont très faibles.

En ce qui concerne la hauteur amont, représentée sur la figure 4, on constate un écart constant (*offset*) dû au mauvais réglage de la pente de fond  $I$ . Cet écart est également visible sur la figure 5 représentant les erreurs de simulation. La suppression de l'*offset* conduit à la valeur de  $h_{amont}$  corrigée, appelée  $h_{amont}$  coll. corr., qui coïncide avec le résultat du simulateur SIC. Comme nous le verrons dans la section suivante, cet écart devient nul en estimant la pente  $I$ .

À titre de comparaison, les erreurs quadratiques moyennes (EQM) obtenues avec les différentes valeurs moyennes de  $b$  et  $m$  sont données à la table III. De manière générale, l'EQM est faible (de l'ordre de  $10^{-6}$  avec la suppression de l'*offset*). Les meilleurs résultats correspondent à la moyenne M.

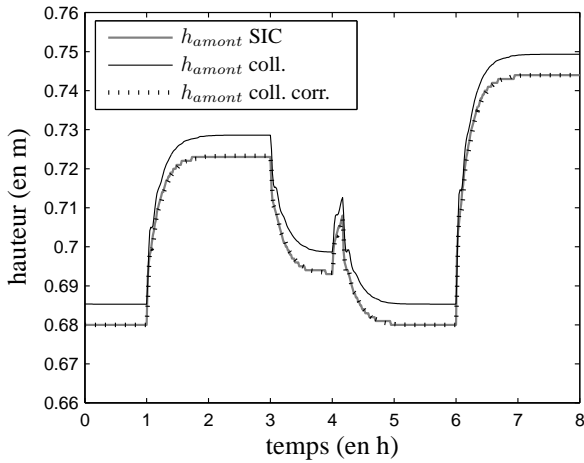


Fig. 4. Hauteur amont issue du simulateur SIC et celle obtenue par la méthode de collocation avec les valeurs moyennes  $M$  de  $b$  et  $m$  (table I) et les valeurs empiriques des paramètres (table II).

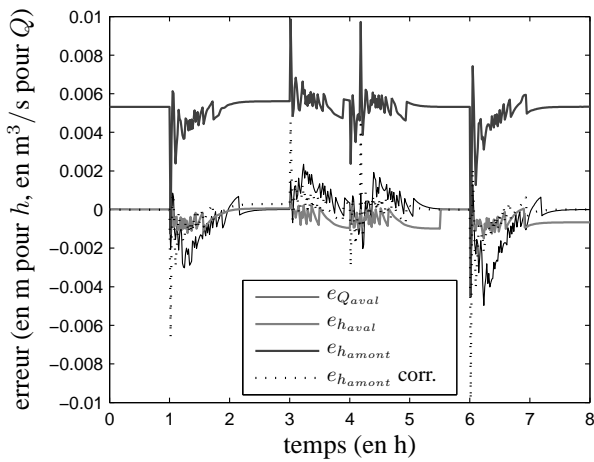


Fig. 5. Erreurs de simulation entre SIC et la méthode de collocation avec les valeurs moyennes  $M$  de  $b$  et  $m$  (table I) et les valeurs empiriques des paramètres (table II).

TABLE III

EQM DES HAUTEURS ET DU DÉBIT AVAL EN FONCTION DES VALEURS MOYENNES DE  $b$  ET  $m$  (TABLE I) AVEC LES VALEURS EMPIRIQUES DES PARAMÈTRES (TABLE II).

|     | $h_{amont}$<br>( $\times 10^{-6}$ ) | $h_{amont}$ CORR.<br>( $\times 10^{-6}$ ) | $h_{aval}$<br>( $\times 10^{-6}$ ) | $Q_{aval}$<br>( $\times 10^{-6}$ ) |
|-----|-------------------------------------|---|------------------------------------|------------------------------------|
| M   | 27,821                              | 0,726                                     | 0,315                              | 1,142                              |
| MPR | 421,03                              | 1,406                                     | 0,349                              | 2,250                              |
| MPT | 337,10                              | 1,235                                     | 0,343                              | 2,043                              |

TABLE IV

ESTIMÉES DES PARAMÈTRES PHYSIQUES.

|                    |           |                        |
|--------------------|-----------|------------------------|
| largeur du fond    | $\hat{b}$ | 1,1871 m               |
| fruit de la berge  | $\hat{m}$ | 0,8356                 |
| pente du fond      | $\hat{I}$ | $3,3678 \cdot 10^{-4}$ |
| loi d'ouvrage (32) | $\hat{c}$ | 14,3289                |
|                    | $\hat{p}$ | 0,68722                |

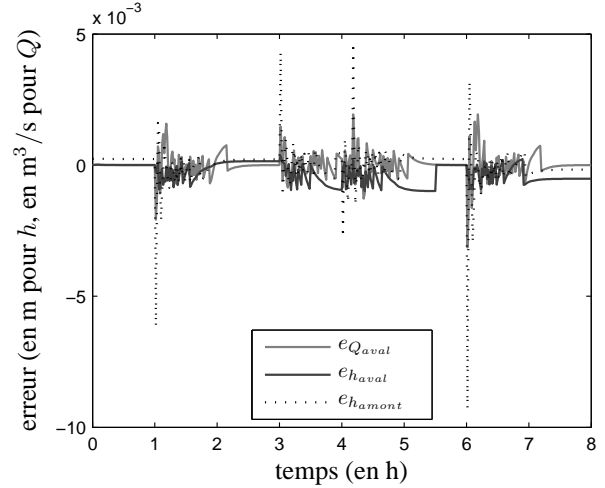


Fig. 6. Erreurs de simulation entre SIC et la méthode de collocation avec les paramètres estimés du bief (table IV).

### C. Identification et validation de modèle

L'objectif de ce paragraphe est de présenter une démarche permettant d'identifier les principaux paramètres du modèle de collocation. Pour cela, nous procédons en deux étapes. Tout d'abord, les paramètres de la loi d'ouvrage,  $c$  et  $p$ , sont estimés à partir des données de la hauteur et du débit aval grâce à une méthode d'optimisation :

$$[\hat{c}, \hat{p}] = \arg \min_{c,p} \sum_{t=t_0}^{t_f} [c(h_{aval}(t) - p) - Q_{aval}(t)]^2. \quad (33)$$

Ensuite, les paramètres  $I$ ,  $b$  et  $m$  sont estimés par une méthode d'optimisation non linéaire (méthode du simplexe, voir par exemple [10]) en minimisant l'erreur quadratique moyenne des hauteurs et du débit aval obtenus par le simulateur SIC et le modèle de collocation (équations (20) et (21) modifiées par les conditions aux limites précédemment décrites). Les paramètres sont initialisés par leurs valeurs empiriques.

Les résultats de l'identification sont présentés à la table IV et les erreurs de simulation correspondantes à la figure 6.

TABLE V

EQM DES HAUTEURS ET DU DÉBIT AVAL EN FONCTION DES VALEURS MOYENNES DE  $b$  ET  $m$  AVEC LES PARAMÈTRES ESTIMÉS.

|                    | $h_{amont}$<br>( $\times 10^{-6}$ ) | $h_{aval}$<br>( $\times 10^{-6}$ ) | $Q_{aval}$<br>( $\times 10^{-6}$ ) |
|--------------------|-------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| paramètres estimés | 0,548                               | 0,239                              | 0,196                              |

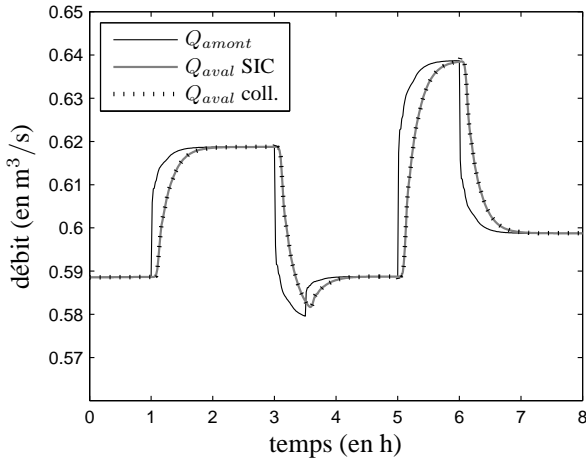


Fig. 7. Débits amont et aval issus de SIC et débit aval obtenu par la méthode de collocation à partir d'un jeu de données de validation avec les paramètres estimés du bief (table IV).

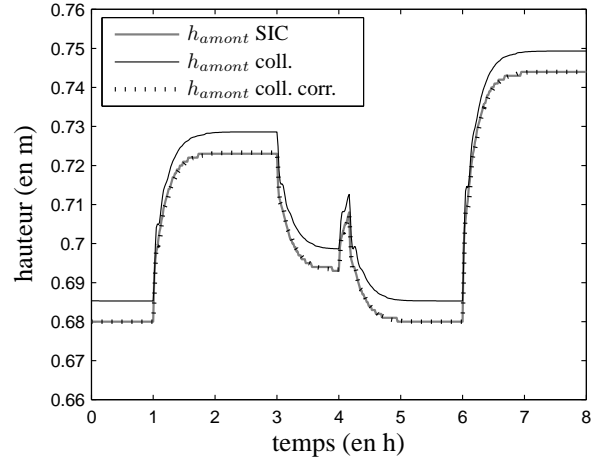


Fig. 9. Hauteur amont issue du simulateur SIC et celle obtenue par la méthode de collocation à partir d'un jeu de données de validation avec les paramètres estimés du bief (table IV).

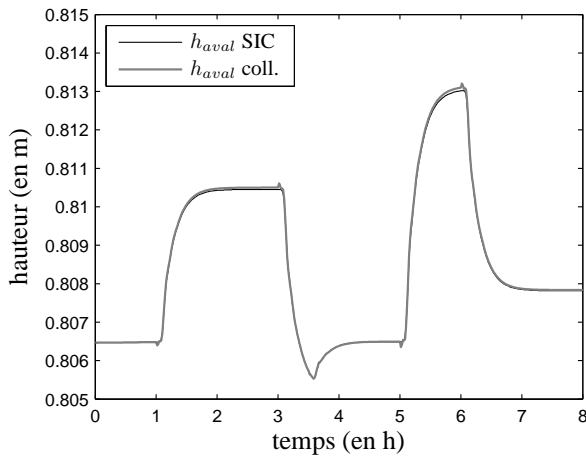


Fig. 8. Hauteur aval issue du simulateur SIC et celle obtenue par la méthode de collocation à partir d'un jeu de données de validation avec les paramètres estimés du bief (table IV).

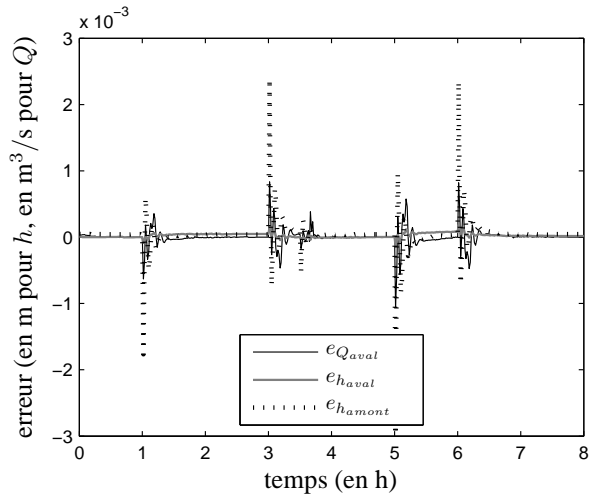


Fig. 10. Erreurs de simulation entre SIC et la méthode de collocation à partir d'un jeu de données de validation avec les paramètres estimés du bief (table IV).

On constate que toutes les erreurs sont proches de zéro, y compris pour la hauteur amont qui ne présente plus d'offset. Les erreurs quadratiques moyennes représentés sur la table V montre une amélioration sensible du calage du modèle de collocation.

Il reste maintenant à valider ces résultats avec un nouveau jeu de données. Les résultats sont représentés sur les figures 7-9. Le débit et la hauteur aval représentés sur les figures 7 et 8, et la hauteur amont représentée sur la figure 9 sont correctement modélisés par la méthode des collocations. En effet, les erreurs de simulation correspondant à ces deux grandeurs et tracées sur la figure 10 sont très faibles.

## VI. CONCLUSION

Dans ce papier, nous avons évalué la capacité du modèle de collocation, obtenu à partir des équations de Saint-Venant grâce à une méthode de résidus pondérés, à représenter le comportement d'un bief du canal d'irrigation de Gignac (Hérault). Dans un premier temps, le modèle de collocation, éva-

lué à partir de valeurs empiriques des paramètres physiques, a été comparé à un modèle hydraulique développé par le CEMAGREF représentant finement le comportement du canal. Puis une estimation des principaux paramètres est réalisée par une méthode d'optimisation non linéaire. Celle-ci aboutit à une meilleure simulation des hauteurs et débit, et plus particulièrement celle de la hauteur amont, très sensible à la pente de fond. La validation (ou plus précisément la non-invalidation) du modèle avec un nouveau jeu de données a été effectuée. La prochaine étape de ce travail est d'identifier un modèle de collocation à partir de données réelles. Toutefois, cela nécessitera de prendre en compte la présence de prélèvements (pas toujours connus) le long du bief, et donc d'étendre le modèle de collocation.

## RÉFÉRENCES

- [1] M. H. Chaudhry. *Open Channel Flow*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [2] V.T. Chow. *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill Book Company, New-York, 1988.

- [3] J. A. Cunge, F. M. Holly, and A. Verwey. *Practical aspects of computational river hydraulics*. Pitman Pitman Advanced Publishing Program, 1980.
- [4] A.J.C. Barré de Saint-Venant. Théorie du mouvement non permanent des eaux avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 73 :148–154, 237–240, 1871.
- [5] F. Doumesche. Modélisation et régulation d'un canal d'irrigation. Mémoire de fin d'études, INSA de Rennes, 2002.
- [6] I. Lauret Ducosson. Modélisation d'un canal d'irrigation. Application au canal de Gignac (Hérault). Rapport de stage de 2<sup>e</sup> année, EN-SEEIHT Toulouse, 2004.
- [7] C. A. J. Fletcher. *Computational Galerkin methods*. Springer Series in Computational Physics. Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- [8] D. Georges, J.-F. Dulhoste, and G. Besançon. Modelling and control of water flow dynamics via a collocation method. In *MTNS2000*, Perpignan, France, 2000.
- [9] D. Georges and X. Litrico. *Automatique pour la gestion des ressources en eau*. Traité IC2, série systèmes automatisés. Hermès Science Publications, Paris, 2002.
- [10] L. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright. Convergence properties of the Nelder-Mead simplex algorithm in low dimensions convergence properties of the Nelder-Mead simplex algorithm in low dimensions. *SIAM Journal of Optimization*, 9(1) :112–147, 1998.
- [11] X. Litrico. *Modélisation, identification et commande robuste de systèmes hydrauliques à surface libre*. Thèse de doctorat, École Nationale du Génie Rural, des Eaux et Forêts, Centre de Montpellier, France, 1999.