The Euclidean ideal of proof in The Elements and philological uncertainties of Heiberg's edition of the text

Bernard Vitrac

▶ **To cite this version:**

Bernard Vitrac. The Euclidean ideal of proof in The Elements and philological uncertainties of Heiberg's edition of the text. 2007. hal-00175654

HAL Id: hal-00175654
https://hal.science/hal-00175654

Preprint submitted on 29 Sep 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'idéal démonstratif des *Éléments* d'Euclide
et les incertitudes philologiques du texte édité par Heiberg.

Bernard Vitrac, CNRS UMR 8567, Centre Louis Gernet, Paris

Introduction

L'un des derniers épigones d'Euclide, Nicolas Bourbaki, écrit, au début de ses *Éléments d'histoire des mathématiques*:

> « L'originalité essentielle des Grecs consiste précisément en un effort conscient pour ranger les démonstrations mathématiques en une succession telle que le passage d'un chaînon au suivant ne laisse aucune place au doute et contraigne l'assentiment universel … Mais, dès les premiers textes détaillés qui nous soient connus (et qui datent du milieu du V^e^ siècle), le « canon » idéal d'un texte mathématique est bien fixé. Il trouvera sa réalisation la plus achevée chez les grands classiques, Euclide, Archimède, Apollonius; la notion de démonstration, chez ces auteurs, ne diffère en rien de la nôtre ».[1]

J'ignore ce qui est visé par le dernier possessif, s'il s'agit d'un pluriel de majesté qui désigne l'"Auteur", ou s'il faut comprendre l'assertion dans un sens plus général : « la nôtre » signifierait « celle des Modernes (?), des mathématiciens du XX^e^ siècle (?) français (?) ou formalistes (?) … ». Taquinerie mise à part, l'affirmation suppose une conception bien circonscrite et universellement reçue de ce qui constitue une preuve mathématique. Ladite conception est à la fois logique — la citation se trouve dans le chapitre intitulé « Fondements des mathématiques, Logique, Théorie des ensembles » —, psychologique (rejet du doute) et "sociologique" (consensus universel). Peut-être faut-il n'y voir qu'un lointain écho de l'affirmation aristotélicienne selon laquelle les assertions scientifiques (et pas seulement mathématiques) sont nécessaires et universelles.

L'énumération des géomètres grecs qui suit est également intéressante : il s'agit de *classiques* et le triptyque entend probablement suivre l'ordre chronologique. Ici "Euclide" désigne donc le géomètre hellénistique du III^e^ siècle avant notre ère, l'auteur des *Éléments,* et non simplement une étiquette commode, parfois utilisée pour désigner une ou plusieurs des très nombreuses adaptations de son célèbre ouvrage, comme lorsqu'on parle de l'Euclide de Campanus (vers 1260-70), de l'Euclide arabe ou de l'Euclide du XVI^e^ siècle. Parler de l'Euclide hellénistique, décrire d'une manière assez précise le contenu de son ouvrage — ce qu'implique certainement le fait de le qualifier de "classique" —, adopter ou rejeter son approche démonstrative suppose d'avoir une connaissance raisonnablement assurée du texte des *Éléments*. C'est précisément ce dont on peut douter.

Dans une première partie, je rappelle quelques informations ou hypothèses concernant la transmission des textes grecs anciens, en particulier celle des *Éléments*. J'y souligne le caractère

[1] Bourbaki, 1974: 10.

médiat de notre connaissance à son sujet et je résume l'histoire du texte telle qu'elle a été proposée par le philologue danois J. L. Heiberg, au moment où il réalisait, dans les années 1880, l'édition critique du texte grec[2] à laquelle la plupart des études actuelles sur Euclide se réfèrent encore. J'en relève les incertitudes et mentionne la critique récente dont elle a été l'objet de la part de W. Knorr.[3] Dans la seconde partie, je donne des exemples de divergences entre versions conservées illustrant les incertitudes qui oblitèrent notre connaissance du texte euclidien, notamment celui de certaines preuves.

I. Réflexions sur l'histoire du texte des *Éléments*

1. Sommaire histoire des textes grecs anciens[4]

Admettons — pour ne pas trop compliquer la présente étude — qu'il ait existé une édition (ἔκδοσις) hellénistique des *Éléments* (τὰ στοιχεῖα), en 13 Livres, correspondant, au moins dans les grandes lignes, à ce qui est parvenu jusqu'à nous, réalisée par Euclide ou l'un de ses proches disciples.[5] Dans l'Antiquité grecque, alors qu'il n'existe ni imprimerie, ni quelque forme que ce soit de *copyright,* "édition" signifie « mise en circulation d'un texte dans un cercle de lecteurs plus large que celui de l'École, des familiers ou des disciples de l'auteur », autrement dit une "publication" au sens minimal de « rendre public », en reproduisant, en un certain nombre d'exemplaires, un manuscrit révisé et corrigé par l'auteur (ou un collaborateur[6]). Les livres de l'époque hellénistique (III^{e}-I^{er} siècle avant notre ère) sont des rouleaux de papyrus écrits en majuscules, en principe sur une seule face, de taille relativement standardisée et modeste, donc

---

[2] Heiberg, Menge, 1883-1916. Elle a été en partie rééditée et (paraît-il) révisée par E. S. Stamatis : Heiberg, Stamatis, 1969-1977. Dans ce qui suit, je désignerai ces éditions à l'aide des abréviations *EHM* et *EHS* respectivement.

[3] Knorr, 1996.

[4] La littérature sur ce sujet est immense. J'ai consulté Pasquali, 1952, Dain, 1975, Reynolds, Wilson, 1988, Dorandi, 2000 (qui contient beaucoup d'informations sur les papyri) et Irigoin, 2003 (recueil d'articles publiés entre 1954 et 2001, plus quelques inédits).

[5] Deux autres possibilités (au moins) sont envisageables, par analogie avec les quelques cas connus d'éditions antiques savantes :

• Euclide aurait produit deux versions de son texte : l'une, préliminaire, pour un cercle restreint de disciples, de correspondants ou d'amis, l'autre, révisée et autorisée. On reconnaît là la genèse des *Coniques* d'Apollonius telle qu'elle est décrite par l'auteur lui-même dans la préface du Livre I (de sa version révisée).

Cette hypothèse a comme conséquence la possibilité d'envisager, dès le début de la tradition textuelle, des variantes d'auteur. Cela dit, il n'y aucun indice de ce genre pour les *Éléments*.

• Euclide ne se serait pas donné la peine de produire une ἔκδοσις au sens technique du terme. Ses écrits auraient circulé dans son "école" (sous une forme que nous ne connaissons bien évidemment pas) et l'édition en aurait été faite nettement plus tard, par exemple au début de l'époque romaine, dans le cercle de Héron d'Alexandrie. Ce scénario est calqué sur l'histoire du corpus des œuvres "scolaires" d'Aristote, éditées officiellement seulement au I^{e} siècle avant notre ère, entre autres par Andronicos de Rhodes.

Pour pouvoir écarter une telle hypothèse (complètement spéculative), il faudrait disposer de témoignages circonstanciés sur la carrière des *Éléments* au cours des trois derniers siècles avant notre ère, ce qui n'est pas le cas. A l'inverse, nous sommes *quasi* certains que Héron avait consacré un important travail aux *Éléments* — y compris du point de vue textuel — mais l'époque à laquelle il vivait (traditionnellement, depuis les travaux de Neugebauer, on retient la seconde moitié du premier siècle) n'est pas à l'abri de toute contestation. Cette seconde hypothèse m'a été suggérée par A. Jones. Je l'en remercie.

[6] Le cas le plus célèbre est celui de l'édition des œuvres de Plotin par Porphyre.

de contenu assez limité.[7] Dans le cas des *Éléments,* cela impliquait une probable division en une quinzaine de rouleaux, contenant chacun un Livre, à l'exception du trop volumineux Livre X.[8]

Bien entendu cet "original" (qui n'est pas nécessairement un autographe)[9] ne nous est pas parvenu et ce n'est pratiquement le cas d'aucun texte de l'Antiquité grecque. La durée de vie plutôt limitée de ces rouleaux exigeait qu'ils soient périodiquement recopiés, chaque copie pouvant introduire de nouvelles fautes, voire des déformations plus importantes. Certes le hasard a joué un rôle dans la préservation de tel ou tel exemplaire particulier, mais, sur la longue durée, compte tenu de la fragilité des supports d'écriture, un texte n'a pu parvenir jusqu'à nous qu'à condition qu'on le reproduise suffisamment souvent, ce qui suppose l'existence de certaines communautés qui y ont trouvé un intérêt.

Deux opérations techniques particulièrement importantes sont intervenues dans l'histoire du livre grec ancien :

• le passage du rouleau de papyrus (*volumen*) au codex, d'abord de papyrus, puis de parchemin.

• la translittération byzantine.

La première opération, initiée semble t-il à Rome au début de notre ère, n'est autre que l'adoption du livre à pages, écrit sur les deux faces et de contenu nettement plus important que le *volumen*. Elle permettra la constitution de corpus textuels et le développement de commentaires marginaux (auparavant le commentaire d'un texte appartenait à un rouleau séparé). Surtout, il est clair que les écrits qui n'ont pas été convertis de cette manière ont assez peu de chance d'avoir été transmis jusqu'à nous : les textes connus seulement par des rouleaux de papyrus sont fort peu nombreux et, le plus souvent, il ne s'agit que de fragments. Autrement dit, dans le cas des *Éléments*, il faut postuler la confection d'(au moins) un codex archétype. Quand cela s'est-il produit et qui a pu en être l'instigateur (mathématicien ou institution type "bibliothèque" incluant un centre de copie), nous n'en savons rien. L'adoption du codex fut une opération assez lente qui s'est poursuivie du I^{er} au IV^{e} siècle de notre ère, et même au-delà. Le fait qu'elle ait été massivement appliquée aux textes des époques antérieures doit probablement être rapproché du renouveau de l'étude des textes classiques à l'époque des Antonins (II^{e} siècle).[10]

L'autre opération a été davantage circonscrite. Elle a été réalisée dans l'Empire byzantin à partir de la fin du VIII^{e} siècle. Elle a consisté à utiliser, pour l'édition des textes, une forme d'écriture minuscule cursive, préalablement en usage dans la rédaction des documents administratifs, en lieu et place de l'écriture majuscule dite "onciale", un peu grosse et "coûteuse" en parchemin. Là aussi le succès et la systématisation du procédé sont certainement à mettre en relation avec un intérêt renouvelé pour les textes antiques, au cours de ce que l'on a appelé la « Renaissance byzantine » (à partir des années 850), associée à des personnages comme Léon dit

[7] Voir Reynolds, Wilson, 1988: 2-3.

[8] Dorandi, 1986.

[9] Voir Dorandi, 2000: 51-75.

[10] Sur le passage du rouleau au codex, voir le résumé commode de Reynolds, Wilson, 1988: 23-6. Cf. aussi Blanchard, 1989.

le philosophe (ou le mathématicien), le patriarche Photius et Aréthas de Patras, ultérieurement archevêque de Césarée. La translittération est une opération technique assez délicate qui connut deux phases : la première (et la plus massive) aux IX^e^-X^e^ siècles, la seconde dans les années 1150-1300.[11] Là encore, elle a agi comme un filtre : un texte non translittéré a progressivement cessé d'être lu. Sans hasard heureux, il a disparu.

Pour les écrits antiques qui ont survécu à ces deux transformations, on peut, si l'on est raisonnablement optimiste, souligner le fait qu'en ces deux occasions, des professionnels de l'édition sont intervenus de manière essentielle sur les textes, et donc que des exemplaires en un certain sens "autorisés" ont été élaborés, lesquels ont joué un rôle décisif dans la transmission : le codex (ou les codices) archétype(s) de l'époque romaine, le ou les exemplaires translittérés en minuscules à partir du IX^e^ siècle. A *contrario,* il y a un risque que l'on ait profité de l'occasion pour modifier assez radicalement la substance ou la présentation de ces textes.

Les plus anciens témoins complets des *Éléments* en 13 Livres sont immédiatement postérieurs à l'opération de translittération en écriture minuscule dont il vient d'être question.

Il s'agit :

• d'un manuscrit de la bibliothèque vaticane, le *Vaticanus gr*. 190, daté selon des critères paléographiques et codicologiques des années 830-850.[12]

• d'un manuscrit de la Bodléianne d'Oxford, *D'Orville* 301, lequel, outre son état exceptionnel de conservation, a l'avantage d'être daté : sa copie, commandée au clerc Stéphane par Aréthas, alors diacre, a été achevée en septembre 888.

Deux remarques s'imposent :

— ces témoins sont postérieurs de plus de mille ans à l'hypothétique original d'Euclide.

— Le cas des *Éléments* est cependant l'un des plus favorables (les moins défavorables ?) dans l'ensemble des textes grecs profanes.

Outre ces deux précieuses copies, on connaît environ 80 manuscrits, contenant le texte (en entier ou en partie), dont une bonne trentaine sont antérieurs au XV^e^ siècle. Il existe également un palimpseste, daté de la fin du VII^e^-début VIII^e^ siècle, et donc écrit en onciales, lequel contient des extraits des Livres X et XIII.[13] Il paraît donc assuré que l'étude des *Éléments* n'avait pas complètement cessé durant les siècles dits obscurs de l'histoire byzantine (650-850). On connaît aussi plusieurs fragments de papyri[14] dont les plus anciens sont datés du I^er^ siècle, le plus récent du III^e^. Par contraste avec les manuscrits, les papyri ont le privilège d'être des documents antiques. Un auteur y est d'autant plus représenté qu'il était utilisé dans l'enseignement. Dans le domaine mathématique, la plupart des papyri qui nous sont parvenus

[11] Cf. Irigoin, 2003: 6-7.

[12] Cf. Irigoin, 2003: 215 (publication originale, 1962). Cf. Follieri, 1977, en particulier 144; Mogenet, Tihon, 1985, 23-4 (Vatican. fr. 190 = ms probablement de la première moitié du IX^e^ s.) et 80-1. A l'époque de Heiberg, cette copie était datée du X^e^ s. et le manuscrit de la Bodléianne était donc considéré comme le plus ancien. On trouve encore parfois cette assertion pour le moins discutable.

[13] Voir Heiberg, 1885.

[14] Cf. *EHS,* I: 187-9 et Fowler, 1987: 204-14 et Plates 1-3.

relèvent de deux catégories : (i) des documents scolaires très élémentaires ; (ii) des textes astronomiques. Il est donc significatif qu'Euclide soit le seul géomètre de la tradition "savante" à être présent dans ce type de texte.

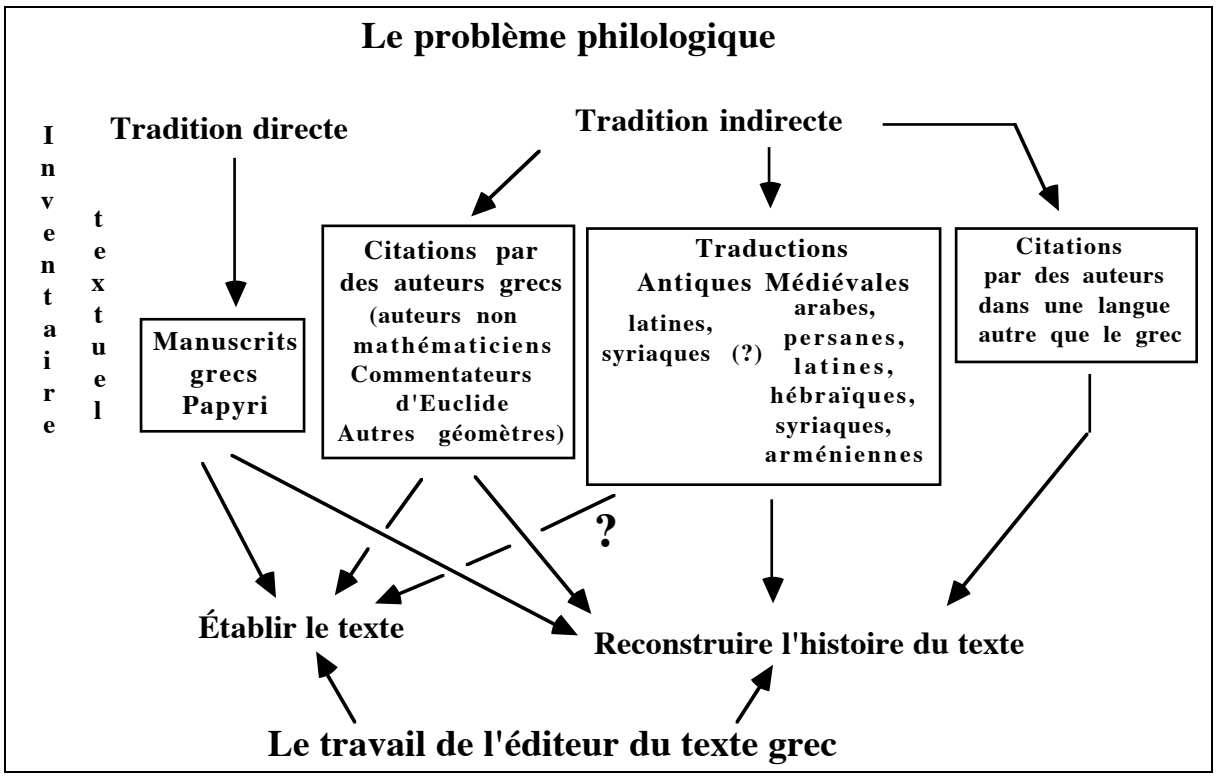
2. Traditions directe et indirecte

Nicolas Bourbaki n'a probablement pas consulté de manuscrits des *Éléments* pour se faire une opinion au sujet de l'idéal démonstratif d'Euclide et il en est de même de la plupart de ses lecteurs modernes. Le plus souvent, ils s'en remettent à une traduction, voire, s'ils savent le grec ancien, à une édition dite critique, réalisée par un philologue moderne, dans le cas du texte grec des *Éléments,* celle de J. L. Heiberg. S'il le lit en grec, le lecteur peut avoir l'illusion de lire ce qu'Euclide avait écrit. A cet égard, la terminologie philologique — on appelle tradition « directe » l'ensemble des manuscrits et des papyri grecs qui portent le texte, en totalité ou en partie — est quelque peu trompeuse. On ne doit pas oublier le nombre considérable d'intermédiaires qui s'intercalent entre l'auteur et nous, non seulement les copistes, dont on aimerait croire qu'ils n'ont eu qu'un rôle passif de simple reproduction, mais surtout ceux qui ont pris une part active à la transmission du texte — en particulier ses ré-éditeurs anciens ou médiévaux —, et, en dernier lieu, le philologue qui, à partir d'une collecte des informations disponibles, a construit l'édition critique que nous lisons aujourd'hui. J'ai rapporté, trop sommairement, les quelques éléments de l'histoire des textes grecs anciens qui précèdent pour rappeler cette évidence : notre connaissance des *Éléments,* comme celle de la plupart des autres textes grecs anciens, est essentiellement médiate.

La philologie classique n'est cependant pas sans ressources. Elle a élaboré des méthodes pour "remonter" le cours du temps, à partir des copies conservées, et se rapprocher, autant qu'il est possible, du texte antique original. Ces méthodes permettent de tracer les parentés entre manuscrits, de détecter les fautes (involontaires) des copistes et, dans les "bons" cas, de remonter vers un ancêtre de la tradition, souvent immédiatement antérieur à la translittération, parfois de reconstituer un prototype ancien de l'Antiquité tardive ou de l'époque romaine. Dans le cas d'un auteur classique (ou hellénistique comme Euclide), on se trouve encore assez loin de l'"original" et c'est pourquoi on fait appel à d'autres informations. Celles-ci constituent ce que l'on appelle la tradition indirecte : citation par un auteur ancien, existence d'un commentaire, d'une traduction antique ou médiévale … On utilise généralement cette tradition indirecte pour trancher entre les variantes des manuscrits ou, à titre de confirmation, pour tester des conjectures que l'on est amené à formuler sur l'état du texte avant la réalisation des plus anciens manuscrits conservés.

En résumé, le travail de l'éditeur comporte deux dimensions, certes articulées l'une à l'autre, mais qu'il peut être commode de distinguer : (**i**) établir le texte; (**ii**) reconstruire ce que les philologues appellent « l'histoire du texte », c'est-à-dire suivre les avatars des manuscrits, mais aussi des commentaires et des traductions par lesquels nous avons accès au texte, recenser les témoignages sur l'utilisation de l'ouvrage dans l'enseignement, dans une controverse, ou sur sa présence dans telle bibliothèque.

Pour cette seconde tâche, *toute* information devrait, en principe, être prise en compte. Comme les informations ainsi recueillies seront très probablement contradictoires : variantes entre manuscrits, citations incompatibles les unes avec les autres …, il faudra les hiérarchiser et trouver des explications plausibles pour en rendre compte : accident de copie, action éditoriale d'un ré-éditeur, influence d'un commentaire par le biais d'annotations marginales, choix de traducteur, influence de différents contextes : pédagogiques, philosophiques, mathématiques … On comprend comment les deux aspects du travail philologique s'articulent puisque l'histoire du texte intervient pour justifier les choix opérés en vue de son établissement (v. schéma ci-dessous).



Dans le cas des *Éléments,* cet ensemble d'informations constituant la tradition indirecte est riche. C'est d'abord le cas des citations d'auteurs antiques, ne serait-ce que parce que les *Éléments* ont été commentés à plusieurs reprises [Héron d'Alexandrie, Pappus d'Alexandrie, Proclus de Lycie, Simplicius (?)][15] et parce qu'ils ont aussi été abondamment utilisés par les auteurs de l'Antiquité tardive. Quelques extraits de certains de ces commentaires se retrouvent dans les annotations marginales que contiennent les manuscrits du texte, lesquelles se comptent par milliers. Quant à la tradition indirecte des traductions, citations et commentaires dans les langues autres que le grec, elle est pratiquement non maîtrisable, même en se limitant aux périodes antique et médiévale. Si bien qu'il est impossible d'envisager une histoire exhaustive du texte entreprise par un individu.

[15] Le premier et le dernier sont accessibles de manière indirecte, notamment grâce au commentateur persan an-Nayrîzî. En outre Héron est cité à plusieurs reprises par Proclus.

La première tâche de celui qui veut en éditer le texte consistera donc à circonscrire l'information pertinente, d'une manière suffisamment sélective pour qu'elle soit opératoire, mais aussi suffisamment large pour ne pas laisser de côté des éléments essentiels. Dans la mesure où il s'agit d'éditer un texte grec ancien … en grec, on comprend que les philologues privilégient, pour l'établissement du texte, la tradition directe des manuscrits et papyri. Ils soulignent également les limites évidentes des différents éléments de la tradition indirecte : les citations, qu'elles soient ou non en grec, sont parfois faites de mémoire. Quant aux traductions, elles introduisent, dans le processus de transmission, non seulement le passage d'une langue à une autre dont les structures linguistiques peuvent être parfois assez différentes, mais aussi une opération préalable de compréhension du texte que n'implique pas nécessairement la copie professionnelle.

Certes il faut bien s'en contenter quand l'original grec n'existe plus. Les hellénistes sont généralement reconnaissants aux traducteurs latins, syriaques, arabes, persans, arméniens, hébraïques … d'avoir ainsi conservé des pans entiers de la littérature antique. Dans le cas des mathématiques, on sait l'importance que les traductions arabes médiévales ont pour notre connaissance d'Apollonius, de Dioclès, de Héron, de Ménélaos, de Ptolémée, de Diophante pour ne mentionner que les cas les plus connus. Ces exemples suggèrent non seulement que les savants des Pays d'Islam ont assidûment recherché des manuscrits grecs — ils ont livré plusieurs témoignages à ce sujet —, mais aussi qu'ils ont eu quelques facilités pour en trouver dans des territoires auparavant de culture grecque. Le recul du grec comme langue savante au profit du syriaque puis de l'arabe rendait leur traduction nécessaire.

On entrevoit donc la possibilité que, ce faisant, ces traductions aient fixé un état du texte peut-être plus ancien que ceux que transmettent les manuscrits élaborés dans le monde Byzantin. Et dès lors, que faire lorsque des traductions médiévales montrent des divergences textuelles importantes avec une version du même ouvrage conservée en grec ? Or, ainsi que nous allons le voir, c'est précisément ce qui se produit dans le cas des *Éléments* d'Euclide.

Deux explications, au moins, peuvent être envisagées :

1. Les traducteurs médiévaux ont pris de grandes libertés avec le texte qu'ils n'ont pas hésité à adapter à leurs besoins.

2. Leurs versions s'appuyaient sur des modèles grecs sensiblement différents de ceux que nous connaissons et dès lors, on peut imaginer que ces modèles étaient (**i**) plus authentiques ou, au contraire, (**ii**) plus corrompus, que nos manuscrits grecs.

Dans tous les cas de figure, il faudra en tenir compte dans l'histoire du texte, établir la désinvolture ou la fidélité des traducteurs, rendre compte des modalités et du contexte de transmission. Il est clair que, dans le cadre des hypothèses **1** ou **2**(**ii**), ces traductions ne seront pas prises en compte dans l'établissement du texte. Mais s'il s'avère que les traducteurs ont scrupuleusement respecté leurs modèles (**non 1**), lesquels étaient moins corrompus (**2i**) — restons réalistes —, que faire ?

3. L'inventaire textuel dans le cas des *Éléments*

Pour réaliser son édition critique (1883-1888), Heiberg a (partiellement) collationné une vingtaine de manuscrits. Il a continué cette tâche pendant une quinzaine d'années après la publication de ladite édition sur une trentaine d'autres manuscrits. Il a confronté son édition aux fragments de papyrus, au fur et à mesure de leurs découvertes.[16] Pour établir son texte, il a utilisé sept des huit manuscrits conservés antérieurs au XIII^{e} siècle. Il a exploré de manière systématique la tradition indirecte des citations par les auteurs grecs et celle des fragments de traductions latines antiques. Quant aux versions médiévales, elles n'étaient que très partiellement connues. Heiberg disposait de quelques travaux antérieurs et, pour ce qui concerne la phase des traductions arabes du IX^{e} siècle, il a accepté la description publiée par M. Klamroth en 1881, au moment même[17] où il inventoriait les matériaux utiles à l'établissement de son édition. Un débat — pour ne pas dire une polémique —[18] s'ensuivit entre les deux érudits au sujet de la valeur qu'il fallait reconnaître à cette tradition indirecte médiévale.

Quoi qu'il en soit, Heiberg savait donc qu'il y avait eu au moins deux traductions arabes, celle d'al-Hajjâj (réalisée avant 805 et remaniée par l'auteur pour le Calife al-Ma'mun entre 813 et 833), puis celle d'Ishâq ibn Hunayn († 910-11) révisée par Thâbit ibn Qurra († 901). Klamroth croyait disposer de la version d'al-Hajjâj pour les Livres I-VI et XI à XIII, de celle d'Ishâq pour les Livres I à X. Les traductions hébraïques et arabo-latines commençaient également à être étudiées. Heiberg connaissait aussi (et surtout) plusieurs recensions dont celle (faussement) attribuée à Nâsir ad-Dîn at-Tûsî (1201-1273) et celle de Campanus († 1296).[19]

De la comparaison des manuscrits grecs réalisée par Heiberg et du relevé que Klamroth avait fourni concernant l'Euclide arabe, se dégageait alors un « état des lieux » que je décrirai très schématiquement de la manière suivante :

• pour la tradition "directe" grecque, il faut distinguer deux états du texte sur l'ensemble des treize Livres des *Éléments,* et même trois pour la portion XI. 36-XII. 17. La simple comparaison structurelle des manuscrits suffit à établir ce point.

Les deux états divergents sur l'ensemble du texte[20] sont représentés d'un côté par le manuscrit Vaticanus gr. 190 (***P***) — le manuscrit complet le plus ancien — et, de l'autre, par les manuscrits ***BFVpqS*** fortement apparentés,[21] ainsi qu'un manuscrit de Bologne[22] (dénoté ***b),*** pour

---

[16] Voir Heiberg, 1885 ; Heiberg, 1903.

[17] Voir Heiberg, 1882. A l'époque où il rédige le chapitre consacré à l'histoire médiévale arabe du texte des *Éléments* dans ce livre, Heiberg semble ne pas connaître pas l'étude citée à la note précédente qu'il critiquera dès son article de 1884.

[18] Je me permets de renvoyer à la première partie de Rommevaux, Djebbar, Vitrac, 2001: 227-33 et 235-44, où j'analyse les arguments des deux parties.

[19] Pour une présentation synthétique des traditions arabe, arabo-latine et arabo-hébraïque telles qu'on les connaît désormais, voir Brentjes, 2001a: 39-51 et De Young, 2004: 313-23.

[20] C'est ce que j'appelle "dichotomie 3" (voir annexe, Tableau 3).

[21] Codex Bodleianus, D'Orville, X, 1, inf. 2, 30 (***B***), Codex Florentinus, Bibl. Laurentienne, XXVIII, 3 (***F***), Codex Vindobonensis, philos. Gr. 103 (***V***); Codex Parisinus gr. 2466 (***p***); Codex Parisinus gr. 2344 (***q***); Codex *Scolariensis gr*. 221, Φ, III. 5 (***S***). Les sigles utilisés sont ceux de Heiberg.

l'ensemble du texte exceptée la portion XI. 36-XII. 17. Dans ces 21 Propositions, ce manuscrit bolognais présente en effet une structure nettement différente de celles de ***P*** et ***BFVpqS***, globalement moins divergents entre eux qu'ils ne le sont par rapport à ***b***.

• Pour la tradition indirecte des traductions arabes, le constat de Klamroth était qu'au-delà d'inévitables variantes entre manuscrits, il y avait une nette différence entre traditions grecque et arabe, celle-ci se caractérisant par une grande "maigreur" et quelques altérations structurelles de présentation (modification de l'ordre, division ou regroupement …).[23]

4. L'histoire du texte des *Éléments* durant l'Antiquité

Voyons maintenant l'histoire du texte, autrement dit l'interprétation des relations entre les différents témoins, que nos deux érudits ont proposée à partir de ces inventaires. Celle de Klamroth est simple : la "maigreur" de la tradition arabe (et arabo-latine) est l'indice de sa plus grande pureté. Le devenir textuel des *Éléments* a été, notamment pour des raisons pédagogiques, l'amplification du contenu. Les témoignages médiévaux sur les méthodes des traducteurs et le contexte dans lequel ils travaillaient montrent qu'ils avaient un réel souci de la complétude des textes traduits. Les manques (par rapport au grec) ne peuvent donc pas être imputés à leur négligence : ce sont des ajouts interpolés. Pour Klamroth, il est par conséquent évident qu'il faut tenir compte de la tradition indirecte, non seulement pour l'histoire du texte, mais aussi dans l'établissement du texte.[24] L'histoire du texte proposée par Heiberg est toute différente. Elle est clairement tributaire de la façon dont la transmission des *Éléments* était conçue par les hellénistes depuis la Renaissance, notamment depuis la traduction latine réalisée par Zamberti, directement à partir du grec, et publiée à Venise en 1505.[25] La présentation de ce dernier soulevait, pour l'essentiel, deux questions :

1. Pour Zamberti, le "retour" au grec était un remède aux maux que le texte avait subis à cause des médiévaux. La cible était la recension latine de Campanus, la plus célèbre à cette époque. Elle venait d'être imprimée, à Venise, en 1482 et était elle-même construite à partir d'une traduction arabo-latine. Un débat s'ensuivit sur la compétence (linguistique et mathématique) des traducteurs et la qualité des modèles qui imposera pour longtemps l'idée que l'on peut négliger la tradition indirecte médiévale.
2. Zamberti présentait ses *Éléments* comme si les définitions et les énoncés étaient dus à Euclide, les preuves à Théon d'Alexandrie. De fait, nous avons un (unique) témoignage de ce dernier : il indique explicitement, dans son *Commentaire à l'Almageste,* qu'il avait donné une édition des *Éléments,* et qu'il y avait modifié l'ultime Proposition du Livre VI (VI.33 Heib.) afin d'y ajouter une assertion concernant la proportionnalité, dans des cercles égaux, des secteurs et des arcs sur

---

[22] Codex Bononiensis, Bibl. communale, n°18-19.

[23] Il identifiait ainsi une ligne de démarcation bien marquée entre traditions directe et indirecte que j'appelle "dichotomie 1" (voir annexe, Tableau 1).

[24] Globalement cette position a été reprise par Knorr dans sa percutante étude de 1996.

[25] Voir Weissenborn, 1882.

lesquels ils s'appuient. L'attribution des preuves à Théon par Zamberti était sans doute corroborée par les mentions « de l'édition de Théon (ἐκ τῆς Θέωνος ἐκδόσεως) » que portaient les manuscrits grecs utilisés par lui. Dès lors, puisqu'il était acquis que Théon avait réédité les *Éléments* dans la seconde moitié du IV^e^ siècle de notre ère, la question se posait de savoir ce que l'on devait à Euclide et ce qu'il fallait rapporter à l'action éditoriale du père d'Hypatie. Pour quelqu'un comme R. Simson (1756), c'était particulièrement clair : tout ce qui est digne d'admiration est d'Euclide, toutes les parties déficientes sont dues à l'incompétence du ré-éditeur.

Le débat sur le sujet était donc ouvert. Lorsque F. Peyrard, vers 1808, entreprit de vérifier le texte grec de la traduction française des *Éléments* qu'il avait réalisée sur l'édition publiée à Oxford en1703, il découvrit, parmi les manuscrits qui avaient été ramenés d'Italie par le Comte de Péluse (après les campagnes napoléoniennes), une copie appartenant à la Bibliothèque du Vatican (le Vaticanus gr. 190), qui ne possédait ni la mention « de l'édition de Théon », ni l'ajout à VI. 33 et qui différait sensiblement des 22 autres manuscrits connus de lui. Il en déduisit que ce manuscrit, contrairement aux autres, était antérieur à la réédition de Théon et même qu'il portait le texte d'Euclide ![26] Il décida aussitôt de faire une nouvelle édition du texte grec.

Heiberg accepta, en la modulant, l'interprétation de Peyrard, en particulier l'idée que tous les manuscrits à l'exception du Vaticanus gr. 190 dérivaient de l'édition de Théon. Il les appela "théonins".[27] Pour la copie du Vatican, il fut plus mesuré : notant que le copiste, en marge des Propositions XI. 38*vulgo*[28] et XIII. 6, reconnaît avoir confronté deux éditions, l'"ancienne" et la "nouvelle" — XIII. 6 existait dans la première mais manquait dans l'autre et l'inverse pour XI. 38*vulgo* —, Heiberg a considéré que le manuscrit — qu'il appellera ***P*** en hommage à Peyrard — avait été réalisé à partir d'au moins deux modèles dont l'un était préthéonin, l'autre théonin. Son édition sera donc fondée sur la confrontation de ***P*** avec ***Th*** et l'examen des différentes situations qui peuvent en résulter (accord, désaccord total ou partiel entre les deux familles …).[29] A partir de là, il prétendra déterminer l'action éditoriale de Théon d'Alexandrie sur laquelle il porte un jugement sévère. Sa réédition des *Éléments* ne supporterait pas la comparaison avec les éditions des grands textes poétiques réalisées par les philologues alexandrins aux III^e^-II^e^ siècles avant notre ère.[30] La comparaison est fallacieuse.[31] Pour en revenir aux termes de notre présentation antérieure, si l'on accepte cette version de l'histoire du texte, il faudrait donc distinguer deux archétypes : celui de la réédition de Théon, réalisé dans les années 370, et celui correspondant au modèle préthéonin de ***P***. Mais les altérations que Théon est censé avoir fait subir au texte,

---

[26] Peyrard, 1814: xiii, xxv.

[27] Par conséquent, dans ce qui suit, pour désigner ladite famille de manuscrits j'utiliserai l'abréviation ***Th***.

[28] Quelques Propositions figurant dans l'édition princeps (et maintenues dans les suivantes) sont écartées par Heiberg qui les désignent de cette manière pour ne pas qu'il y ait confusion dans les numérotations : XI. 38*vulgo* avait le n°38 dans les précédentes éditions. Elle est rejetée en Appendice par Heiberg : sa Proposition 38 avait donc le n°39 dans les éditions antérieures.

[29] Voir *EHS,* V, 1: xxv-xxxvi.

[30] *Ibid*.: lviii.

[31] Voir Rommevaux, Djebbar, Vitrac, 2001: 246-7.

déduites de la comparaison avec le manuscrit P, sont tellement limitées qu'à quelques exceptions près (rejetées en Appendice), Heiberg a cru pouvoir les combiner dans le même texte et un seul apparat critique.

Pour le texte grec divergent (***b*** XI. 36-XII. 17), sa solution a été différente. Il semble que la découverte de ce manuscrit revienne à Heiberg et ce, dans le contexte du débat déjà mentionné. C'est dans un article de 1884 qu'il présente ce nouveau témoin grec, saisissant l'occasion pour répondre aux arguments de Klamroth. La raison en est que ce texte grec "dissident" et les traductions arabes sont incontestablement apparentés dans cette portion du texte. C'est cet accord structurel, partiel mais réel, contre ***P*** + ***Th***, qui constitue l'argument principal de l'article de W. Knorr. Mais, constatant que le texte de ***b***, copié au XI^{e} siècle, théonin par ailleurs, est particulièrement défectueux dans la partie XI. 36-XII. 17, Heiberg introduisit, dans son histoire du texte, pour en rendre compte, un recenseur byzantin, auteur d'une version abrégée des *Éléments*. De celle-ci dériveraient ***b*** XI. 36-XII. 17 et les modèles utilisés par les traducteurs arabes. La conséquence pour l'édition du texte fut évidente : hormis quelques références ponctuelles à la recension latine de Campanus, la tradition médiévale indirecte — rattachée dès le départ à un modèle de moindre qualité — n'a pas été prise en compte par l'éditeur danois. La portion ***b*** XI. 36-XII. 17 a été renvoyée dans l'annexe II du volume 4 de l'édition, en compagnie des portions du texte que Heiberg estimait inauthentiques.

Pour le dire autrement, ses décisions (ou plutôt ses non-décisions) aboutissent à une édition critique que l'on peut qualifier de "conservatrice". Rappelons, pour expliciter le sens de ce terme, que le texte grec a connu cinq éditions dans les temps modernes : l'édition princeps de 1533, à Bâle, par S. Grynée, celles de D. Gregory (Oxford, 1703), de F. Peyrard (Paris, 1814-1818), de E. F. August (Berlin, 1826-1829) et de Heiberg. Je n'ai pas l'intention d'examiner en détails leurs mérites respectifs, mais deux ou trois choses sont assez claires : les deux premières sont réalisées à partir de manuscrits appartenant à la famille ultérieurement qualifiée de "théonine". Malgré les nombreuses discussions du XVI^{e} siècle, il faut attendre 170 ans pour disposer d'une nouvelle édition que Peyrard ne juge d'ailleurs pas meilleure que la précédente !

Quoi qu'il en soit, l'édition de Peyrard n'est guère en accord avec son histoire du texte. Après avoir affirmé que le manuscrit du Vatican portait le texte d'Euclide, il continuera à suivre le texte de l'édition princeps de 1533 (et donc de la famille théonine) dans plusieurs passages où les divergences sont pourtant bien marquées. Le souci d'authenticité n'est pas dominant : il faut donner un Euclide mathématiquement correct — c'est ainsi qu'on peut interpréter le fait que Peyrard continue de suivre la famille théonienne, plus correcte, dans IX. 19, plus générale dans XI. 38, mais privilégie ***P***, (apparemment) moins fautif dans III. 24, ou plus complet dans XIII. 6. Il veut aussi que son édition soit facile à utiliser : en toute simplicité Peyrard reconnaît avoir maintenu ce que l'on désigne maintenant comme la Proposition X. 13*vulgo* — quoiqu'elle manque dans ***P*** et qu'il s'agisse clairement d'une interpolation —, pour ne pas introduire de décalage dans la numérotation des Propositions de ce Livre, quand on comparera son édition aux

précédentes ! Plus généralement, il conserve une grande partie du matériel additionnel (ajouts divers, lemmes, démonstrations alternatives) que la prise en compte de ***P*** aurait pu amener à écarter comme inauthentiques.

Il faudra attendre l'édition de Heiberg pour que le primat du manuscrit ***P*** soit véritablement assumé. Une grande partie du matériel désormais considéré comme additionnel (mais pas la totalité !) ira rejoindre les Annexes insérées à la fin de chacun de ses quatre volumes. Dans les cas où la divergence textuelle est marquée et le résultat (dans ***Th***) est diagnostiqué comme étant le fruit d'une modification volontaire, la leçon de ***P*** sera retenue, même si ce doit être au détriment de la cohérence mathématique, comme dans l'exemple déjà mentionné de IX. 19.[32] Contrairement à Peyrard, Heiberg n'admet pas qu'Euclide ait pu fournir plusieurs preuves pour un même résultat, ce qui constituerait ce que j'ai appelé plus haut une variante d'auteur. Nous reviendrons plus loin sur cet important dossier. Pour l'instant, disons simplement que le critère de Heiberg est simple : en cas de doubles preuves, il retient comme seule preuve authentique celle qui est la première dans ***P***, qu'elle soit meilleure que l'autre ou non.

Les limites de cette édition résultent donc de l'histoire du texte adoptée et des principes de choix qui en découlent, tandis que ses mérites proviennent de ce que ces choix sont observés avec une cohérence bien plus grande que ne le faisait Peyrard. Un autre de ses mérites (et non des moindres) est que le texte ainsi édité correspond assez bien à quelque chose qui a existé, à savoir celui du manuscrit ***P*** du Vatican,[33] alors que les archétypes reconstitués par les éditeurs de textes anciens ne sont parfois que des fictions ou des monstres philologiques. Ce qu'il représente par rapport au texte antique est déjà plus incertain : les remarques incidentes du copiste de ***P*** font déjà craindre une certaine contamination entre deux branches (au moins) de la tradition.

Jusque dans les années 1970 on admettait que les manuscrits issus de la translittération étaient des copies fidèles de modèles antiques, le seul changement ayant été le remplacement d'un type d'écriture par un autre. Désormais on n'en est plus aussi sûr et il y a même un certain nombre de cas où l'on peut franchement en douter.[34] Nous verrons un argument (voir la fin du § II. 7) qui peut le faire soupçonner pour les deux témoins les plus anciens des *Éléments* (***P*** et ***B***). Même en admettant que le copiste de ***P*** ait suivi ce qu'il appelle l'« ancienne édition », qu'il l'ait comparée seulement après coup avec la "nouvelle" (et il y a une bonne probabilité que ce soit le cas), l'Antiquité du texte ainsi produit dépend entièrement de la confiance qu'on accorde à l'histoire du texte proposée par Heiberg, tout particulièrement l'interprétation qu'il propose pour la distinction ***P*** \ ***Th*** en liaison avec la réédition de Théon d'Alexandrie, vers 370.

---

[32] Voir Vitrac, 2004: 10-12.

[33] Dans un certain nombre de passages, et pour des variantes généralement mineures, Heiberg a cependant conservé le texte de la famille théonine. Cf. la liste qu'il donne dans *EHS,* V, 1: xxxiv-v.

[34] Voir Irigoin, 2003: 37-53. L'exemple (très éclairant) du corpus hippocratique est l'objet de l'article reproduit pp. 251-69 (publication originale 1975).

Cette histoire a été acceptée par T. L. Heath et J. Murdoch — qui ont largement contribué à sa diffusion —, ainsi que par la plupart des spécialistes. Ponctuellement et épisodiquement contestée, elle a été complètement remise en cause par W. Knorr dans son article de 1996. En particulier, notre regretté collègue y affirme que tous les manuscrits grecs conservés procèdent de l'édition de Théon, que les différences entre celui du Vatican et la famille ***Th*** sont microscopiques et ne sauraient caractériser une ré-édition. Pour le dire autrement, si l'on adopte l'opinion de Knorr, l'Euclide édité par Heiberg correspondra, au mieux, à un texte tel qu'il en circulait à Alexandrie, dans la seconde moitié du IV^{e} siècle de notre ère.

Les arguments de Knorr ne sont pas tous de la même valeur, loin s'en faut.[35] L'écart entre ***P*** et ***Th*** est réel (il ne s'agit pas seulement de divergences dues aux fautes de copie que les philologues s'efforcent de dépasser. Le lecteur peut s'en convaincre en consultant la liste que je donne dans le Tableau 3 de l'annexe. Mais il faut aussi souligner qu'il n'y a, dans cette dichotomie interne au grec, aucune substitution de preuve (!), aucun changement d'ordre pour les Propositions, aucun Lemme qui existerait dans l'une des deux versions et pas dans l'autre. Quand il y a des doubles preuves, l'ordre est toujours le même dans ***P*** et dans ***Th***.

A l'étape actuel de mon travail, je ne vois que deux solutions : (**i**) adopter l'opinion de Knorr; (**ii**) considérer que la motivation de la réédition de Théon n'était pas une altération massive du texte. De cette motivation, nous ne savons à peu près rien. Il nous livre une unique indication portant sur le contenu (l'ajout à VI. 33). On peut, par exemple, envisager l'hypothèse que sa réédition a de fait consisté en la transcription d'édition(s) portée(s) par des rouleaux à une version en forme de codex (codices). Le but aurait été, non pas de proposer un traitement mathématique différent — si le texte de la *vulgate antérieure* lui paraissait satisfaisant —, mais de pérenniser le traité en adoptant la nouvelle forme pour le livre ancien. La seconde moitié du quatrième siècle représente une date relativement tardive, mais on sait que les milieux païens ont parfois résisté à une innovation qui a semble-t-il connu ses premiers succès dans les milieux chrétiens.[36] Et ce que l'on sait, sinon de Théon lui-même, du moins de sa fille Hypatie, suggère qu'il était lié aux cercles intellectuels néo-platoniciens païens. Au demeurant, même si l'on adopte cette explication, rien ne garantit qu'il ait été le premier à procéder ainsi, ni qu'il fut le seul. Ce qui, en revanche, est certain, c'est que sa version a joué un rôle déterminant dans la transmission, comme le prouvent les mentions que portent les manuscrits de la famille dite ***Th.***

Ce second scénario qui peut rendre compte de l'écart, limité mais réel, relevé entre ***P*** et ***Th*** me satisfait davantage que celui de Knorr. Nous n'avons que deux critères extérieurs au texte pour caractériser ladite réédition : les mentions « de l'édition de Théon (ἐκ τῆς Θέωνος ἐκδόσεως) » et la présence ou l'absence de l'ajout à VI. 33. Nous avons si peu d'informations sur l'histoire du texte[37] qu'il est quand même un peu osé d'écarter, sans autre forme de procès, le peu

[35] Voir Rommevaux, Djebbar, Vitrac, 2001: 233-35 et 244-50.

[36] Voir van Haelst, 1989: 14, 26-35.

[37] A cet égard, la tradition indirecte médiévale, si riche en nouvelles variantes textuelles, ne nous apprend rien sur l'histoire du texte pendant l'Antiquité, en particulier sur l'existence ou non de plusieurs éditions des *Éléments*.

que nous ayons. Quant au problème que nous discutions ici : l'état du texte que les manuscrits grecs permettent d'atteindre, je ne crois pas que mon hypothèse change grand chose. Il s'agit probablement d'un texte tel qu'il en circulait à la charnière des III^{e}-IV^{e} siècles de notre ère.

Est-il possible de remonter au-delà ? En ce qui concerne l'*édition* d'un texte grec quelque peu cohérent, je n'en suis pas sûr. Mais d'autres indications éclairant l'histoire du texte sont à notre portée grâce à la tradition indirecte et, sur ce terrain, notre situation est quand même un peu plus favorable qu'au temps du débat Klamroth—Heiberg.

5. Nouveaux apports quant à l'inventaire textuel

En ce qui concerne la tradition indirecte des citations par des auteurs grecs, nous disposons de deux atouts supplémentaires :

• le commentateur persan an-Nayrîzî nous a transmis un certain nombre de témoignages sur les commentaires de Héron et de Simplicius, perdus en grec, dont plusieurs donnent des indications intéressantes concernant l'histoire du texte.[38] Heiberg en prit connaissance. Lui-même participa à l'édition du codex Leidensis 399 par lequel le commentaire fut dans un premier temps connu, mais après la réalisation de son édition des *Éléments*. Il en fait état, entre autres choses, dans un important article de 1903.

• Dans le même ordre d'idées, il n'avait qu'une connaissance très partielle du commentaire sur le Livre X, attribué à Pappus et conservé dans une traduction arabe d'al-Dimashqî, dont Woepcke, vers 1855, n'avait publié que des extraits. Le texte en est désormais édité et traduit en plusieurs langues.[39]

On peut dire qu'aux cours des deux décennies au cours desquelles Heiberg a travaillé sur la tradition du texte d'Euclide, les nouvelles informations accessibles grâce à la tradition indirecte[40] auraient pu le conduire à infléchir certaines décisions éditoriales assumées dans les années 1883-1886 au moment où il polémiquait avec Klamroth, notamment pour la prise en compte du manuscrit ***b*** (dans la portion où il diverge) et de la tradition indirecte médiévale. Les travaux qu'il a publiés dans les années 1888-1903 sont indispensables à celui qui utilise son édition critique. On peut regretter que Heiberg n'ait pas produit une seconde édition révisée, comme il l'a fait pour Archimède, après la découverte du Palimpseste dit de Jérusalem.[41] Celui-ci

---

[38] Pour le cas de Héron, voir Brentjes, 1997-1998: 71-7; dans cet article S. Brentjes suggère que d'autres auteurs arabes ont eu connaissance du commentaire de Héron, indépendamment d'an-Nayrîzî, en particulier Ibn al-Haytham. Dans Brentjes, 2000: 44-7, elle montre que c'est probablement le cas aussi d'al-Karâbîsî. Héron proposait, entre autres choses, un certain nombre d'émendations textuelles. Voir Vitrac, 2004: 30-4.

[39] Voir notamment Thomson, Junge, 1930. On peut constater que cette connaissance partielle a conduit Heiberg à des conclusions contestables concernant la collection des scholies dites vaticanes (voir Vitrac, 2003: 288-92) et l'état préthéonin du texte du Livre X (voir Euclide / Vitrac, 3, 1998: 381-99). Ajoutons que l'intégrité du texte attribué à Pappus et l'unicité d'auteur (*pace* Thomson, Junge, 1930) ne vont pas de soi (voir *ibid*.: 418-19).

[40] Il faut y inclure les indications que livrent les scholies portées dans les marges des manuscrits grecs et que nous connaissons là encore grâce à un monumental travail de Heiberg. Voir *EHS,* V, 1-2 et Heiberg, 1888, à compléter par Heiberg, 1903.

[41] On peut aussi regretter que Stamatis, dans sa "révision" (*EHS*), n'ait même pas entrepris de compléter « Heiberg avec Heiberg ».

donnait accès au texte grec des *Corps flottants* et à la *Méthode,* jusque là inaccessible. A ses yeux, l'enjeu était donc probablement bien moins important dans le cas des *Éléments* d'Euclide. Mais reprendre un tel travail l'aurait peut-être conduit à réviser sa position concernant la tradition indirecte médiévale.

Nous connaissons celle-ci infiniment moins mal que Klamroth et Heiberg, grâce à un inventaire textuel bien plus avancé. Une petite vingtaine de manuscrits de la version dite Ishâq-Thâbit ont été identifiés[42] : Klamroth en connaissait deux ! De multiples travaux sur les méthodes et les contextes des traductions médiévales du grec au syriaque et à l'arabe, ou de l'arabe au latin ou à l'hébreu, soit en général, soit plus particulièrement en ce qui concerne les textes mathématiques, voire les *Éléments,* ont été entrepris. Busard a publié sept versions arabo-latines des XII^{e}-XIII^{e} siècles[43] ainsi qu'une version gréco-latine du XII^{e} découverte par J. Murdoch.[44] Nous disposons même d'éditions partielles des Livres V et VII à IX de la version Ishâq-Thâbit.[45] Un second manuscrit du commentaire d'an-Nayrîzî a permis de compléter le témoignage du Codex Leidensis (mutilé) sur les principes du premier Livre.[46] Plusieurs autres commentaires (al-Mahânî[47], al-Farâbî[48], Ibn al-Haytham[49], al-Jayyâni[50], 'Umar al Khayyâm[51]) ont été édités, traduits et analysés.

La richesse des matériaux ainsi rendus disponibles est exceptionnelle. Il est évident que l'histoire qui fut celle du texte des *Éléments* durant le Moyen-Âge, peut-être même au début de la Renaissance, devra être entièrement ré-écrite. Ce n'est évidemment pas ce que je me propose dans la suite de cet article, d'autant que cela outrepasse de beaucoup mes compétences.

Le point de vue que j'adopterai sera beaucoup plus limité : qu'est-ce que cette connaissance renouvelée de la tradition indirecte nous apporte sur l'histoire du texte durant l'Antiquité, tout particulièrement sur la rédaction des démonstrations ? Quelles en sont les

---

[42] Voir Folkerts, 1989 (à corriger à l'aide de Brentjes, 2001: 52, n. 13). Certains de ces manuscrits contiennent des fragments rapportés à la traduction d'al-Hajjâj.

[43] Respectivement Busard, 1967-1972-1977 (*HC*), 1983 (*Ad. I*), 1984 (*GC*) ; Busard-Folkert, 1992 (*RC*); Busard, 1996, 2001 (JT), 2005. Références complètes dans la bibliographie.

[44] Busard, 1987.

[45] Engroff, 1980; De Young, 1981.

[46] Voir Arnzen, 2002. Voir également la nouvelle édition partielle de la traduction latine par Gérard de Crémone, initialement publiée comme vol. IX de *EHM* : Tummers, 1994. Les versions arabe et latine conservées du texte d'an-Nayrîzî sont passablement divergentes. Voir Brentjes, 2001b: 17-55.

[47] • *Risâla li-al-Mâhânî fî al-mushkil min amr al-nisba* (Épitre d'al-Mâhânî sur la difficulté relative à la question du rapport). Édition et traduction française dans Vahabzadeh 1997. Repris, avec traduction anglaise, dans Vahabzadeh, 2002: 31-52;

• *Tafsîr al-maqâla al-'âshira min kitâb Uqlîdis* (*Explication du Dixième Livre de l'ouvrage d'Euclide*). Édition et traduction française in Ben Miled, 2005: 286-92.

[48] *Sharh al-mustaglaq min musâdarât al-maqâla al-ûlâ wa-l-hâmisa min Uqlîdis.* Le texte fut traduit en hébreu par Moses ibn Tibbon. Voir Freudenthal, 1988: 104-219.

[49] *Sharh musâdarât Uqlîdis*. Édition partielle, traduction anglaise et commentaires in Sude, 1974.

[50] *Maqâla fi sharh al-nisba* (Commentaire sur le rapport). Fac-similé du manuscrit Algier 1466/3, f°74^{r}-82^{r} et traduction anglaise in Plooij, 1950. Édition et traduction française dans Vahabzadeh, 1997.

[51] *Risâla fî sharh mâ ashkala min musâdarât Kitâb Uqlîdis* (Épitre sur les problèmes posés par certaines prémisses problématiques du Livre d'Euclide). Traduction française dans Djebbar, 1997 et 2002: 79-136. Édition du texte arabe avec traduction française dans Rashed,Vahabzadeh, 1999: 271-390.

limites ? Ce faisant, j'essaie d'explorer les conséquences des hypothèses émises par W. Knorr comme celui-ci me l'enjoignait d'ailleurs explicitement : dans sa percutante étude de 1996, sachant que j'étais en train de réaliser une traduction française commentée (elle était publiée pour moitié), il me suggérait de confronter le texte grec établi par Heiberg avec celui de deux traductions arabo-latines, celle attribuée à Adélard de Bath et celle de Gérard de Crémone, la première composée vers 1140, la seconde vers 1180.

Knorr était convaincu que ces versions nous transmettaient un texte moins altéré que celui porté par les manuscrits grecs. Il ne doutait pas qu'il soit possible de reconstituer un archétype grec de l'ensemble des traductions médiévales antérieur à la réédition de Théon dont procédaient, selon lui, tous les manuscrits grecs conservés. La prise en compte de celui-ci, on s'en doute, bouleverserait l'histoire antique du texte et aurait des conséquences importantes pour l'établissement du texte, non seulement au niveau structurel, mais aussi dans la rédaction de chaque preuve comme le montre l'exemple de XII. 17, analysé en détails par Knorr.

Pour présenter mes résultats (et mes doutes), il me faut d'abord permettre au lecteur de se faire une idée de la taille et de la nature du dossier des divergences textuelles que l'on observe entre la tradition directe grecque et (une partie de) la tradition indirecte médiévale.

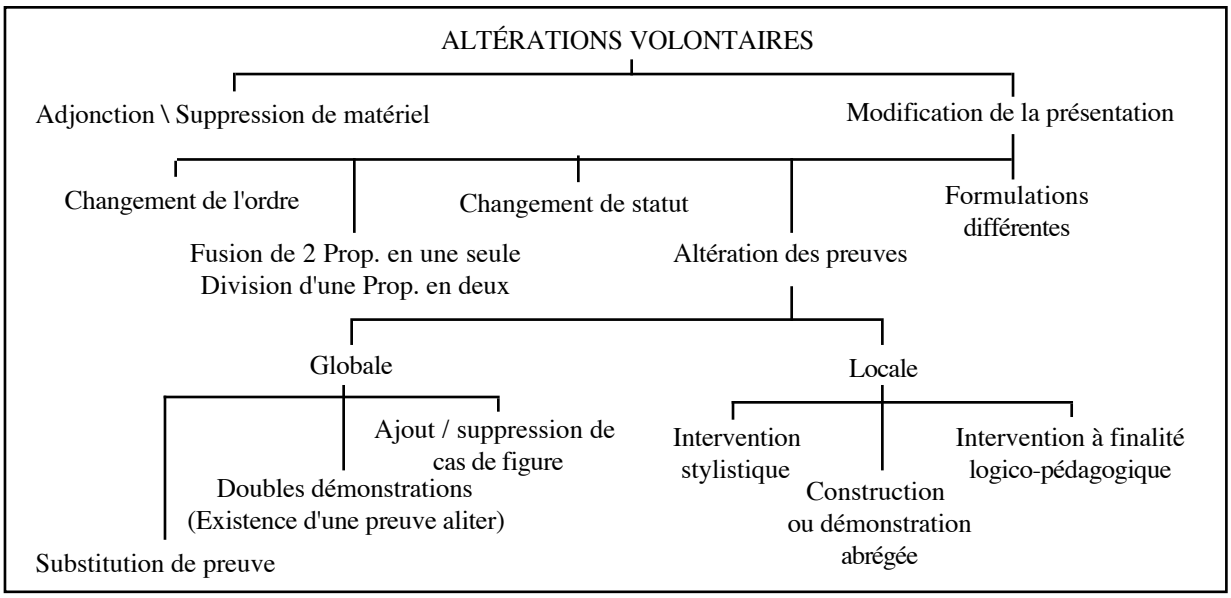
II. Extension et nature de la divergence textuelle entre versions des *Éléments*

1. Typologie des altérations volontaires structurelles

Il n'est évidemment pas possible de donner une liste exhaustive des altérations volontaires qu'a subies le texte des *Éléments,* ni de détailler les modalités relativement complexes de leur repérage et de leur identification, notamment en ce qui concerne les divergences ponctuelles. Les variantes auxquelles je m'intéresse ne sont pas celles dont les philologues font usage : variantes orthographiques, petits ajouts et/ou microlacunes, saut du même au même, dittographie… Les fautes communes aux copies d'un même texte permettent d'établir des généalogies entre manuscrits. Elles constituent des marqueurs textuels d'autant plus intéressants qu'elles sont reproduites par des lignées de copistes qui ne les détectent pas, parce qu'ils ne comprennent pas le texte, ou ne cherchent pas à le comprendre. J'essaie de déterminer des variantes qui ne relèvent pas des erreurs "mécaniques" liées au processus même de la copie, mais qui se rattachent aux modifications volontaires apportées par les responsables d'une réédition du texte grec ou aux réviseurs éventuels des traductions arabes tel Thâbit ibn Qurra. Cela vaut particulièrement pour les altérations globales des preuves.[52] Quand de telles variantes existaient dans les manuscrits grecs, elles avaient de bonnes chances de résister à l'opération de traduction. La structure même du texte des *Éléments,* en unités textuelles assez facilement identifiables, facilite ce travail. De même, le caractère formulaire de la langue géométrique

[52] Pour les variantes locales du texte grec il faut tenir compte d'un autre phénomène : le multi-usage des marges des manuscrits après l'adoption du codex. Voir Euclide/Vitrac, 4, 2001: 44-45.

grecque a été maintenu dans les traductions et permet un repérage des variantes locales qui serait probablement moins facile dans un texte philosophique ou médical. Mon échantillon est suffisamment important pour proposer une typologie; en revanche les considérations quantitatives sont provisoires et dépendent évidemment de l'extension du corpus considéré.[53]



En l'absence d'éditions critiques des versions arabes, compte-tenu de la multitude des recensions, épitomés, des versions commentées que l'ouvrage d'Euclide a suscités, nous ne pouvons prétendre déterminer exactement l'extension du corpus à prendre en considération. Pour l'instant j'utilise : les différentes composantes de la tradition directe, la version dite gréco-latine,[54] les informations disponibles concernant la traduction arabe attribuée à Ishâq ibn Hunayn révisée par Thâbit ibn Qurra ainsi que les fragments attribués à al-Hajjâj dans les manuscrits de la version Ishâq-Thâbit, les traductions arabo-latines attribuées respectivement à Adélard de Bath et à Gérard de Crémone. Cet ensemble relève de ce que les spécialistes de l'Euclide arabe appellent la « transmission primaire », pour la distinguer des élaborations secondaires (recensions, épitomés …).[55]

Je travaille actuellement avec une liste d'environ 220 altérations structurelles dont les genres principaux et les espèces figurent dans le schéma ci-dessus. Elles portent sur une unité textuelle déterminée : Définition, Demande, Notion Commune, Proposition, Cas de figure, Lemme, Porisme, voire sur un groupe de telles unités, notamment lorsqu'il y a changement de l'ordre de présentation. Le débat qui a opposé Klamroth et Heiberg dans les années 1880 s'appuyait sur un corpus de ce genre, lui-même fortement déterminé par les indications fournies

[53] J'ajoute que les informations dont je dispose sur la tradition arabe médiévale (et hébraïque) sont de seconde main et dépendent des publications accessibles ou de la bonne volonté avec laquelle mes collègues et ami(e)s acceptent de répondre à mes sollicitations. Je remercie tout particulièrement S. Brentjes, T. Lévy et A. Djebbar.

[54] Version très littérale, directement traduite du grec en latin dans l'Italie du Sud au XII^{e} siècle, découverte et étudiée par J. Murdoch en 1966 et éditée par H. L . L. Busard en 1987.

[55] Voir Brentjes, 2001: 39-41 et De Young, 2004, 313-19. D'autres informations sont également accessibles grâce aux commentateurs, grecs ou arabophones, ainsi que par les scholies des manuscrits grecs et arabes.

dans les recensions médiévales comme celles de Nasîr at-Din at-Tûsî et celle dite du Pseudo-Tûsî.[56]

La distinction « globale \ locale » s'impose à cause de la question des preuves. Il est facile d'identifier le phénomène de doubles preuves. Généralement les secondes preuves sont introduites par un indicateur "ἄλλως" (Autrement) ou "ἢ καὶ οὕτως ..." (Ou aussi ainsi …).[57] De même, dans la traduction arabo-latine de Gérard de Crémone, la grande majorité des secondes preuves sont explicitement présentées comme telles grâce à des indications du type : « *in alio libro … invenitur* » (dans un autre livre, on trouve …). En revanche l'identification de démonstrations comme distinctes est nettement plus délicate lorsqu'il s'agit de comparer deux preuves solitaires appartenant à des versions différentes, par exemple celle d'un manuscrit grec et sa correspondante dans la traduction arabe, ou l'une chez Adélard de Bath, l'autre chez Gérard de Crémone. Les avatars de la transmission manuscrite excluent que soient considérées comme *véritablement différentes* deux preuves qui ne divergent que par quelques variantes minimes. Sinon il y aurait autant de preuves par Proposition que de versions, voire de manuscrits !

C'est pourquoi il s'avère nécessaire d'introduire l'opposition entre local et global. Idéalement il faut pouvoir identifier le "noyau argumentatif" qui caractérise une preuve et le distinguer d'une espèce d'"enrobage", qui est pertinent stylistiquement ou pédagogiquement, mais qui n'est ni mathématiquement ni logiquement essentiel. On réservera l'expression « substitution de preuve » (modification globale) pour les cas où il y a remplacement d'un noyau argumentatif par un autre. La distinction entre "noyau" et "enrobage" n'est pas toujours facile à établir, mais on peut penser qu'elle sera mieux comprise si l'on a préalablement circonscrit les différentes modalités de l'"enrobage". Autrement dit, pour que cette catégorie de divergences *globales* qu'est la substitution de preuve soit bien définie, il est nécessaire de proposer également une typologie des altérations auxquelles je réserverai le qualificatif de *locales* (voir tableau). [58]

Donnons aussi quelques explications ou exemples pour les variantes dont la désignation n'est peut-être pas immédiatement transparente :

• Il y a dédoublement quand une Proposition envisageant deux cas de figures est remplacée par deux Propositions distinctes consécutives. C'est ce que l'on observe dans la tradition indirecte médiévale pour X. 31, 32, XI. 31, 34. La fusion est l'opération inverse. Bien entendu ces altérations ne sont pas du même ordre que la substitution de preuve. Ainsi le *dédoublement* pourrait répondre à un souci logique ou pédagogique (dans le cas de preuves très longues), voire stylistique, mais il n'altère pas la teneur mathématique des démonstrations.

• Le changement de statut peut, par exemple, affecter un Porisme (= corollaire) : c'est le cas du Porisme à Heib. X. 72, devenu une Proposition indépendante dans la tradition indirecte médiévale. Autre exemple, le principe (au demeurant inauthentique) : « deux droites ne

[56] Voir Rommevaux, Djebbar, Vitrac, 2001: 235-38 et 284-85.

[57] Mais il y a parfois des confusions; ainsi l'ajout de cas à VI. 27 est introduit comme s'il s'agissait d'une démonstration alternative (ἄλλως). Voir *EHS,* II: 231. 2.

[58] Voir celle proposée dans Euclide/Vitrac, 4, 2001: 41-69, en particulier le schéma page 55.

contiennent pas une aire » est présenté comme la Demande n°6 dans une partie des manuscrits grecs (***PF***), dans la traduction d'al-Hajjâj[59] et chez Adélard, mais comme Notion commune n°9 dans une autre partie (***BVb***) de la tradition directe, dans la traduction Ishâq-Thâbit et chez Gérard de Crémone.

• Il y a une formulation différente par exemple dans la Proposition II. 14 : la traduction d'al-Hajjâj et la tradition adélardienne proposent de faire la quadrature d'un triangle, les manuscrits grecs, la traduction Ishâq-Thâbit et Gérard de Crémone, la quadrature d'une figure rectiligne quelconque. Ceci est lié à une autre catégorie de variantes, en l'occurrence l'absence de la Proposition I. 45, dans le premier groupe de témoins ci-dessus. De même, le Porisme à VI. 19 est formulé différemment dans le manuscrit ***P*** (pour une figure) et dans les manuscrits ***Th*** (pour un triangle). Là encore cette variante est à rapprocher de l'existence du Porisme à VI. 20, n°2 (pour une figure), attestés seulement dans les manuscrits dits théonins. Les divergences peuvent donc manifester des corrélations à longue portée.

• Quant aux variantes locales à possible finalité logico-pédagogique nous en verrons quelques exemples dans ce qui suit. Précisons seulement ce que vise la catégorie « démonstrations abrégées ». Il s'agit de l'utilisation des démonstrations dites analogiques (*DA*) et potentielles (*DP*) introduites par les formules : « Alors pour les mêmes raisons aussi … » (= διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ...) (*DA*), « Semblablement nous démontrerons (resp. il sera démontré) que … » (= ὁμοίως δὴ δείξομεν (resp. δειχθήσεται) ὅτι ...) (*DP*). Elles renvoient à la volonté d'abréger le texte; la première est équivalente à notre *mutatis mutandis*; elle permet de ne pas reproduire un argument complètement similaire avec une spécification de figure ou d'éléments de figure différente. La deuxième est une fausse "prophétie" : elle est invoquée justement pour n'avoir pas à *démontrer* en détails ce qu'elle introduit.

Les démonstrations "abrégées" ne sont pas rares dans les *Éléments* (environ 250), mais, dans certains cas, on peut facilement imaginer qu'un éditeur postérieur a utilisé ce trait stylistique euclidien pour abréger son texte. Il est assez frappant que les versions arabo-latines, globalement bien plus concises que le texte grec, aient parfois des démonstrations complètes, là où ce dernier utilise l'une des formules que nous venons de citer. Dans la proposition XII. 6 la version portée par le manuscrit ***P*** utilise une démonstration potentielle (en "δειχθήσεται"), là où celle des manuscrits dits théonins mobilise une démonstration analogique (en "διὰ τὰ αὐτὰ δη"). L'apparition de ces formules n'est donc pas indépendante de la transmission du texte.[60]

2. Aspect quantitatif

Les 220 modifications structurelles de mon corpus mettent en cause : plus de 60 Définitions (sur environ 130), 8 Notions communes (sur 11), 29 Porismes (sur 35), 41 Lemmes et ajouts (sur 42), 173 Propositions (sur 474, 465 en grec, soit un peu plus du tiers de

[59] Voir De Young, 2002/2003: 134.

[60] Pour d'autres exemples, voir les références données dans Euclide/Vitrac, 4, 2001: 46-7, notes 51, 53.

l'ensemble).[61] Elles sont très inégalement réparties selon les Livres ainsi que selon le type d'unités textuelles. En m'inspirant des savants médiévaux, je regroupe les principales variantes globales selon trois critères (pas tout-à-fait indépendants, mais presque) :

a — l'existence ou non de certaines portions du texte (35 Définitions, 8 Notions communes, 27 Porismes, 41 Lemmes et ajouts, 25 Propositions.)
b — le changement de l'ordre de présentation. Il y en a une bonne trentaine qui mettent en cause une trentaine de Définitions et plus de soixante Propositions.
c — l'altération (structurelle) des preuves : pour l'instant, j'en ai recensé environ 80 qui concernent une petite centaine de Propositions.[62]

En comparant le texte de Heiberg et ceux des traductions arabo-latines d'Adélard de Bath et de Gérard de Crémone, j'observe (au moins) trois dichotomies textuelles (par ordre décroissant d'importance) :[63]

Dichotomie **1** : Edition Heiberg (≅ ***P***) *versus* tradition médiévale (existence de 18 Définitions, 12 Propositions, 19 Porismes, tout le matériel additionnel (!), de nombreux changements d'ordre, la plupart des substitutions de preuve).
Dichotomie **2** (dans les L. I à X) : Tradition adélardienne *versus* traduction Gérard de Crémone [al-Hajjâj \ Ishâq-Thâbit ?][64] (existence de 16 Définitions, 10 Propositions, 2 Porismes, quelques changements d'ordre, doubles preuves in GC)
Dichotomie **3** : ***P*** *versus* ***Th***. (existence de 3 Propositions, 2 Porismes, 3 ajouts, 2 inversions de Définitions, quelques modifications).

Pour reprendre certains éléments de notre première partie, l'édition de Heiberg est fondée sur la dichotomie 3. L'éditeur danois refuse de prendre en compte la dichotomie 1 mise en évidence par Klamroth. Knorr propose une interprétation finalement assez semblable à celle de Heiberg, linéaire et à deux termes (préthéonin \ théonin) en remplaçant simplement ***P*** par l'hypothétique archétype grec qu'il croit pouvoir reconstruire pour la tradition médiévale. Compte-tenu des informations dont il disposait, Heiberg n'était pas en mesure d'identifier la Dichotomie 2. Knorr paraît l'ignorer, ce qui est pour le moins surprenant, notamment quand il déclare que les versions arabo-latines qu'il utilise (Adélard et Gérard) ne sont ni divergentes, ni contaminées. Ce clivage de la tradition indirecte dans les Livres I à X[65] ruine les espoirs de

[61] Certaines portent sur un groupe de Propositions, d'où un total supérieur à 220.
[62] Voir Vitrac, 2004: 40-42.
[63] Pour davantage de détails, voir les trois tableaux donnés *infra* en annexe.
[64] La prise en compte des versions arabo-latines ajoute une difficulté supplémentaire de mon point de vue (revenir au grec) puisqu'il s'agit d'une tradition doublement indirecte. Mais les divergences structurelles que nous observons entre Adélard de Bath et Gérard de Crémone trouvent presque toujours leur explication chez leurs prédécesseurs arabes, en particulier dans l'opposition al-Hajjâj \ Thâbit telle que la décrivent — à tort ou à raison — les copistes, les commentateurs et les auteurs de recension comme at-Tûsî.
[65] Elle est particulièrement claire dans le Livre X, voir Rommevaux, Djebbar, Vitrac, 2001: 252-70.

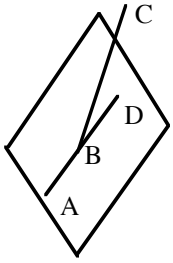
reconstruire un archétype commun à la tradition indirecte médiévale. Quant aux variantes locales, elles se comptent par centaines, probablement entre 1000 et 1500, et portent sur environ 80 % des Propositions du texte grec. On peut considérer que la seule présence d'une démonstration analogique ou d'une simple intervention stylistique dans une Proposition est peu significative. En écartant les exemples de ce genre, 70 % des Propositions du traité euclidien reste toutefois impliquées, la différence étant surtout sensible dans les Livres arithmétiques VII-VIII, au demeurant davantage "épargnés" par ces variantes que les portions géométriques, en particulier le Livre X et les Livres stéréométriques.

3. Un exemple de variante locale

L'exemple, plutôt simple, que je propose est celui de la Proposition XI. 1. Il montre comment la prise en compte de la tradition indirecte médiévale permet de dépasser la confrontation entre ***P*** et ***Th*** à laquelle s'est cantonné Heiberg. Le primat codicologique qu'il accorde au manuscrit du Vatican ne s'impose pas, car l'ensemble des manuscrits grecs, y compris ***P***, a subi différents enrichissements tardifs. Il permet aussi de saisir quelle était la probable finalité de ces ajouts ponctuels.

Comme dans plusieurs des autres premières démonstrations des Livres stéréométriques, dans XI. 1 Euclide tente de démontrer une propriété qu'il aurait probablement mieux fait d'admettre (*i.e.* de postuler) : le fait qu'une droite qui a une partie dans un plan est contenue dans ce plan.[66] C'est l'aspect philologique qui m'intéressera ici quoiqu'il soit probable que les altérations du texte aient été provoquées par la perception d'une insuffisance dans la preuve. Le texte est le suivant :

a.

Εὐθείας γραμμῆς μέρος μέν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν μετεωροτέρῳ.		D'une ligne droite il n'y a pas une certaine partie dans le plan subjacent et une certaine autre partie dans un [plan] situé en hauteur.
	Εἰ γὰρ δυνατόν, εὐθείας γραμμῆς τῆς ΑΒΓ μέρος μέν τι τὸ ΑΒ ἔστω ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι τὸ ΒΓ ἐν μετεωροτέρῳ. Ἔσται δή τις τῇ ΑΒ συνεχὴς εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας ᾽ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ. ἔστω ἡ ΒΔ· δύο ἄρα εὐθειῶν τῶν ΑΒΓ, ΑΒΔ κοινὸν τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον,	Car si c'est possible que de la ligne droite ABC, une certaine partie, AB, soit dans le plan subjacent, une certaine autre partie, BC, dans un [plan] situé en hauteur. Alors il existera une certaine droite continûment en ligne droite avec AB dans le plan subjacent. Que ce soit BD; donc AB est un segment commun aux deux droites ABC, ABD; ce qui est impossible,

b. Parvenu à ce point les deux familles textuelles distinguées par Heiberg divergent :

P	ἐπειδήπερ ἐὰν κέντρῳ τῷ Β καὶ διαστήματι τῷ ΑΒ κύκλον γράψωμεν, αἱ διάμετροι ἀνισους ἀπολήψονται τοῦ κύκλου περιφερείας.	puisque si nous décrivons un cercle avec B comme centre et AB comme intervalle, les diamètres découperaient des arcs de cercle inégaux
BF Vb	εὐθεῖα γαρ εὐθεῖᾳ οὐ συμβάλλει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ᾽ ἕν· εἰ δὲ μή, ἐφαρμόσουσιν αλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.	car une droite ne rencontre pas une droite en plus d'un point; sinon les droites s'ajustent l'une avec l'autre.

[66] Sur les faiblesses des fondements de la stéréométrie euclidienne, voir Euclide/Vitrac, 4, 2001: 31 et mes commentaires aux Prop. XI. 1, 2, 3, 7.

c. Suit la conclusion générale et la formule rituelle propre aux théorèmes :

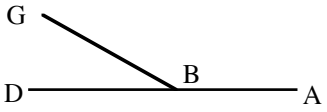
Εὐθείας ἄρα γραμμῆς μέρος μέν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ ἐν μετεωροτέρῳ ·	Donc d'une ligne droite il n'y a pas une certaine partie dans le plan subjacent et une certaine autre partie dans un [plan] situé en hauteur.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.[67]	Ce qu'il fallait démontrer.

Conformément à la règle générale qu'il suit, Heiberg a retenu la leçon de ***P*** dans son texte et il fait figurer celle des manuscrits théonins dans son apparat critique.[68] Stylistiquement on peut faire les observations suivantes :

• Les deux variantes sont ce que j'ai appelées des explications postposées parce qu'elles ont une forme « q, parce que p », plutôt que « si p alors q »; la "cause" (p) est énoncée après ce dont elle est censée être la cause (q).[69]

• Celle de ***P*** est introduite par la conjonction "ἐπειδήπερ" ce qui suffit à en suspecter l'authenticité.[70] De plus, on y trouve ce que j'ai appelé une « forme conjuguée active personnelle » (γράψωμεν) alors que la forme euclidienne normale de conjugaison dans la portion argumentative est le médio-passif,[71] ce qui renforce encore le soupçon d'inauthenticité.

Consultons maintenant la tradition indirecte médiévale, par exemple la traduction arabo-latine de Gérard de Crémone,[72] confrontée aux parties (a) et (c) du texte édité par Heiberg :

Parties (a) et (c) du texte de Heiberg	Version Gérard de Crémone
Εὐθείας γραμμῆς μέρος μέν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν μετεωροτέρῳ.	Recte linee pars non est una in superficie et pars alia in alto.
	
	Quoniam non est possibile ut ita sit, quod in exemplo declarabo.
Εἰ γὰρ δυνατόν, εὐθείας γραμμῆς τῆςΑΒΓ μέρος μέν τι τὸ ΑΒ ἔστω ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι τὸ ΒΓ ἐν μετεωροτέρῳ.	Si ergo possibile fuerit, sit pars linee ABG que est AB in superficie posita et sit alia pars que est BG in alto.
Ἔστω δή τις τῇ ΑΒ συνεχὴς εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας' ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ.	Protaham ergo a linea AB in data superificie lineam coniunctam linee AB
ἔστω ἡ ΒΔ· δύο ἄρα εὐθειῶν τῶν ΑΒΓ, ΑΒΔ κοινὸν τμῆμά ἐστιν ἡ ΑΒ·	que sit BD. Linea ergo ABG est linea recta et linea ABD est linea recta, ergo linea AB duabus lineis BG et BD secundum rectitudinem coniungitur.
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.	Quod est omnino contrarium.

[67] Voir *EHS*, IV: 4,. 8—5. 3.

[68] On trouve cette même variante dans la marge de ***P***, mais par une main récente, suivi de l'ajout : « οὕτως ἐν ἄλλοις εὕρηται, ἔπειτα τὸ· εὐθείας ἄρα γραμμῆς » (c'est ainsi ce que l'on trouve dans d'autres [copies], à la suite; donc d'une ligne droite …).

[69] Voir Euclide/Vitrac, 4, 2001: 50, 56, 67-9.

[70] Il existe, dans le texte du Livre XII tel qu'il est édité par Heiberg, une quinzaine de passages introduits par la conjonction " ἐπειδήπερ", qui sont tous des explications élémentaires qui n'existent ni dans le manuscrit ***b***, ni dans les traductions arabo-latines d'Adélard de Bath et de Gérard de Crémone. On en compte 38 dans l'ensemble des *Éléments*. Comme l'avait déjà signalé Knorr 1996: 241-2, nous savons qu'il s'agit là d'interpolations assez tardives dans les manuscrits utilisés par Heiberg. *A posteriori* on s'aperçoit d'ailleurs que celui-ci avait considéré sept de ces passages comme des interpolations sur la base d'autres critères que leur absence dans le manuscrit ***b*** et la tradition indirecte.

[71] Voir [Euclide/Vitrac], vol. 4: 47.

[72] Busard, 1984: 338-9.

Εὐθείας ἄρα γραμμῆς μέρος μέν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ ἐν μετεωροτέρῳ ·	Non est ergo linee recte pars in superficie et pars in alto.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.	Et illus est quod demonstrare voluimus.

Le lecteur vérifiera facilement la proximité de cette traduction latine avec le grec, malgré un intermédiaire arabe, à deux exceptions près :
— le latin ajoute une clause destinée à introduire un raisonnement indirect (caractéristique systématique qu'il partage avec certains manuscrits de la traduction Ishâq-Thâbit).
— Il ne possède ni l'une ni l'autre des explications postposées du grec (partie b).

On peut donc imaginer (au moins) deux scenarii : soit elles sont inauthentiques, soit le traducteur (ou le réviseur Thâbit), constatant la divergence des manuscrits grecs et l'insuffisance des explications proposées, s'est abstenu de retenir l'une ou l'autre. Il a "nettoyé" le texte.
L'insuffisance mathématique de l'explication dans ***P*** est évidente : elle admet que les points ABCD sont coplanaires. Si l'on veut prouver la coplanéité des droites ABC, ABD à partir du fait qu'elles sont sécantes (elles ont même un segment en commun), on devra utiliser XI. 2, laquelle repose elle-même sur XI. 1 ! On peut donc — et c'est la lecture de Heiberg — appliquer un argument de type *lectio difficilior* et dire que le texte des manuscrits théonins est une amélioration. D'où sa décision éditoriale. Ce scénario est peu vraisemblable.

On trouve en effet dans certains manuscrits de la famille ***Th***, notamment ***V***, une scholie qui propose une démonstration de l'impossibilité, pour deux droites, d'avoir un segment commun, le point d'aboutissement de notre preuve indirecte : [73]

> « De deux droites il n'existe pas de segment commun. Car, si c'est possible, que de deux droites ABC, ABD, le segment AB soit commun, et que, sur la droite ABC, soit pris le centre B et l'intervalle BA, et que soit décrit le cercle AEZ. Puis donc que le point B est le centre du cercle AEZ et que par le point B une certaine droite, ABC, a été menée, la droite ABC est donc un diamètre du cercle AEZ. Or le diamètre coupe le cercle en deux. Donc AEC est un demi-cercle. Ensuite, puisque le point B est le centre du cercle AEZ et que par le point B une certaine droite, ABD, a été menée, la droite ABD est donc un diamètre du cercle AEZ. Mais ABC a été aussi démontré être un diamètre du même cercle AEZ. Or les demi-cercles du même cercle sont égaux entre eux. Donc le demi-cercle AEC est égal au demi-cercle AED, le plus petit au plus grand; ce qui est impossible. Donc, de deux droites, il n'existe pas de segment commun. Donc [elles sont entièrement] distinctes. Et, à partir de là, il n'est pas non plus possible de prolonger continûment des droites par une droite déterminée, mais une [seule] droite et, cela à cause de ce qui à été démontré, [à savoir] que de deux droites il n'y a pas de segment commun ».

Cette scholie n'existe pas dans ***P***, mais on peut l'expliquer si, très sévèrement résumée, elle est à l'origine de l'explication postposée que l'on trouve insérée dans le texte de ce manuscrit : il n'y avait dès lors plus besoin de recopier ladite scholie. Il est probable que l'explication que portent les manuscrits théonins provienne, elle aussi, de l'insertion dans le texte, du résumé d'une (autre) scholie. Il y a même des chances que nous connaissions la source de ces annotations marginales.

[73] Cf. *EHS*, V, 2: 243. 27—244. 22.

Dans son commentaire à la Proposition I. 1, Proclus rapporte une objection de l'Épicurien Zénon de Sidon : la démonstration euclidienne de I. 1 présuppose qu'il n'y a pas de segment commun à deux droites distinctes,[74] précisément ce qui est déclaré être impossible ici même. Le commentateur repousse l'objection à l'aide de trois arguments dont le premier et le dernier sont proches du contenu des deux explications postposées (dans ***Th*** et ***P*** respectivement) ainsi que de la scholie.[75]

Dans cet exemple il y a donc toutes les raisons de croire que le premier scénario était le bon, que la preuve "euclidienne" de XI. 1 était semblable à celle de la tradition indirecte. Heiberg ne pouvait pas connaître la traduction de Gérard de Crémone (découverte par A. A. Björnbo au début du XX^{e} s.), mais il aurait pu consulter la recension de Campanus, laquelle ne possède pas non plus l'une ou l'autre des explications postposées.

Il va de soi que la différence, du point de vue mathématique, est minuscule. Mais, du point de vue de l'histoire et de l'usage du texte, c'est le nombre des altérations de ce genre — des centaines[76] — qui est significatif. Des ajouts comme ceux que nous venons de voir à propos de XI. 1 ont été introduits en différentes occasions, sans doute de manière indépendante, puisque chaque version — y compris les traductions arabo-latines pourtant bien plus épargnées par ce phénomène — en possède qui lui sont propres.[77] Ce travail d'enrichissement doit sans doute beaucoup à l'annotation marginale, ultérieurement intégrée au texte lui-même, et brouille en partie la distinction entre "texte" et "commentaire".

La finalité de ces ajouts est, pour la majorité d'entre eux, d'assurer la "saturation" du texte. La lecture des *Éléments* qu'ils présupposent est donc davantage logique — l'apprentissage de la déduction — plutôt que mathématique (l'acquisition des résultats fondamentaux de la géométrie). Même si le rôle de l'annotation marginale a probablement été moindre dans le cas des divergences structurelles, nous verrons que la finalité qu'elles poursuivent — quand on peut l'appréhender — est assez souvent la même.

Du point de vue de l'histoire du texte, l'abondance de ces enrichissements parfois indépendants implique, pour les *Éléments* (mais aussi certains autres textes mathématiques), des modalités de transmission bien plus souples que celles que postulent les philologues dont le modèle reste la tradition des textes poétiques. La possibilité d'inscrire les différents témoins du texte dans un schéma linéairement ordonné (*stemma*) ou même la simple primauté accordée à un manuscrit comme celle que Heiberg a reconnue pour ***P*** ne peut valoir systématiquement. Clairement, dans les discussions des lieux problématiques, il faut tenir compte des leçons de la tradition indirecte médiévale. C'était également ce que préconisait Knorr. Celui-ci pensait même qu'il était possible de reconstruire un archétype grec pour l'ensemble de la tradition médiévale.

---

[74] Voir Friedlein, 1873: 215. 11-13, 215. 15-16.
[75] Voir *ibid.*, 215. 17—216. 9.
[76] Par exemple les phrases destinées à rappeler une hypothèse, ou ce qui a fait l'objet d'une démonstration préalable, sont environ 600. On peut leur adjoindre une vingtaine d'explications terminologiques, la plupart dans le Livre X.
[77] Voir Euclide/Vitrac, 4, 2001: 63.

Autrement dit, pour chaque divergence attestée, en confrontant les différents états du texte, on devrait pouvoir identifier la (ou les) version(s) la (ou les) moins inauthentique(s). Compte tenu des trois espèces principales de variantes structurelles que nous avons reconnues, cela signifierait :

— trancher la question d'authenticité pour chaque unité textuelle contestée (détermination du « matériel » contenu);

— choisir une modalité de présentation (en particulier un ordre) quand plusieurs sont attestés.

— savoir, en cas de substitution ou de doubles preuves, laquelle des deux est la plus ancienne.

Prononcer de tels jugements suppose des critères. Il y en a essentiellement deux :

(i) le premier concerne la « quantité » de matériel transmis par les différentes versions.

(ii) Le second porte sur la forme dudit matériel (ordre de présentation, modification des preuves).

Ils reposent sur l'idée que les historiens se font de la nature du texte des *Éléments* et sur les hypothèses qu'ils envisagent à propos de sa transmission. Selon Klamroth (et Knorr), le devenir textuel du texte a été essentiellement une amplification. Donc, par exemple, sauf *accident,* une Proposition absente dans une version « maigre » (contenant moins de matériel qu'une ou plusieurs autres) sera jugée inauthentique. Quant aux transformations de la forme, s'il s'agit non pas d'un accident de la transmission, mais d'une altération volontaire de la structure du texte (cela suppose que l'on sache discriminer entre les deux), le critère, explicité par W. Knorr, sera celui du perfectionnement : qu'elle ait réussi ou échoué, qu'elle ait été réellement motivée ou non, la modification volontaire de la forme (ordre, preuve) du texte visait à l'améliorer. Inutile de dire qu'il s'agit là d'une vision optimiste de l'histoire des mathématiques.

Pour voir comment s'appliquent ces principes, pour appréhender la nature des modifications structurales que nous avons évoquées, le plus simple est de choisir quelques exemples. Les limites desdits critères apparaîtront clairement quand nous examinerons leur application aux démonstrations (voir *infra,* §§ 6-7).

4. Questions d'authenticité et architecture logique des *Eléments*

Si l'on considère les témoins du point de vue du « matériel contenu », la question de l'authenticité est peut-être la moins complexe des trois, du moins en ce qui concerne la première dichotomie. Il existe dans les manuscrits grecs un matériel que je qualifie d' « additionnel » comprenant des cas de figure, des portions identifiées comme ajouts, des doubles démonstrations et les Lemmes.[78] L'édition critique de Heiberg, achevée en 1888, quatre ans après le débat avec Klamroth, condamnera l'ensemble de ce matériel comme inauthentique. A cet égard, la maigreur (toute relative) de ***P*** quand on le compare aux autres manuscrits grecs[79] est l'un des critères qui justifie sa plus grande ancienneté. Or ce matériel additionnel, à une exception près,[80] est absent

[78] Pour le détail, voir Tableau 1 de l'annexe.

[79] Voir Tableau 3 de l'annexe.

[80] L'ajout de cas de figure dans les Prop. III. 35, 36, 37.

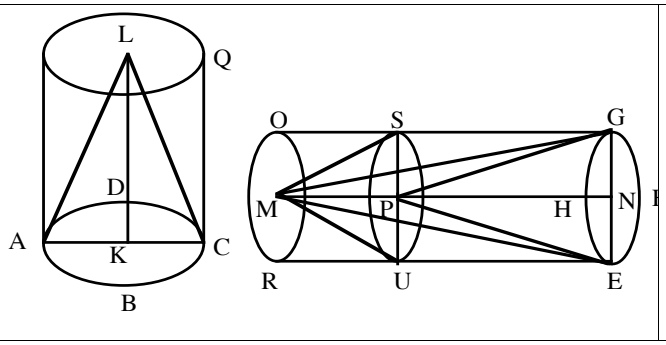
de la tradition médiévale arabe et arabo-latine. Pourtant Heiberg n'infléchira guère sa position et n'acceptera pas ce constat de "maigreur" de la tradition indirecte comme gage de sa pureté. Selon lui — et c'est là aussi une hypothèse sur la nature du traité — le texte des *Éléments* ne pouvait pas être maigre au point de souffrir de lacunes déductives ce qui, de son point de vue, était le cas des versions médiévales, trop maigres au point d'être lacunaires.

Je ne crois pas que quiconque (et certainement pas Klamroth ni Knorr) conteste la structure globalement déductive des *Éléments*. Si on les compare avec les traités géométriques d'Archimède ou d'Apollonius, on peut dire que la "texture" locale n'est pas si différente, mais l'écart principal réside dans le fait que les *Éléments* sont rédigés comme s'ils ne supposaient aucune connaissance géométrique préalable. L'identification de ce qui serait une lacune déductive chez Euclide est donc une question cruciale, mais pas toujours simple. En effet, toute l'histoire exégétique du traité euclidien, de l'Antiquité jusqu'à David Hilbert, a montré que la progression des *Éléments,* probablement comme tout texte géométrique rédigé en langue naturelle, repose sur des *présupposés* implicites.[81] Identifier les lacunes déductives suppose que l'on soit capable de toujours bien distinguer « connaissance préalable », consciemment admise, et « présupposé implicite ».

Prenons l'exemple de la Proposition XII. 15. Il y est établi que :

> « Les bases des cônes et des cylindres égaux sont inversement [proportionnelles] aux hauteurs; et parmi les cônes et les cylindres, ceux dont les bases sont inversement [proportionnelles] aux hauteurs, ceux-là sont égaux »,

propriété également démontrée pour les parallélépipèdes (XI. 34) et les pyramides (XII. 9).



Dans la première partie de la preuve on suppose les cônes ou cylindres de bases ABCD, EFGH et de hauteurs KL, MN égaux. Si KL n'est pas égale à MN, on introduit NP égale à KL et on considère le cône (et le cylindre) de base EFGH et de hauteur NP.

Schématiquement, en notations abrégées, on a (par V. 7) une proportion triviale :

cylindre AQ = cylindre EO ⇒ cylindre AQ : cylindre ES :: cylindre EO : cylindre ES

dans laquelle on opère une substitution pour chacun des deux rapports :

cylindre AQ : cylindre ES :: base ABCD : base EFGH (ce qui est justifié par XII. 11)

cylindre EO : cylindre ES :: hauteur MN : hauteur PN (**S**).

D'où : base ABCD : base EFGH :: hauteur MN : hauteur PN (CQFD)

Or la proportion (**S**) est un « présupposé implicite » dans les versions arabo-latines. Certes elle peut se déduire aisément pour ceux qui ont compris les Propositions VI. 1, 33; XI. 25,

[81] Voir la très belle étude Mueller, 1981.

c'est-à-dire la façon d'utiliser la célèbre Définition V. 5. Dans les manuscrits grecs, la situation est différente : (**S**) est justifiée à partir d'une connaissance préalable : XII. 13 dans ***P et Th,*** XII. 14 dans ***b***.[82] Ces Propositions XII. 13-14 n'existent pas dans la tradition indirecte médiévale et on peut donc, comme Heiberg, inférer de leur absence, qu'il y a une "lacune" déductive dans la preuve de XII. 15. Mais du point de vue de l'histoire du texte, la question se pose immédiatement de savoir si l'insertion des Propositions XII. 13-14 ne représente pas une adjonction visant à combler la lacune perçue dans la démonstration originale de XII. 15.

Ajoutons que les affirmations de Heiberg à ce sujet sont parfois un peu hâtives car la question de l'authenticité ne peut pas être jugée indépendamment de la question des preuves. Par exemple, la tradition indirecte ne possède pas la Proposition X. 13 (« Si deux grandeurs sont commensurables et que l'une d'entre elles soit incommensurable avec une certaine grandeur, l'autre sera aussi incommensurable avec cette même grandeur »). Heiberg estime que cela introduit des lacunes déductives dans plusieurs Propositions où celle-là intervient explicitement dans le texte grec, Propositions que possèdent les traduction arabes. Mais, en fait, lorsqu'on examine les preuves dans lesdites traductions, on voit qu'elles sont formulées un peu différemment et que c'est X. 12 (« Les grandeurs commensurables avec la même grandeur sont aussi commensurables entre elles ») qui est mobilisée au lieu de X. 13. Par conséquent, il n'y a pas de lacune déductive ![83] En consultant la tradition indirecte des citations grecques, en l'occurrence Pappus, on peut soutenir l'idée que X. 13 n'existait pas dans sa version des *Éléments*.[84] Dès lors, la conclusion la plus naturelle est que X. 13 est effectivement un ajout inauthentique dont l'explicitation a permis le remaniement des preuves des autres Propositions.

J'ai examiné chacune des Propositions dont l'authenticité est remise en cause par la simple confrontation des versions. La conclusion à laquelle j'aboutis sur ce point — donner tous les détails prendrait beaucoup de temps — est que les lacunes déductives *réelles,* propres à la tradition indirecte, sont, autant que l'on puisse en juger, très peu nombreuses :

• Deux dans le Livre XII,[85] sachant que les Livres stéréométriques constituent de toute façon un cas particulier dans la transmission des *Éléments* (voir *infra*).

---

[82] En ce lieu la tradition médiévale indirecte n'est donc plus en accord avec le ms ***b*** et celui-ci présente l'état textuel le plus satisfaisant du point de vue déductif ! Pour davantage de détails, voir Euclide/Vitrac, 4, 2001: 334-44.

[83] Voir Vitrac, 2004: 25-6.

[84] Voir Euclide/Vitrac, 3, 1998: 384-5.

[85] La seconde tient à l'absence, cette fois aussi bien dans ***b*** que dans la tradition indirecte médiévale, de la Proposition XII. 6 et des Porismes à XII. 7-8 qui généralisent, aux pyramides à base polygonale quelconque, les résultats établis, pour des pyramides à base triangulaire, respectivement dans les Propositions XII. 5, 7, 9. Là aussi, il se peut qu'Euclide considérait cette généralisation comme absolument évidente à partir de la décomposition de tout polygone en triangles deux à deux disjoints et de la règle concernant les proportions établie dans (Heib.) V. 12 : « Si des grandeurs en quantité quelconque sont en proportion, comme l'une d'entre les antécédentes [est] relativement à l'une d'entre les conséquentes, ainsi seront toutes les antécédentes relativement à toutes les conséquentes ». La non thématisation des pyramides à base polygonale quelconque est assez comparable à ce que nous avons vu *supra* à propos de II. 14 (triangle \ figure rectiligne quelconque) dans la seule tradition adélardo-hajjajienne. La différence est qu'elle introduit une lacune déductive dans la démonstration des Propositions XII. 10-11. Dans celles-ci on démontre, pour les cônes et les cylindres, les propriétés établies auparavant pour les pyramides et les prismes, en utilisant la méthode dite d'exhaustion. Pour ce faire, on considère des pyramides ayant comme bases des polygones avec un nombre arbitraire de côtés, inscrits dans les bases circulaires desdits cônes et cylindres.

• Une dans la Proposition IV. 10 de la tradition adélardo-hajjajienne, liée à l'absence de III. 37, probablement due à un accident de transmission, la mutilation de la fin d'un rouleau, en grec (ou en syriaque ?), portant le livre III.

Dans les Livres I à X, peut-être les seuls à avoir été à la fois traduits par Ishâq et révisés par Thâbit,[86] leur version est sans lacune déductive supplémentaire, autrement dit celles qu'on y repère existaient déjà dans le texte grec qui leur a servi de modèle. Le cas le plus frappant est celui des Lemmes qui visent à combler ce que l'on peut considérer comme un « saut déductif », tout particulièrement dans le Livre X.[87] En fait on trouve, dans (certains manuscrits de) la traduction Ishâq-Thâbit et chez Gérard de Crémone, un certain nombre d'ajouts qui assurent le même rôle de complétion.[88] Avec cet avantage, par rapport à la tradition directe, qu'ils sont présentés comme des ajouts, mathématiquement utiles, mais bien distingués du texte euclidien. Ceux qui composèrent nos manuscrits grecs n'ont pas eu de tels scrupules.

L'adjonction des propositions dites manquantes, celle d'une partie du matériel additionnel (lemmes de complétude déductive, une partie des Porismes) répondent à une intention évidente : améliorer les preuves et renforcer la structure déductive, non sans une certaine fluidité : la deuxième partie du Porisme à X. 6 permet de résoudre le même problème que le lemme {X. 29/30}, la Proposition XI. 38*vulgo* n'est clairement qu'un lemme pour XII. 17, probablement inspiré par une scholie marginale, puis déplacé à la fin du Livre XI.[89] Les variantes textuelles de XII. 6 suggèrent qu'il s'agissait peut-être initialement d'un Porisme à XII. 5 ultérieurement transformé … Pour d'autres Porismes ajoutés, il serait certainement excessif de parler de lacune déductive à combler. Mais V. 7 Por et V. 19 Por justifient explicitement l'usage de l'inversion et de la conversion des rapports. Les Porismes à VI. 20, IX. 11, XI. 35 servent à *expliciter* une dépendance déductive vis à vis desdites Propositions, pas tout-à-fait évidente pour X. 6Por., IX. 12 et XI. 36 respectivement. Nos exemples, repris dans les Livres X-XII, montrent que ce travail d'enrichissement avait été inauguré dans la tradition grecque, mais les versions arabes et arabo-latines nous apprennent que la portion du texte concernée ne se limitait pas aux derniers Livres (les plus complexes).

Il est même probable que la totalité du traité a été soumise à un tel traitement. Ainsi, les Livres arithmétiques des versions d'Ishâq-Thâbit et de Gérard de Crémone possèdent quatre Propositions supplémentaires par rapport au grec : Ishâq-Thâbit IX. 30-31 ajoutées pour améliorer (Heib.) IX. 30-31, Ishâq-Thâbit VIII. 24-25 converses de (Heib.) VIII. 26-27. De fait, la démonstration de (Ishâq-Thâbit) VIII. 24 (nombres plans) n'est rien d'autre que la deuxième partie de celle de (Heib.) IX. 2 ! D'où l'idée, là encore suggérée par Héron, de l'en dégager, pour

[86] Voir *infra,* III, §§ 6-7.
[87] Je les ai appelés « lemmes de complétude déductive » pour les distinguer des lemmes à usage scolaire. Voir la liste donnée dans Euclide/Vitrac, 3, 1998: 391. On peut leur adjoindre le lemme XII. 4/5.
[88] Voir *ibid.*: 392-4.
[89] Voir Euclide/Vitrac, 4, 2001: 229-230.

la constituer comme Proposition à part entière, de faire la même chose pour la converse de VIII. 27 (nombres solides), ce qui permettait de simplifier la preuve de IX. 2.[90]

Dans la mesure où la démarche euclidienne est déductive, le travail que je viens de décrire représente une réelle amélioration du texte, tant du point de vue logique que mathématique. Un certain nombre de présupposés implicites qui pouvaient constituer autant de lacunes déductives, bénignes mais réelles, ont été identifiés et éliminés. Mais le souci logique a été poussé parfois au-delà du raisonnable, par exemple dans la volonté d'expliciter les contrapositions. Grâce aux Propositions Ishâq-Thâbit VIII. 24-27, le lecteur est censé savoir que deux nombres sont plans semblables si et seulement s'ils ont, comme rapport mutuel, celui de deux nombres carrés. Le Lemme X. 9/10 — ajout probablement lié à celui de Ishâq-Thâbit VIII. 24-25 — en déduit que les nombres non plans semblables n'ont pas, comme rapport mutuel, celui de deux nombres carrés.

De même, les (importantes) Propositions X. 5-6 établissent que « les grandeurs commensurables ont comme rapport l'une relativement à l'autre celui d'un nombre relativement à un nombre » (5) et réciproquement (6). Dans les manuscrits grecs, mais pas dans la tradition indirecte primaire, on a inséré deux autres Propositions (Heib.) X. 7-8 : « les grandeurs incommensurables n'ont pas comme rapport, l'une relativement à l'autre, celui d'un nombre relativement à un nombre » (7, contraposée de 6) et réciproquement (8, contraposée de 5) !

Les Propositions VIII. 14-15 démontrent que « si un [nombre] carré (resp. cube) mesure un [nombre] carré (resp. cube), le côté mesurera aussi le côté. Et si le côté mesure le côté, le carré (resp. cube) mesurera aussi le carré (resp. cube) ». Dans les manuscrits grecs elles sont suivies de leurs contraposées (Heib. VIII. 16-17) : « si un nombre carré (resp. cube) ne mesure pas un nombre carré (resp. cube), le côté ne mesurera pas non plus le côté. Et si le côté ne mesure pas le côté, le carré (resp. cube) ne mesurera pas non plus le carré (resp. cube) ». Si l'on consulte la tradition indirecte, on observe un très intéressant clivage :

• Dans la traduction Ishâq-Thâbit les contraposées n'existent pas, mais chacune des Propositions VIII. 14-15 est suivie d'un Porisme qui exprime la même chose.[91]

• Dans la traduction d'al-Hajjâj[92] et dans la tradition adélardienne,[93] on trouve une seule Proposition combinant l'équivalent de Heib. VIII. 16-17, l'assertion relative aux nombres cubes étant une simple démonstration potentielle.

• Gérard de Crémone transmet successivement les deux versions.[94]

Je crois qu'il n'y a guère de doutes dans ce cas : les Propositions VIII. 16-17 des manuscrits grecs sont inauthentiques et toutes les versions, y compris celles de la tradition

[90] Voir Vitrac, 2004: 25.

[91] Voir De Young 1981: 151, 154-155, 431, 435.

[92] Nous le savons grâce au témoignage de Nâsir ad-Dîn at-Tûsî. Voir Lévy, 1997: 233.

[93] Voir Busard, 1983 (Prop. VIII. 15 *Ad. I*): 239. 359—240. 371.

[94] Voir Busard 1984, respectivement, 201. 11-16 (= VIII. 14Por. *GC*), 202. 11-16 (= VIII. 15Por *GC*) et 202. 19-40 (= VIII. 16 *GC*).

indirecte, sont enrichies, mais selon des modalités différentes qui sont probablement d'origine grecque ! Le souci logique a bel et bien interféré avec la transmission du texte.[95]

5. Le changement d'ordre dans VI. 9-13

Les exemples que nous avons examinés jusqu'ici sont assez simples en ce sens que leurs motivations apparaissent assez clairement : améliorer une preuve défectueuse (Cf. XI. 1), combler une lacune ou expliciter un lien déductif (matériel et Propositions supplémentaires). Dans un nombre important de cas nous avons vu tout l'intérêt que représente la prise en compte de la tradition indirecte arabe et arabo-latine. Il ne faut cependant pas croire que cette simplicité est toujours de mise, ni que la tradition indirecte nous livre systématiquement l'état du texte le moins éloigné de l'original. Déjà, à propos des Propositions supplémentaires, nous avons vu que l'enrichissement des Livres X-XIII affecte surtout le grec tandis qu'il est mieux attesté dans les Livres arithmétiques de la version Ishâq-Thâbit (qui s'inspire alors de Héron). La prise en compte des changements d'ordre confirme la complexité du phénomène. Dans le Livre VI, les Propositions VI. 9-13 de l'édition Heiberg résolvent les cinq problèmes suivants :

Ordre grec	Ordre médiéval
9 : D'une droite donnée, retrancher une partie prescrite 10 : Couper une droite non segmentée donnée semblablement à une [droite] segmentée donnée. 11 : De deux droites données, en trouver une troisième proportionnelle 12 : De trois droites données, en trouver une quatrième proportionnelle. 13 : De deux droites données, trouver [la] moyenne proportionnelle.	13 : De deux droites données, trouver [la] moyenne proportionnelle. 11 : De deux droites données, en trouver une troisième proportionnelle 12 : De trois droites données, en trouver une quatrième proportionnelle. 9 : D'une droite donnée, retrancher une partie prescrite 10 : Couper une droite non segmentée donnée semblablement à une [droite] segmentée donnée.

Dans la tradition indirecte, l'ordre de présentation est : 13-11-12-9-10. Les solutions des problèmes sont indépendantes les uns des autres. L'inversion n'a donc aucune influence sur la structure déductive. Mais VI. 13 utilise (une partie de) VI. 8 Por :

> « A partir de ceci, il est évident que si dans un triangle rectangle, une perpendiculaire est menée à partir de l'angle droit sur la base, la [droite] menée est moyenne proportionnelle des segments de la base ».[96]

---

[95] On pourrait y adjoindre le Porisme supplémentaire à la Prop. IX. 5 que l'on trouve dans la traduction Ishâq-Thâbit et chez Gérard de Crémone. IX. 4 établit qu'un cube, multiplié par un cube, produit un cube et IX. 5 que si un cube, multiplié par un nombre, produit un cube, le multiplicateur était un cube. Le Porisme à IX. 5 affirme qu'un cube, multiplié par un non-cube, produit un non- cube et que si un cube, multiplié par un nombre, produit un non-cube, le multiplicateur était un non-cube. Dans une sous famille des manuscrits Ishâq-Thâbit, ce Porisme a été déplacé après IX. 4. Chez Gérard de Crémone on a un Porisme après IX. 4, un après IX. 5 ! Voir De Young, 1981: 201, n. 7, 202-203, 480-481 et Busard 1984, 213. 29-31 et 213. 51-56.

[96] Dans la plupart des manuscrits grecs on trouve une seconde assertion qui dit que chacun des côtés de l'angle droit est aussi moyenne proportionnelle entre la base entière et l'un des segments de celle-ci (celui qui a une extrémité commune avec ledit côté). Elle manque dans ***V***, par exemple. Heiberg l'a considérée comme inauthentique et mise entre crochets carrés (voir *EHS*, II: 57. 1-3). Les deux parties existent dans la version d'Ishâq-Thâbit, chez Adélard de Bath et Gérard de Crémone, mais l'ensemble du Porisme ne figure pas dans le Codex de Leiden (version d'an-Nayrîzî) et une scholie, attribuée à Thâbit, précise que celui-ci n'aurait pas trouvé le Porisme dans les manuscrits

La Proposition a donc été déplacée pour la mettre en contact avec le résultat utilisé. Comme il y a clairement deux groupes, l'un portant sur la proportionnalité, l'autre sur la section, la cohérence des deux thématiques a été maintenue en déplaçant également VI. 11-12 (seulement VI. 11 dans Adélard qui n'a pas VI. 12, lacune d'origine "hajjajienne").[97] L'ordre de la tradition indirecte apparaît comme une amélioration de celle du grec.

Si l'on raisonne au niveau des versions,[98] les inversions ne sont pas le résultat d'accidents de reliure ou de pertes de feuillets postérieurement mal replacés : comme dans notre exemple, elles laissent pratiquement toutes la structure déductive intacte, voire elles l'améliorent. Bien entendu, toutes ne sont pas aussi simples et le même principe ne s'appliquera évidemment pas aux inversions de Définitions pour lesquelles il semble bien que ce soit un critère que je qualifierais, faute de mieux, d'"esthétique" qui ait prévalu. Le dossier est partagé[99] mais à l'étape actuelle de mon travail, il me semble qu'une première conclusion s'impose, contradictoire avec celle que l'on peut tirer en ce qui concerne le matériel contenu : pour les problèmes d'ordre, notamment dans les Livres V à X, c'est la tradition indirecte qui a connu les plus nombreuses améliorations !

Si limitée qu'elle soit, la question des changements d'ordre est intéressante car elle a un avantage par rapport à l'authenticité ou à l'altération des preuves : elle est peu propice à la contamination. Certes nous avons plusieurs remarques de Thâbit ibn Qurra affirmant qu'il a observé un ordre de présentation différent dans un autre manuscrit,[100] mais personne ne s'est amusé à reproduire deux fois les Propositions dans chacun de ces ordres. Inversement, pour les problèmes d'authenticité, la contamination entre familles textuelles jouera à plein, notamment à partir des marges des manuscrits. Quant aux substitutions de preuve nous allons voir qu'elles sont à l'origine, au moins partiellement, du phénomène des doubles preuves.

---

grecs. Sans doute s'agit-il d'une erreur. Dans deux mss (au moins) de la version d'Ishâq-Thâbit, une glose précise que Thâbit n'avait pas trouvé ce qui correspond seulement à la deuxième partie du Porisme (athétisée par Heiberg). Voir Engroff, 1980: 28-9.

[97] Nous le savons grâce à la recension dite du Pseudo-Tûsî. Voir Lévy, 1997: 222-3.

[98] Les choses sont un peu différentes au niveau des manuscrits individuels qui n'ont pas été épargnés par les accidents de transmission.

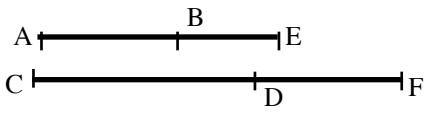
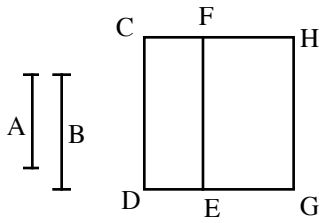
[99] Par exemple l'ordre des Propositions (Heib.) VII. 21-22, converses l'une de l'autre, est inverse dans le grec de ce qu'il est dans la tradition médiévale indirecte. L'inversion n'a aucune influence sur la structure déductive, mais la démonstration de (Heib.) VII. 21 utilise VII. 20. Il est donc probable que c'est cette fois dans la tradition directe qu'on a pratiqué l'inversion, pour rendre consécutifs les deux théorèmes déductivement liés.

[100] En particulier pour l'exemple du Livre VI dont nous venons de parler. Dans trois mss (au moins) de la version d'Ishâq-Thâbit, on trouve la glose suivante après (Ishâq-Thâbit) VI. 9 = (Heib.) VI.. 13 : « Thâbit dit : nous avons trouvé, dans certains manuscrits grecs, à la place de cette Proposition, celle que nous avons faite treizième ». Il faut sans doute comprendre que l'existence de *deux* ordres distincts avait été observée par le Réviseur dans les manuscrits grecs qu'il avait consultés (l'altération est donc d'origine grecque). Lui-même a retenu le meilleur (qui était déjà celui d'al-Hajjâj). Voir Engroff, 1980: 29, qui mentionne 2 mss. La glose existe également dans le ms Téhéran Malik 3586 (la plus ancienne copie conservée de la version Ishâq-Thâbit), f°75a. Je remercie A. Djebbar pour cette information.

6. De la substitution de preuve au phénomène des doubles démonstrations : l'exemple de X. 105

Les Propositions (Heib.) X. 66-70 et 103-107 établissent que les 12 espèces de lignes irrationnelles obtenues par composition et par retranchement qu'Euclide distingue sont stables par commensurabilité. Il existe en grec deux preuves alternatives pour les Propositions X. 105-106, insérées en différentes places selon les manuscrits[101] et que l'on qualifiera de "surfaciques" — elles décrivent et raisonnent sur des rectangles —, pour les distinguer des preuves premières du grec, "linéaires". Explicitons cette différence sur un exemple, la Proposition (Heib.) X. 105 :

« Une [droite] commensurable avec une mineure est une mineure ».

Preuve première in grec[102]	**Aliter in grec = preuve première in tradition médiévale**
Soit une mineure AB et que CD soit commensurable avec AB. Je dis que CD est aussi une mineure.	Soit une mineure A et que B {soit} commensurable avec A. Je dis que B est une mineure.
	
Nous considérons les deux composantes (AE, EB) de AB et on construit DF telle que (AB, BE, CD, DF) soient en proportion. Par VI. 22, leurs carrés seront aussi en proportion et, à partir de là et grâce à X. 11, X. 23Por., on montrera que (CD, DF) ont les mêmes propriétés que (AB, BE). Donc, par définition, CD sera une mineure.	Soit CD une droite exprimable. On construit les rectangles : CE = carré sur A, largeur : CF, FG = carré sur B, largeur : FH. CE est le carré sur A mineure donc CE est une apotomé quatrième (X. 100). Nous avons Comm. (A, B). D'où : Comm. (CE, FG) et Comm. (CF, FH). Et FH est une apotomé quatrième (X. 103). Et carré sur B = Rect (EF, FH), donc B est une mineure (X. 94)

• dans chacune des preuves linéaires on raisonne sur les deux parties de la droite irrationnelle concernée et on reproduit en quelque sorte dix fois le même genre de raisonnement. Répétitive, la démarche a l'avantage de ne mobiliser que les Définitions des différentes espèces et la théorie des proportions. On peut caractériser les preuves linéaires comme déductivement minimalistes.

• Les preuves surfaciques introduisent des aires, ce qui, du point de vue du style linguistique utilisé, peut paraître davantage géométrique que la théorie des proportions, un langage du second ordre. Mais, de fait, elles permettent de renforcer la structure déductive car elles établissent de nouveaux liens en utilisant les Propositions (Heib.) X. 57-59 + 63-65 + 66 (resp. 94-96 + 100-102 + 103). En outre, ces preuves surfaciques permettent même de généraliser immédiatement les résultats, énoncés pour la commensurabilité en longueur, à la commensurabilité en puissance.

---

[101] Dans les manuscrits grecs les preuves *aliter* à X. 105-106 sont insérées à la fin du Livre X, après la démonstration alternative à X. 115, ce qui implique sans doute qu'elles ont été compilées à cette place, après coup, dans un espace restant limité. Elles sont d'ailleurs en marge dans les manuscrits ***B*** et ***b***. Dans un des prototypes de la tradition, on a laissé tomber X. 107*alit.,* probablement pour des questions de place, ou parce qu'elle a été confondue avec X. 117*vulgo* qui suit immédiatement (mais qui n'a mathématiquement rien à voir).

[102] Mes schémas s'inspirent de ceux que l'on trouve dans l'édition de Heiberg (*EHS* , III, respectivement pages 191 et 229. Ceux des manuscrits sont moins généraux : les segments AE, CF sont à peu près égaux (même chose pour A, B dans l'*aliter*) et semblablement divisés.

Première anomalie, il n'en existe pas en grec pour X. 107 alors que cette Proposition constitue, avec les deux autres, une triade de Propositions complètement similaires. On n'en connaît pas non plus pour la triade parallèle X. 68-70, qui porte sur les irrationnelles par composition là où X. 105-107 portent sur les irrationnelles par retranchement.[103] Si l'on consulte la tradition indirecte arabe et arabo-latine, on constate qu'il existe une famille textuelle dans laquelle ces deux triades de Propositions possèdent des preuves (seulement) surfaciques. C'est le cas, en arabe, de la recension d'Avicenne, en latin, de la traduction d'Adélard I. Le témoignage du copiste du manuscrit Esc. 907 permet de rapporter cette situation à la traduction d'al-Hajjâj.[104] La version Ishâq-Thâbit est moins cohérente : elle possède les preuves linéaires de la tradition grecque dans la triade X. 68-70 et les surfaciques pour la triade X. 105-107. Dans le manuscrit de l'Escorial et la traduction de Gérard de Crémone, en accord sur ce point, la situation est donc *quasi* symétrique de celle du grec : uniquement des preuves surfaciques dans X. 105-107 (comme l'ensemble de la tradition indirecte), ils signalent des preuves de ce type comme *aliter* pour la première triade, là où le grec le fait seulement pour (deux Propositions de) la seconde !

Ajoutons que le même genre de substitution (et donc de généralisation) est possible dans les Propositions (Heib.) X. 67 + 104 qui portent sur les deux espèces correspondantes de bimédiales et d'apotomés d'une bimédiale.[105] C'est précisément ce que l'on trouve dans les recensions d'at-Tûsî et du pseudo-Tûsî, mais pas dans les traductions arabes ou arabo-latines.

Si l'on applique le principe du perfectionnement mis en avant par W. Knorr, on est amené à penser que les preuves linéaires du grec sont authentiques, les preuves surfaciques étant clairement des améliorations du point de vue mathématique. Cette tentative de renforcement de la structure déductive et de généralisation a été initiée en grec comme le prouvent les preuves *aliter* à X. 105-106. Il est très probable qu'il en a également existé une pour X. 107 qui a disparu. Le contraire n'a guère de sens. Sa disparition s'explique probablement par des raisons codicologiques.

En revanche, la question de savoir qui a produit les preuves alternatives pour les Propositions de la première triade reste non résolue. Une hypothèse très vraisemblable est que le même éditeur est responsable de la modification parallèle des deux triades et ce serait donc un Grec. Mais on peut aussi imaginer que ce soit un apport de la tradition indirecte, en l'occurrence d'une initiative d'al-Hajjâj. C'est l'interprétation de Gregg De Young.[106] L'exemple d'at-Tûsî et du pseudo-Tûsî montre que le perfectionnement a été poursuivi dans la tradition médiévale, mais on ne perdra pas de vue qu'il s'agit d'auteurs de recensions et non de traducteurs. Quant à la structure de la version Ishâq-Thâbit, elle peut s'expliquer de diverses manières, par l'existence d'un modèle grec conjuguant les deux approches — on avait alors au moins trois états différents

[103] Sur le plan du Livre X, voir Euclide/Vitrac, 3, 1998: 63-8.
[104] Voir De Young, 1991: 659.
[105] En revanche cela n'est pas possible pour les Prop. Heib. X. 66 (binomiales) et 103 (apotomés) car, dans ce cas, il faut montrer que l'ordre (de un à six) des droites commensurables en longueur est le même. Ce point crucial est requis pour les preuves surfaciques portant sur les dix autres espèces d'irrationnelles.
[106] Voir De Young, 1991: 660-1.

du texte —, ou par une volonté de compromis de la part du Réviseur Thâbit, qui aurait combiné une première triade (linéaire) issue de la traduction d'Ishâq (proche du grec) et une seconde (surfacique) reprise à la traduction antérieure! Dans tous ces scenarii, on voit que le recours à la tradition indirecte ne simplifie pas l'identification des preuves les plus anciennes.

Cela dit, quel que soit le scénario pour lequel on opte, il faudra admettre qu'il y a eu substitution de preuve dans l'une des branches de la tradition : dans le (ou les) modèle(s) d'al-Hajjâj, si l'on considère les preuves surfaciques comme des perfectionnements ultérieurs ; dans le grec, si l'on adopte une explication contraire. Le fait est assez fréquent :[107] Dans les situations où la tradition grecque comporte des doubles preuves, les versions médiévales ne comportent qu'une d'elles (ce qui est confirmé par les remarques de Thâbit et de Gérard du genre : « dans une autre copie, nous avons trouvé … ») et donc, probablement, dans des modèles grecs dont nous n'avons pas la trace.

On peut donc tirer un enseignement de cet exemple : l'existence des doubles preuves dans les manuscrits byzantins doit être expliquée, pour la plupart des cas, par le fait que lesdits manuscrits ont compilé les démonstrations de différentes versions dans lesquelles ces démonstrations existaient isolément. L'opération de translittération et le souci de sauvegarder une foisonnante tradition nous paraît constituer une occasion propice à cette opération de compilation des preuves, au demeurant incomplète si l'on se souvient de ce que nous avons vu à propos des Propositions X. 107 et X. 68-70.

Si l'on revient aux discussions concernant l'histoire du texte, cela veut dire d'abord que les doubles preuves ne relèvent pas de ce que l'on appelle des variantes d'auteur : Euclide n'a pas proposé plusieurs démonstrations du même résultat; ensuite que les manuscrits grecs les plus proches de l'opération de translittération (***P*** et ***B***) sont très probablement les résultats d'une compilation de la tradition, plutôt que la simple reproduction — au changement d'écriture près — d'un modèle de grande antiquité.[108]

7. Les limites du critère de Knorr

Pour les autres types d'altérations structurelles que j'ai décrites précédemment (ajouts, modifications de l'ordre), il est souvent possible d'en percevoir une (ou des) motivation(s). C'est la raison pour laquelle Knorr pensait pouvoir ordonner les différents états du texte, sinon quant à l'authenticité, du moins relativement au degré d'altération. Remarquons déjà que ce critère du perfectionnement s'applique localement et l'exemple des changements d'ordre nous a suggéré qu'il ne semble pas s'exercer toujours au profit de la même version.

Le phénomène des substitutions de preuve met en évidence une autre difficulté : le critère du perfectionnement fonctionne assez bien tant qu'il n'y a qu'un unique paramètre (ou

[107] On l'observe pour I. 44^{p}; II. 14; III. 7^{p}, 8^{p}, 25, 31, 33^{p}, 35, 36; IV. 5; V. 5, 18; VI. 9^{p}, 20^{p}, 31; VIII. 11^{p}-12^{p}; 22-23; X. 1, 6, 14, 26^{p}, 27-28, 29-30, 68-70, 105-107, 115; XI. 30, XIII. 5. L'indice "p" signifie que la variante porte seulement sur une portion de la preuve.
[108] Voir *supra* note 34.

plusieurs[109], mais agissant dans la même direction), qui régit le remplacement d'une preuve ou la modification d'une présentation. Mais lorsqu'il y en a au moins deux qui agissent en sens inverse ce qui est plus *sophistiqué* d'un certain point de vue, peut l'être moins d'un autre point de vue.

Reprenons notre exemple de la Proposition X. 105. Certes, du point de vue mathématique, il y a perfectionnement (généralisation), mais du point de vue logique ou métamathématique — et c'est à n'en point douter un des points de vue qu'ont adopté ceux qui ont volontairement altéré le texte des *Éléments* — on peut choisir différents critères :

• Rendre plus dense la structure déductive comme le font les preuves surfaciques ou, au contraire, la minimaliser, afin de ne pas introduire ce qui ne serait au bout du compte que des "causalités" — des liens de dépendance — accidentelles. C'est ce que l'on trouve dans les preuves linéaires.

• opter pour un type de langage-objet de préférence à un langage d'ordre 2, relationnel, comme l'est la théorie des proportions, ou, à l'inverse, privilégier ce dernier généralement plus concis. Qu'un choix de ce genre puisse engendrer des démonstrations alternatives se voit dans la famille de preuves *aliter* conçues pour les Propositions VI. 20, 22, 31, X. 9, XI 37.[110] Or cette option se trouve aussi dans nos deux familles de preuves, mais elle joue en sens inverse par rapport au renforcement de la structure déductive.

Il faudrait donc être capable de hiérarchiser les critères. Ainsi l'attitude déductivement minimaliste semble bien attestée dans les *Éléments,* par exemple dans le fait de différer, aussi longtemps que possible, l'intervention du postulat des parallèles dans le Livre I, ou d'établir, sans théorie des proportions, introduite seulement à partir du Livre V, un certain nombre de résultats de géométrie plane alors que cette théorie permettrait d'être beaucoup plus bref. L'idée que le géomètre doit recourir à un nombre minimal de principes est d'ailleurs explicitée par Aristote.[111] La déduction n'est pas négligée, mais l'accent est mis sur la "fertilité" des principes de départ, plutôt sur la possible intrication des résultats qui s'en déduisent.

Il y a donc différentes manières de mettre l'accent sur la structure déductive. Le cas de nos preuves du Livre X n'est pas unique : les dix Propositions du Livre II et les cinq premières du Livre XIII sont exposées successivement de manière quasi indépendante les unes des autres en s'appuyant sur les principes les moins nombreux, quitte à reproduire plusieurs fois certaines séquences argumentatives.[112] Fait remarquable, nous savons que pour les séquences II. 2-10 et XIII. 1-5 d'autres preuves ont été élaborées qui annulaient cette indépendance déductive mutuelle, pour constituer une chaîne dans le cas de II. 2-10, pour déduire XIII. 1-5 de certains résultats des Livres II et V. Mieux encore, grâce au témoignage du commentateur persan an-

[109] Les plus fréquents des paramètres qui régissent le remplacement des preuves sont : le renforcement de la structure déductive; la substitution d'un preuve directe à une preuve indirecte [ce critère est explicité notamment par Héron — voir Vitrac, 2004: 17-18 (à propos de III. 9*alit.*) — et Ménélaos]; l'adjonction de cas de figure; le niveau de discours utilisé (objets géométriques *versus* proportions; ce critère est clairement perçu par Pappus).

[110] Voir Vitrac, 2004: 18-20.

[111] *De cælo,* III, 4, 302 b26-30.

[112] *Idem* dans le groupe *Él.,* III. 1, 3, 9, 10 (en considérant les preuves premières de III. 9-10).

Nayrîzî, nous savons que l'auteur de la première suggestion était Héron d'Alexandrie. Il est donc tentant de lui attribuer l'autre altération (in XIII) en considérant qu'elle procède du même esprit, ce que Heiberg a fait dans ses *Paralipomena* de 1903.[113] S'il s'agit bien, dans les Livres II et XIII, de raisonner sur des segments plutôt que sur des surfaces décrites sur eux pour densifier la structure déductive,[114] on remarquera que c'est l'inverse dans l'exemple du Livre X que nous venons de discuter : le renforcement de ladite structure est réalisé par l'introduction des surfaces. Pour que nous puissions l'attribuer à Héron, il faudrait être sûr que le paramètre pour lui le plus important est bien la densification de la structure déductive. A défaut d'une information historique externe confirmatrice, comme dans le cas des Livres II et III, cela reste une hypothèse stimulante, mais une hypothèse ![115]

III. Conclusions : apports et limites de la tradition indirecte

De l'étude d'une tradition indirecte désormais moins mal connue, on peut tirer plusieurs enseignements. Les nouvelles informations disponibles confirment certaines données du débat Klamroth-Heiberg : l'existence d'une dichotomie entre traditions directe et indirecte sort renforcée du fait de la prise en compte de versions nettement plus nombreuses.

1. Mais contrairement à ce que croyaient Klamroth et Heiberg — d'accord sur le constat quoiqu'ils en aient donné des interprétations opposées — la "maigreur" de la tradition indirecte n'est pas si marquée, surtout dans les Livres I à X. L'inventaire plus complet de variantes probablement d'origine grecque dont nous disposons désormais (par induction ou grâce aux informations transmises par les savants ou les copistes arabes) a quelques conséquences :

- Il relativise les différentes dichotomies textuelles et, par exemple, la N°3 (***P*** \ ***Th***), propre à la tradition directe grecque, est très modeste par rapport à la N°1 (tradition directe \ tradition indirecte médiévale) et même à la N°2, interne aux traductions arabes et arabo-latines.[116]
- Il permet de se convaincre qu'une partie de ce qui existe en grec, maintenu par Heiberg dans son édition, est très probablement inauthentique.
- Il donne une interprétation possible à des variantes "isolées" en grec en les intégrant dans un ensemble plus large qui fait sens, par exemple une famille de preuves alternatives conçues à partir des mêmes principes éditoriaux.[117]

---

[113] Voir Heiberg, 1903: 59. J'ai repris la même hypothèse dans Euclide/Vitrac, 4, 2001: 399-400.

[114] L'insertion de III. 10*alit,* explicitement attribuée à Héron par an-Nayrîzî, a le même effet de densification de la structure déductive.

[115] Une seule chose paraît probable : la version d'Euclide dont disposait Pappus — s'il est bien l'auteur de la deuxième table des matières du Livre X contenue dans le premier Livre du Commentaire audit Livre transmis sous son nom — avait des preuves linéaires : en effet les Propositions X. 60-65 et X. 66-70 y étaient inversées (*idem* pour X. 97-102 \ 103-107), ce qui interdit d'avoir des preuves surfaciques pour X. 68-70.

[116] Voir les Tableaux 1-3 de l'annexe.

[117] Nous en avons vu un exemple avec les preuves surfaciques de X. 105-106. Une autre famille de doubles preuves peut être reconstituée pour les Propositions VI. 20[P], 22, 31, X. 9, XI. 37. Voir Vitrac, 2004: 18-20.

2. *A contrario,* au vu de l'inventaire des variantes, l'homogénéité de la tradition indirecte prise dans son ensemble, que Klamroth croyait percevoir, n'existe plus dans les Livres I à X : c'est ce que j'ai appelé la dichotomie 2, interne aux traditions arabe, arabo-latine et semble-t-il également, hébraïque. Pour certaines portions, notamment les Livres III, VIII, X, il semble bien que deux éditions (au moins), structurellement assez différentes, aient existé et qu'elles se soient contaminées l'une l'autre de façon importante. Par conséquent, pour cette portion, il sera impossible de reconstruire un unique prototype grec pour l'ensemble de la tradition médiévale comme le voulait Knorr.[118]

Si l'on reprend l'étude sur l'ensemble des treize Livres, il ne faut pas s'attendre à trouver, parmi les versions conservées, par exemple celle d'Adélard I ou celle d'Ishâq-Thâbit, un texte que l'on puisse déclarer plus proche de l'original, dans toutes ses dimensions, que toutes les autres versions: matériel contenu, ordre et présentation, preuves. Les critères "locaux" utilisés par Klamroth, Heiberg et Knorr, qu'ils portent sur le matériau contenu (principe d'expansion) ou sur l'amélioration de la forme, ne convergent pas vers un critère global, valide à l'échelle d'une version, sur l'ensemble des treize Livres du traité. Résultat : la tradition indirecte paraît plus authentique en ce qui concerne le matériel contenu mais pas pour l'ordre de présentation. Pour les problèmes d'ordre et de présentation, elle bénéficie, à l'inverse, des plus nombreuses améliorations et la tradition grecque semble avoir été très conservatrice sur ce plan.

3. Encore faut-t-il moduler en fonction du Livre ou du groupe de Livres. La confrontation entre Euclide et la tradition nicomaquéenne a eu un impact sur le texte des Livres arithmétiques Dans X. 68-70-105-107 et XIII. 1-5, si l'on en juge selon le critère du perfectionnement, les versions médiévales et tout particulièrement celle d'Adélard, minimale quant au contenu, seront plus sophistiquées que le texte grec. A la fin du Livre III (et peut-être là aussi à la suite d'une initiative de Héron), cela vaut même en ce qui concerne le matériel contenu,[119] quoique l'inverse soit bien plus fréquent.

Dans le même ordre d'idées, les preuves mathématiquement insuffisantes (avec les critères des Anciens) dans les *Éléments* sont au nombre de 4 si l'on cumule les traditions directe et indirecte : VIII. 22-23; IX. 19 et XII. 17. Si, à l'instar de Knorr, on pense qu'il s'agit d'erreurs d'Euclide et non pas de corruptions textuelles, on aboutit donc, en appliquant son critère, aux conclusions suivantes :

---

[118] Il faut souligner que Knorr n'avait pas considéré le problème dans toute son ampleur :
- il raisonnait tout au plus sur un ensemble de 21 Propositions et procédait par induction.
- Il ne prenait en considération qu'un seul critère de divergence structurelle — celui du matériel contenu —, à une exception près : la preuve de XII. 17, insuffisante dans la tradition indirecte, interprétée, non comme un accident de transmission, mais en termes de perfectionnement.
- Il ne tenait compte ni des changements d'ordre, ni de la riche collection des doubles preuves.
- Il ne se posait pas la question de savoir si les deux traductions arabo-latines qu'il utilisait, Adélard et Gérard, étaient représentatives de l'ensemble de la tradition indirecte, ce qui n'est pas du tout certain dans les Livres stéréométriques (cf. *infra,* § 7).

[119] On y trouve l'adjonction de cas de figures dans les Propositions (Heib.) III. 25, 33, 35, 36; IV. 5. Les copistes les rapportent à la version d'al Hajjâj, et même à sa *deuxième* version si l'on peut en croire al-Karâbîsî. Voir Brentjes, 2000: 48, 50. Des cas sont également ajoutés dans III. 37 sans qu'al Hajjâj soit mentionné.

— pour VIII. 22-23, les preuves originales sont celles communes au grec et à la tradition hajjajienne, celles attestées par la version Ishâq-Thâbit[120] sont des améliorations.
— pour IX. 19, la preuve originale est celle du manuscrit ***P***, celles de ***Th*** et de la tradition indirecte sont des améliorations.
— pour XII. 17, la preuve originale est celle de la tradition indirecte, celles de ***b*** ainsi que de ***P*** et ***Th*** sont des améliorations.[121]

Il faut aussi tenir compte du type d'énoncés : les Définitions étaient un lieu privilégié de l'exégèse philosophique. Les Porismes sont particulièrement exposés aux aléas de la transmission car on peut facilement les confondre avec des ajouts. [122]

4. Pour expliquer cet état de fait, je vois au moins deux explications, d'ailleurs non incompatibles :

• Ou bien nos différents états du texte reflètent une contamination généralisée[123] et un critère global — à l'échelle du traité lui-même — ne peut pas être dégagé.

• Ou bien les principes qui fondent les critères locaux sont inadéquats. Le principe selon lequel le texte des *Eléments,* au cours de la transmission, n'a pu qu'être amplifié est inadéquat si, dans certaines branches de la tradition il y a eu épitomisation. Ces principes peuvent aussi manquer leur but s'il se trouvait que nous n'ayons pas su identifier les motivations des ré-éditeurs anciens quand ils cherchaient à améliorer la forme d'un texte mathématique. Nous avons vu que le critère du perfectionnement mathématique est parfois difficile à utiliser.

5. Certaines caractéristiques des versions conservées et différents témoignages externes font craindre qu'il y a bien eu à la fois contamination et épitomisation. Ainsi, non seulement le texte

---

[120] Voir De Young, 1991: 657-9.

[121] Pour ma part, contrairement à Knorr, je crois que le critère du perfectionnement ne vaut pas en ce qui concerne IX. 19 et XII. 17 et que les preuves de ***P*** dans un cas, de la tradition indirecte dans l'autre, sont corrompues ; pour IX. 19, voir Vitrac, 2004: 10-12 ; pour XII. 17, voir Euclide/Vitrac, 4, 2001: 369-71.

[122] Heiberg, 1884: 20, observait qu'avec les Définitions et les Corollaires (Porismes) « die Araber … sehr frei verfahren haben ». En fait, il n'est même pas très simple de dire combien il y a exactement de Porismes dans le texte grec. Heiberg en identifie 30 en tant que tels, mais en faisant un second Porisme de ce qui, dans les manuscrits, n'est qu'un ajout au Porisme à VI. 20, en intercalant un intertitre [Porisme] avant la grande récapitulation qui suit X. 111 alors qu'il ne l'a pas fait pour celle qui suit X. 72 ! Pour une quinzaine de Porismes, il y a un ou plusieurs manuscrits grecs dans le(s)quel(s) l'intertitre <Porisme> manque; une quinzaine sont placés avant la clause rituelle (« ce qu'il fallait démontrer »), mais cela vaut surtout dans ***P***, et onze sont insérés *après* ladite clause. Un Porisme commence normalement par l'expression : « A partir de ceci il est évident que (ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ...) », mais dans 7 cas (IV. 5, VI. 20, IX. 11, X. 9, X. 111, X. 114 et XII. 17), la formulation n'est pas canonique. Qu'en effet il y ait eu possibilité de confusion se manifeste dans le fait que 10 des Porismes retenus par Heiberg se soient vu attachés des ajouts inauthentiques. Si l'on veut consulter la tradition indirecte, on n'oubliera pas que deux Porismes du grec sont liés à des substitutions de preuve (III. 31, IV. 5) et à un ajout (X. 114) qui ont épargné ladite tradition; rien d'étonnant donc à ce que ces Porismes n'y existent pas. En se limitant aux cas comparables, on voit qu'elle possède 11 Porismes du grec, mais 2 sous une forme différente : à X. 111, comme une Proposition — et à XII. 17 (c'est le cas aussi dans certains manuscrits grecs), comme une partie de la preuve ("πόρισμα" existe seulement dans la marge de ***P*** et pas dans les autres manuscrits !). On peut remarquer que l'un et l'autre n'ont pas une formulation canonique et que la tradition indirecte n'a aucun des cinq autres Porismes "hétérodoxes" du texte grec. Pour les autres, leur nombre va décroissant (7 sur 9 dans les L. I-IX auxquels on pourrait adjoindre les 3 Porismes supplémentaires de la version Ishâq-Thâbit (à VIII. 14, 15; IX. 5), 1 sur 4 dans le L. X, 0 sur 6 dans les L. XI-XIII).

[123] C'est l'opinion de S. Brentjes, au moins en ce qui concerne les traditions arabe et arabo-latine. Voir Brentjes 1996: 205.

de la version d'Ishâq, révisée par Thâbit, est sans lacune déductive supplémentaire dans les Livres I à X, mais les témoignages médiévaux nous apprennent que la révision de Thâbit impliquait la consultation d'autres manuscrits et, par conséquent, la collation de preuves alternatives.[124] Ce faisant, divers états du texte grec ou arabe se trouvaient, sinon contaminés, du moins juxtaposés dans cette version. Il n'y a d'ailleurs aucune raison de s'en étonner : ces savants ne travaillaient pas pour donner des indications aux philologues modernes qui veulent remonter à travers l'histoire du texte des *Éléments* : ils cherchaient à procurer un texte complet et stimulant. Connaissant les aléas de la transmission manuscrite, ils ont confronté différentes copies et je crois que Thâbit ibn Qurra a utilisé d'autres traductions arabes, probablement celle d'al-Hajjâj, et même certains commentaires grecs, en particulier celui de Héron d'Alexandrie, ce qui a eu quelques conséquences sur la structure du texte révisé. En quelques endroits, il est plus sophistiqué que le texte grec de Heiberg.[125] Dans le domaine arabo-latin, la version de Gérard de Crémone procède également par juxtaposition de différentes couches textuelles, celles qu'avait déjà combinées Thâbit, mais aussi des preuves alternatives que la tradition attribue à al-Hajjâj et qui, souvent, se retrouvent en latin chez Adélard de Bath.

6. Le cas de la ou des traduction(s) d'al-Hajjâj est beaucoup plus difficile à juger car nous la connaissons très partiellement et indirectement, par quelques citations des copistes des manuscrits de la version Ishâq-Thâbit, par les témoignages de Tûsî et du pseudo-Tûsî …[126] Les caractéristiques qui la distinguent — pour l'essentiel sa maigreur et la structure de quelques familles de preuves — se retrouvent pratiquement toutes dans la version arabo-latine d'Adélard de Bath.[127] Son ancienneté, sa maigreur font qu'il est tentant de lui faire jouer un rôle privilégié. Reste que le témoignage de la préface du Codex de Leiden introduisant le commentaire d'an-Nayrîzî, est très inquiétant.[128] Le principe, auquel souscrivaient Klamroth (et Knorr) concernant le devenir textuel du texte, à savoir une amplification, suppose qu'aucune version volontairement abrégée n'ait joué un rôle dans la transmission du texte. Or c'est précisément ce à quoi fait référence cette préface pour la seconde traduction (ou la révision) d'al-Hajjâj. Je ne suis donc pas sûr que ledit principe, qui fonctionne assez bien dans le cas de la dichotomie 1, s'applique aussi à la dichotomie 2.[129]

---

[124] Voir Engroff, 1980: 20-39.

[125] C'est tout particulièrement clair dans les Livres VIII-IX, d'abord pour les démonstrations alternatives proposées pour VIII. 22-23, puis l'insertion des converses aux Prop. (Heib.) VIII. 24-25 et la simplification de la preuve de IX. 2, enfin l'adjonction des Propositions (Ishâq-Thâbit). IX. 30-31 pour simplifier les preuves de IX. 32-33 (= Heib. IX 30-31), sans oublier l'adjonction de Porismes (cf. *supra,* note 122).

[126] Voir Engroff, 1980: 20-39. Récemment Gregg de Young a découvert un commentaire anonyme plutôt riche en références relatives aux divergences entre les versions d'Ishâq-Thâbit et d'al-Hajjâj. Voir de Young, 2002/2003.

[127] Une vingtaine de divergences structurelles est censée caractériser la version d'al-Hajjâj. On en retrouve 16 chez Adélard. Les quatre qui apparaissent dans le Livre IX et la première partie du Livre X — portion perdue dans la traduction d'Adélard — se retrouvent dans les versions latines apparentées de Hermann de Carinthie et de Robert de Chester.

[128] Voir le texte et la traduction française dans Djebbar, 1996: 97, 113, citée partiellement *infra,* appel de note 143.

[129] Il me semble que S. Brentjes admet également l'idée que la version dite al-Hajjâj n°2 représente une réédition améliorée et abrégée. Voir Brentjes, 1996: 221-2.

7. De plus, le cas des Livres stéréométriques, sur lesquels se fondait l'argumentation de Knorr, me paraît problématique. Les traductions arabo-latines sont particulièrement proches les unes des autres dans ces Livres. Knorr s'appuyait sur ce point pour en déduire qu'il devait en être de même de leurs modèles arabes et donc aussi des versions d'al-Hajjâj et d'Ishâq-Thâbit.[130] Ce que j'ai appelé la dichotomie 2 ne s'y manifeste pratiquement pas.[131] Mais il y a, dans deux manuscrits de cette dernière version (Copenhagen, Mehrens 81; Istambul, Fâtih 3439), des gloses indiquant que le Livre X est le dernier qu'ait traduit Ishâq et que ce qui suit est "hajjajien". Le glossateur du manuscrit de Copenhague précise même : « provient de la deuxième traduction d'al-Hajjâj », *ie*. l'abrégée.[132] Klamroth en avait déduit qu'Ishâq n'avait traduit que les Livres I à X et que Thâbit avait repris les Livres XI à XIII à la traduction d'al-Hajjâj. Cette thèse a été remise en cause par Engroff[133] et je n'ai bien évidemment aucune compétence sur ce point, mais il me semble que les Livres stéréométriques constituent indéniablement un cas particulier. Déjà at-Tûsî avait remarqué qu'il n'y a pas de divergence structurelle entre ce qu'il croyait être les deux versions des Livres stéréométriques.[134] J'ajoute qu'il n'y a, à ma connaissance, aucune mention du genre « Thâbit dit … » au-delà du Livre X.[135]

Dernier élément à prendre en compte : dans la Proposition XIII. 11 on établit que le côté du pentagone inscrit dans un cercle de diamètre exprimable est une *irrationnelle,* de type « mineure ». Or, dans le Livre X, ἄλογος est traduit "asamm" (sourde) par al-Hajjâj et "ghayr muntaq" (non-exprimable) par Ishâq-Thâbit. La divergence se retrouvait par exemple entre Avicenne et le manuscrit Pétersbourg 2145 d'une part et les autres manuscrits Ishâq-Thâbit d'autre part.[136] Il est intéressant de noter que, dans la Proposition (Heib.) XIII. 11 (= IsTh 14), les manuscrits Pétersb. 2145, mais aussi Téhéran Malik 3586 et Rabat 1101 portent "asamm" !![137] Cela n'implique pas nécessairement qu'Ishâq n'ait pas traduit les Livres XI à XIII,[138] mais du moins cela suggère qu'à un certain moment de la transmission, les Livres stéréométriques n'ont plus existé que dans une seule version.[139] Il se peut même que cette homogénéité, constatée par

---

130 Voir Knorr, 1996: 259-60.

131 Voir le Tableau 2 de l'annexe.

132 Voir Engroff, 1980: 9.

133 Voir Engroff, 1980: 9-10, 12-13. Ajoutons qu'à la fin du Livre XI dans le manuscrit Téhéran Malik 3586, une glose indique que Thâbit ibn Qurra n'avait révisé que les Livres I à X et que les Livres XI, XII, XIII sont hajjajiens ! Voir Brentjes, 2000: 53.

134 Voir Rommevaux, Djebbar, Vitrac, 2001: 275, n. 184.

135 Dans le commentaire anonyme cité *supra* note 126, les références relatives aux divergences entre les versions d'Ishâq-Thâbit et d'al-Hajjâj s'arrêtent après le premier tiers du Livre X. Cette observation s'explique bien dans la lignée de la glose insérée dans le manuscrit Téhéran Malik 3586 (cf. *supra,* note 133).

136 Voir Rommevaux, Djebbar, Vitrac, 2001: 259, 288-9.

137 Je remercie A. Djebbar pour cette information..

138 On pourrait douter d'une telle abstention de la part d'Ishâq sachant qu'il existe deux séries de définitions du Livre XI dans le Téhéran Malik 3586, dont la seconde est rapportée à Hunayn ibn Ishâq et, probablement, il y a là confusion entre le père et le fils (voir Brentjes, 2000: 54). Mais il se peut bien qu'Ishâq ait mis un terme à sa traduction avec les Définitions du Livre XI, qu'on les ait (pieusement) conservées, mais qu'il n'ait pas traduit la suite. On retrouve alors la thèse de Klamroth.

139 Bien qu'elle soit en désaccord avec la thèse de Klamroth, S. Brentjes fait remarquer qu'en ce qui concerne les Df. XI, la première version du Téhéran Malik 3586 (version Ishâq-Thâbit) et celle que donne al-Karâbîsî (qui, selon

Tûsî, soit la cause des gloses insérées dans les trois manuscrits de la version Ishâq-Thâbit que je viens de mentionner.[140]

8. Deux conséquences peuvent être tirées des considérations précédentes. D'une part, la construction de Knorr selon laquelle la tradition indirecte permettrait de remonter à un unique archétype grec, fondée uniquement sur ces Livres — de fait uniquement sur la portion XI. 36-XII. 17 —, s'en trouve remise en cause. D'autre part, j'ai dit qu'il y a, dans les versions d'al-Hajjâj et d'Ishâq-Thâbit, respectivement 3 et 2 lacunes déductives, celles d'Ishâq-Thâbit se trouvant dans le Livre XII. Mais si l'on adopte l'hypothèse de Klamroth ou l'une de ses variantes, nous connaissons la traduction d'Ishâq-Thâbit seulement pour les Livres I à X : elle y est *sans* lacune déductive, ce qui, compte tenu du travail du Réviseur, est assez naturel. Quant à celle d'al-Hajjâj, le témoignage de la préface de Leiden suggère qu'elle pourrait n'être qu'un épitomé !

9. Cela dit, il ne faut surtout pas oublier que c'est grâce à la tradition indirecte elle-même que nous pouvons saisir certaines de ses limites. Les versions médiévales, notamment celles d'Ishâq-Thâbit et de Gérard de Crémone, sont plus attentives aux problèmes d'origine textuelle que les manuscrits grecs, et donc plus informatives sur les divergences entre versions que leurs auteurs ont observées. La contamination n'est évidemment pas le fait des seuls Médiévaux. Le dossier des doubles démonstrations le prouve. L'abondance du matériel additionnel et des altérations locales genre « explications postposées » dans les manuscrits grecs byzantins (cf. *supra* l'exemple de XI. 1) montre que le texte grec s'est lui aussi enrichi en recourant à des éléments relevant du commentaire, probablement par l'intermédiaire des annotations marginales par de simples lecteurs ou des érudits.

10. L'intervention d'épitomés dans la tradition indirecte est très probable. Il y a, au demeurant, différentes manières d'abréger un texte comme celui des *Éléments* : on peut éliminer des portions considérées comme inauthentiques ou quelques théorèmes exposant un thème jugé trop particulier; on peut pratiquer des regroupements; substituer des rédactions abrégées, en particulier à l'aide des formules de démonstrations potentielles et analogiques, ou en supprimant les énoncés généraux non instanciés, souvent moins compréhensibles que l'exemple (ecthèse et diorisme) accompagné du diagramme et formulé à l'aide du lettrage. Plus radicalement, on peut supprimer les preuves et ne conserver que ce que Bourbaki appellerait un fascicule de résultats ou retrancher un certain nombre de Livres désormais jugés non indispensables. Dans ce cas, la structure même du traité et son plan, d'ailleurs souvent critiqué, sont altérés. De telles remises en question ne seront pas rares à partir du XVI^{e} siècle, mais dans la plupart des versions anciennes et médiévales, même dans une recension comme celle de Campanus qui introduit pourtant de nombreuses altérations locales, la progression euclidienne en 13 Livres est maintenue, quitte à y adjoindre des Livres supplémentaires.

S.B.), suit une version hajjajienne, les différences sont minuscules. Voir Brentjes, 2000: 53 Cela me paraît aller dans le même sens que la remarque précédente.

[140] Voir *supra* notes 132-133.

En revanche, les autres opérations d'abréviations énumérées ci-dessus sont toutes mentionnées dans les préfaces médiévales, telles celles d'al-Maghribî,[141] de la recension dite du Pseudi-Tûsî[142] ou du Codex de Leiden, lorsqu'elles caractérisent des recensions ou des épitomés. De plus, comme nous l'avons noté plus haut, selon la préface du Codex de Leiden, al-Hajjâj aurait amélioré sa première traduction pour s'attirer la bienveillance du nouveau Khalife al-Ma'mûn « en la rendant plus concise et en l'abrégeant. Il ne trouva pas d'ajout sans qu'il l'ait supprimé, ni de lacune sans qu'il l'ait comblée, ni de défaut sans qu'il l'ait réparé et corrigé, [et ce] jusqu'à ce qu'il l'ait expurgée, améliorée, résumée et abrégée … ».[143] Il se peut qu'il y ait là quelques exagérations rhétoriques ou lieux communs concernant la manière de perfectionner un texte. Si la recherche de concision paraît difficilement contestable, la préface n'indique évidemment pas les motivations des suppressions, ni les critères utilisés pour identifier les "ajouts". On peut envisager l'hypothèse qu'al-Hajjâj ait pris connaissance d'autres versions grecques, plus concises que celle(s) initialement traduite(s), autrement dit que le phénomène de l'épitomé se soit déjà exercé auparavant, dans la tradition grecque.

11. Nous savons qu'au moins une version abrégée des *Éléments* a été réalisée dans l'Antiquité, celle d'Aigeias d'Hiérapolis, mentionnée par Proclus, et qui ne peut donc pas être postérieure au V^{e} siècle de notre ère. La différence avec la deuxième version d'al-Hajjâj, c'est qu'aucun témoignage n'indique qu'elle ait joué un rôle dans la transmission du texte. On ne peut toutefois pas totalement exclure, à côté d'un enrichissement textuel évident, l'intervention d'une (ou de plusieurs) version(s) grecque(s) abrégée(s).

La "maigreur" relative de la version d'al-Hajjâj, pour autant qu'on puisse la connaître, peut au demeurant s'expliquer de différentes manières selon les portions du texte considérées. Le fait de proposer seulement la quadrature du triangle dans II. 14 (avec l'absence associée de I. 45), celui d'établir les principaux résultats des Propositions XII. 5, 7, 8 seulement pour les pyramides à base triangulaire, procède de la même attitude et, dans ces cas, il y a de bonnes raisons de penser que l'origine de ce traitement minimaliste est d'origine grecque.[144] Pour l'absence de la Proposition III. 37 j'ai déjà dit qu'il s'agissait probablement d'un accident de la transmission. L'absence de la plus grande part du matériel additionnel, de plusieurs Définitions des Livres V-VI-VII-XI et des Porismes des Livres stéréométriques s'explique peut-être parce qu'al-Hajjâj les a identifiés comme des ajouts. De même, pour quelques autres Propositions absentes de sa version (VI. 12, VIII. 11a-12a, X. 16, X. 27-28), mais présentes dans la traduction d'Ishâq-

[141] On en trouve une traduction latine dans Heiberg, 1884: 16-17, avec plusieurs erreurs d'identifications sur les auteurs arabes cités (et même sur l'auteur de la préface ! Voir Rommevaux, Djebbar, Vitrac, 2001: 230, 239). Elle permet cependant de se faire une idée des libertés que s'autorisaient les auteurs de recensions. A compléter par Sabra, 1969: 14-5 qui corrige les identifications et Murdoch, 1971: 440 (col. b).

[142] Elle est résumée par J. Murdoch dans l'article cité à la note précédente [440 (col. a-b)].

[143] Traduction dans Djebbar, 1996: 97.

[144] Rappelons que la Prop. XII. 6 et les Porismes à XII. 7, 8 manquent dans le manuscrit ***b***. Pour II. 14, il semble bien que Simplicius connaissait les deux versions du théorème : la version "figure rectiligne" dans son commentaire à la *Physique* d'Aristote (*CAG,* 62. 8 Diels); la version "triangle" dans son commentaire au *De cælo*: (*CAG,* ed. 414. 1 Heiberg).

Thâbit, il peut soit s'agir d'adjonctions absentes des manuscrits grecs ou syriaques consultés par al-Hajjâj, soit d'assertions qu'ils possédaient mais qu'il a jugées inutiles, ce qui est, au demeurant, à peu près vrai.

12. L'existence de versions abrégées en grec faisait aussi partie des hypothèses de Heiberg. C'est de cette manière qu'il décrivait le modèle du manuscrit ***b*** dans sa partie divergente (XI. 36-XII. 17).[145] Celle-ci est au demeurant très défectueuse : il y a beaucoup de problèmes de lettrage, de sauts du même au même, et, me semble-t-il, des fautes d'onciales. Il se pourrait donc qu'elle soit le résultat d'une nouvelle translittération, souvent d'autant plus fautive qu'elle est éloignée du IX^e^ siècle, et réalisée (pour des raisons qui nous échappent) au moment de la copie du manuscrit de Bologne au XI^e^ siècle sur un modèle, soit véritablement ancien (hypothèse de Knorr), soit procédant d'un autre archétype, par exemple celui d'une version abrégée type "Aigeias". Ce n'est pas tout à fait l'hypothèse de Heiberg qui parlait d'une recension byzantine alors que j'évoque ici la possibilité d'un modèle antique.

Quoi qu'il en soit, je ne crois pas que cela change vraiment l'attitude que l'éditeur du texte grec puisse adopter à son égard. Le recours à ***b*** XI. 36—XII. 17 pourrait être utile pour trancher certains cas de divergences textuelles entre ***P*** et ***Th***, dans ladite portion. Mais en adopter les leçons créerait probablement un monstre philologique qui n'a jamais existé. Peut-être pourrait-il être également utilisé pour améliorer l'édition d'une version arabe apparentée. Knorr voulait que l'on adopte le texte de ***b*** plutôt que ce qu'il appelait « the wrong text » de Heiberg parce qu'il espérait que la confrontation des traductions arabes primaires permettrait de reconstituer un archétype grec pour le reste du traité et d'antiquité comparable. Cela est impossible, du moins en l'état actuel de nos connaissances.

Dès lors, envisager une nouvelle édition critique du texte grec, me paraît inutile pour l'instant. Des éditions critiques des différentes versions arabes ou arabo-latines, arabo-hébraïques … recensées, seraient préférables. Il faudra également réaliser un « mode d'emploi » pour que le lecteur puisse naviguer dans l'ensemble de ces versions, en fonction de la problématique, de l'époque, de la langue de culture, de l'Euclide dont pouvait disposer un (autre) auteur qui l'intéresse … Cela vaut tout particulièrement pour le dossier des doubles démonstrations ou des substitutions de preuves que la tradition indirecte a permis d'enrichir considérablement.

Cette exigence est perçue depuis longtemps par les historiens des périodes médiévale et moderne. Il faut sans doute que l'helléniste l'admette à son tour. Le mouvement de "remontée" vers l'original qui inspirait le travail des philologues du XIX^e^ siècle semble devoir marquer une pause. Une connaissance moins partielle de la tradition indirecte nous a fourni une information bien plus riche au niveau local, mais aussi plus incertaine quant à ses composantes antiques. Ainsi dépouillés de nos (fausses) certitudes, nous pouvons nous sentir quelque peu frustrés, mais reste l'espoir que de nouvelles découvertes de papyrus antiques, de manuscrits des traductions médiévales d'Euclide ou de ses commentateurs, nous permettent de progresser.

---

[145] Voir *supra,* § I. **4**.

Bibliographie

Éditions et traductions des différentes versions des *Éléments* d'Euclide

Besthorn , R.O., J. L. Heiberg, puis G. Junge, J. Raeder et W. Thomson (eds) (1893-1932)
Codex Leidensis 399/1 : *Euclidis Elementa ex interpretatione al'Hadschdschaschii cum Commentariis al' Nayrizii.* Texte arabe et trad. latine , Hauniae, Lib. Gyldendaliana: I, 1 et 2 (= L. I), 1893-1897; II, 1 et 2 (= L. II et III), 1900-1905; III, 1, 2 et 3 (=L. IV-VI), 1910-1932.

Busard, H. L. L. (1967-1972-1977, *HC*) *The Translation of the* Elements *of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia (?).* Ed. H. L. L. Busard. L. I-VI dans *Janus,* 54, 1967, pp. 1-140; L. VII-IX, *Janus,* 59, 1972, pp. 125-187; L. VII-XII, *Mathematical Centre Tracts,* 84, Amsterdam, Mathematisch Centrum, 1977.

Busard, H. L. L. (1983, *Ad. I*) *The first Latin Translation of Euclid's Elements commonly ascribed to Adelard of Bath*. Ed. H. L. L. Busard. Toronto: Pontifical Institute of Mediaeval Studies.

Busard, H. L. L. (1984, *GC*) *The Latin translation of the Arabic version of Euclid's Elements commonly ascribed to Gerard of Cremona* . Ed. H. L. L. Busard. Leiden: E. J. Brill.

Busard, H. L. L., M. Folkerts (1992, *RC*) *Robert of Chester's (?) Redaction of Euclid's* Elements *the so-called Adelard II Version*. Ed. H. L. L. Busard, et M. Folkerts. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser Verlag.

Busard, H. L. L. (1996) *A Thirteenth-Century Adaptation of Robert of Chester's Version of Euclid's* Elements. H. L. L. Busard. München: Institut für Geschichte der Naturwissenschaften.

Busard, H. L. L. (2001, *JT*) *Johannes de Tinemue's Redaction of Euclid's Elements, The so-called Adelard III Version*. Ed. H. L. L. Busard. Stuttgart: Franz Steiner.

Busard, H. L. L. (1987, *gr.-lat.*) *The Mediaeval Latin Translation of Euclid's* Elements *made directly from the Greek*. Ed. H. L. L. Busard. Stuttgart: Franz Steiner.

Busard, H. L. L. (2005) *Campanus of Novara and Euclid's* Elements. Stuttgart: Franz Steiner Verlag.

De Young, G. (1981) "The Arithmetic Books of Euclid's Elements". Ph. D. diss., Harvard University.

Engroff, J. W. (1980) "The Arabic Tradition of Euclid's Elements : Book V". Ph. D. diss., Harvard University.

Heiberg, J. L., H. Menge (1883-1916, *EHM*)
Euclidis opera omnia, ed. I. L. Heiberg & H. Menge, Lipsiae, in aed. B. G. Teubner : I. *Elementa* i-iv (1883); II. *El.* v-ix (1884) ; III. *El.* x (1886) ; IV. *El.* xi-xiii (1885); V. *El.* xiv-xv, *Scholia, Prolegomena critica* (1888); VI. *Data, Marini Commentarius in Eucl. Data* (1896) ; VII. *Optica, Opticorum recensio Theonis, Catoptrica* (1895) ; VIII. *Phaenomena, Scripta musica, Fragmenta* (1916) ; IX. *Supplementum*.

Heiberg, J. L., E. S. Stamatis (1969-1977, *EHS*)
Euclidis Elementa, post Heiberg ed. E. S. Stamatis, Leipzig, B. G. Teubner, I. *El.* i-iv (1969); II. *El.* v-ix (1970) ; III. *El.* x (1972); IV. *El.* xi-xiii (1973); V,1. *El.* xiv-xv, *Scholia in lib.* i-v (1977); V, 2. *Scholia in lib.* vi-xiii (1977).

Peyrard, F. (1814-1818) *Les œuvres d'Euclide* en grec, en latin et en français. Paris: M. Patris.

Euclide d'Alexandrie, *Les Eléments,* (Euclide/Vitrac). Traduction et commentaires par Bernard Vitrac. Paris, PUF, 4 volumes : 1 (introduction générale par M. Caveing. L. I-IV): 1990; 2 (L. V-IX): 1994; 3 (L. X): 1998 ; 4 (L. XI-XIII): 2001.

Éditions et traductions des commentateurs

Pappus d'Alexandrie

Thomson, W., C. Junge (1930) *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's* Elements, Ed., trad. angl. W. Thomson, comm. C. Junge & W. Thomson, Cambridge (Massachusetts): Harvard University Press. Reimp. New York/London, Johnson reprint Co: 1968.

Théon d'Alexandrie

Mogenet, J., Tihon, A. (1985) *Le "grand commentaire" de Théon d'Alexandrie aux* Tables faciles *de Ptolémée,* Livre I, Studi e Testi 315, Città del Vaticano: Biblioteca Apostolica Vaticano.

Proclus de Lycie

Friedlein, G. (1873) *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum Commentarii,* ed. G. Friedlein, Lipsiae: in aed. B. G. Teubner (réimpr. Hildesheim: 1967).

al-Mâhânî

Abû 'Abdallâh Muhammad ibn 'Isâ al-Mâhânî, *Risâla li-al-Mâhânî fî al-mushkil min amr al-nisba* (Épitre d'al-Mâhânî sur la difficulté relative à la question du rapport). Édition et traduction française dans Vahabzadeh 1997. Repris, avec traduction anglaise, dans Vahabzadeh, 2002: 31-52.

Abû 'Abdallâh Muhammad ibn 'Isâ al-Mâhânî, *Tafsîr al-maqâla al-'âshira min kitâb Uqlîdis*.
Édition et traduction française (*Explication du Dixième Livre de l'ouvrage d'Euclide*) in Ben Miled, M. (2005) *Opérer sur le continu. Traditions arabes du Livre X des Éléments d'Euclide*. Carthage, Beït al-Hikma (Académie Tunisienne), 2005: 286-292 [complété par un commentaire anonyme, *ibid.*: 296-333].

al-Fârâbî

Abû Nasr Muhammad ibn Muhammad ibn Tarhân al-Fârâbî, *Sharh al-mustaglaq min musâdarât al-maqâla al-ûlâ wa-l-hâmisa min Uqlîdis*. Trad. hébraïque par Moses ibn Tibbon in Freudenthal, 1988.

an-Nayrîzî

Arnzen, R. (2002) Abû l-'Abbâs an-Nayrîzî, Exzerpte aus (Ps.-?)Simplicius' Kommentar zu den Definitionen, Postulaten und Axiomen in Euclids *Elementa I*. Eingeleitet, ediert und mit arabischen und lateinischen Glossaren versehen von R. Arnzen. Köln-Essen: Rüdiger Arnzen.

Tummers, P. M. J. E. (1994), *Anaritius' Commentary on Euclid. The Latin translation I-IV*. Artistarium Supplementa IX. Nijmegen: Ingenium Publishers.

al-Jayyânî

Abû 'Abdallâh Muhammad ibn Mu'âd al-Jayyânî al-Qâsî, *Maqâla fi sharh al-nisba* (Commentaire sur le rapport). Fac-similé du manuscrit Algier 1466/3, f°74^{r}-82^{r} et trad. angl. in Plooij, 1950. Édition et traduction française dans Vahabzadeh 1997.

Ibn al-Haytham

Abû 'Alî al-Hasan ibn al-Hasan Ibn al-Haytham, *Sharh musâdarât Uqlîdis*.
Édition partielle, trad. angl. et comm. in Sude B. H. (1974) "Ibn al-Haytham's Commentary on the Premises of Euclid's Elements : Books I-VI". Ph. D. diss. Princeton University.

al Khayyâm

'Umar al Khayyâm, *Risâla fî sharh mâ ashkala min musâdarât Kitâb Uqlîdis* (Épitre sur les problèmes posés par certaines prémisses problématiques du Livre d'Euclide).
Traduction française (basée sur l'édition du texte arabe par A. I. Sabra) dans Djebbar, A. (1997) '*L'émergence du concept de nombre réel positif dans l'Épître d'al-Khayyâm (1048-1131). Sur l'explication des prémisses*

problématiques du Livre d'Euclide' Orsay, Université de Paris-Sud. Mathématiques. Prépublications 97—39. Rééditée, avec corrections, in *Fahrang, Quarterly Journal of humanities and cultural Studies* 14, 2002: 79-136.
Édition du texte arabe avec traduction française par B. Vahabzadeh in Rashed R. & Vahabzadeh, B. (1999) *Al-Khayyâm mathématicien,* Paris, Blanchard: 271-390.

Études

Blanchard, A. (ed.), (1989) *Les débuts du codex*. Turnhout : Brepols.

Bourbaki, N. (1974) *Éléments d'histoire des mathématiques,* 2nd edn. Paris : Hermann.

Brentjes, S., (1996) 'The Relevance of Non-Primary Sources for the Recovery of the Primary Transmission of Euclid's *Elements* into Arabic' in *Tradition, Transmission, Transformation*. Proceedings of Two Conferences on Pre-modern Science held at the University of Oklahoma, eds. F. J. Ragep, S. P. Ragep, and S. Livesey. Leiden, New York, Köln, Brill: 201-25
(1997-1998) 'Additions to Book I in the Arabic Traditions of Euclid's Elements',
Studies in History of Medecine & Science XV: 55-117.
(2000) 'Ahmad al-Karâbîsî's Commentary on Euclid's "Elements"' in *Sic Itur ad Astra. Studien zur Geschichte der Mathematik und Naturwissenschaften*. Festschrift für den Arabisten Paul Kunitzsch zum 70. Geburstag, eds. M. Folkerts and R. Lorch. Wiesbaden, Harrassowitz Verlag: 31-75.
(2001a) 'Observations on Hermann of Carinthia's Version of the *Elements* and its Relation to the Arabic Transmission', *Science in Context* **14** (1/2): 39-84.
(2001b) 'Two comments on Euclid's *Elements* ? On the relation between the Arabic text attributed to al-Nayrîzî and the Latin text ascribed to Anaritius', *Centaurus* 43: 17-55.

Dain, A. (1975) *Les manuscrits,* 3d edn. Paris: Les Belles-Lettres.

De Young, G. (1991) 'New traces of the lost al-Hajjâj arabic Translations of Euclid's *Elements*', *Physis* 38: 647-66.
(2002/2003) 'The Arabic Version of Euclid's *Elements* by al-Hajjâj ibn Yûsuf ibn Matar',
Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenchaften 15: 125-64.
(2004) 'The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission', *Suhayl* 4, 2004: 311-83.

Djebbar, A. (1996) 'Quelques Commentaires sur les Versions arabes des *Eléments* d'Euclide et sur leur Transmission à l'Occident Musulman' In *Mathematische Probleme im Mittelalter. Der lateinische und arabische Sprachbereich,* ed. M. Folkerts. Wiesbaden, Harrassowitz Verlag: 91-114.

Dorandi, T. (1986) 'Il Libro X degli *Elementi* di Euclide', *Prometheus* 12: 225.
(2000) *Le stylet et la tablette. Dans le secret des auteurs antiques.*
Paris: Les Belles Lettres.

Folkerts, M. (1989) *Euclid in Medieval Europe*. Winnipeg: Benjamin.

Follieri, E. (1977) 'La minuscola libraria dei secoli IX e X' in
*La paléographie grecque et byzantine,*eds J. Glénisson, J. Bompaire and J. Irigoin. Paris, Editions du CNRS: 139-65.

Fowler, D. H. (1987) *The Mathematics of Plato's Academy*. Oxford: Clarendon Press.

Freudenthal, G. (1988) 'La philosophie de la géométrie d'al-Fârâbî : son commentaire sur le début du Ier livre et le début du Ve livre des *Eléments* d'Euclide', *Jerusalem Studies in Arabic and Islam* 11: 104-219.

Heiberg, J. L. (1882) *Litterargeschichtliche Studien über Euklid*. Leipzig: Teubner.
(1884) 'Die arabische Tradition der Elemente Euklids', *Zeitschrift für Mathematik und Physik,* hist.-litt. Abt. 29: 1-22.
(1885) 'Ein Palimpsest der Elemente Euklidis', *Philologus* 44, 1885: 353-66.
(1888) 'Om Scholierne til Euklids Elementer', *Mémoires de l'Académie Royale de Copenhague,* 6e série. Classe des Lettres, vol. II, Kopenhague.
(1903) 'Paralipomena zu Euklid', *Hermes. Zeitschrift für classische Philologie* XXXVIII: 46-74, 161-201, 321-56.

Irigoin, J. (2003) *La tradition des textes grecs. Pour une critique historique*. Paris: Les Belles Lettres.

Klamroth, M. (1881) 'Über den arabischen Euklid', *Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft* 35: 270-326, 788.

Knorr, W. R. (1996) 'The Wrong Text of Euclid : On Heiberg's Text and its Alternatives', *Centaurus* 36: 208-76.

Lévy, T. (1997) 'Une version hébraïque inédite des *Eléments* d'Euclide', in *Les voies de la science grecque. Études sur la transmission des textes de l'Antiquité au dix-neuvième siècle* ed. D. Jacquart. Genève, Droz: 181-239.

Murdoch, J. (1971) 'Euclid : Transmission of the Elements', in *Dictionary of Scientific Biography,* ed. C. C. Gillispie, vol IV. New York, Charles Scribner's Sons: 437-59,

Pasquali, G. (1952) *Storia della tradizione e critica del testo,* 2nd edn. Firenze: Casa Editrice Le Lettere.

Plooij, E. B. (1950) *Euclid's Conception of Ratio and his Definition of Proportional Magnitudes as Criticised by Arabian Commentators,* Rotterdam: W. J. van Hengel.

Reynolds, L. G., N. G. Wilson, (1988) *D'Homère à Érasme. La transmission des classiques grecs et latins*. Paris: Éditions du CNRS.

Rommevaux, S., A. Djebbar, B. Vitrac (2001) 'Remarques sur l'Histoire du Texte des *Éléments* d'Euclide', *Archive for History of Exact Sciences* 55: 221-95.

Sabra, A. I. (1969) 'Simplicius's proof of Euclid's parallels postulate', *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes,* XXXII: 1-24.

Vahabzadeh, B. (1997) "Trois commentaires arabes sur les concepts de rapport et de proportionnalité". Ph. D. diss. Université de Paris VII, 1997.
(2002) 'Al-Mâhânî's Commentary on the concept of ratio', *Arabic Sciences and Philosophy* 12: 9-52.

Van Haelst, J. (1989) 'Les origines du codex', in *Les débuts du codex,* ed. A. Blanchard. Turnhout, Brepols:13-35.

Vitrac, B. (2003) 'Les scholies grecques aux *Éléments* d'Euclide', *Revue d'Histoire des Sciences* 56: 275-92.
(2004) 'A propos des démonstrations alternatives et autres substitutions de preuve dans les *Éléments* d'Euclide', *Archive for History of Exact Sciences* 59: 1-44.

Weissenborn, H. (1882) *Die Übersetzungen des Euklid durch Campanus und Zamberti*. Halle.

Annexe

L'annexe contient 3 tableaux (décrivant chacun un des clivages observés dans la tradition textuelle des *Éléments* d'Euclide) dans lesquels j'utilise les abréviations suivantes :

Df. : définition ; Dem. : Demandes ; NC : Notion commune ; Prop. : proposition ; Por. : Porisme (= corollaire) ;
La notation N/N+1 désigne le lemme intercalé entre les Propositions N et N+1. Les accolades désignent les portions considérées comme inauthentiques par Heiberg, mais qui existent dans les manuscrits grecs.

(+) ou (—) signifient respectivement présence ou absence d'un élément textuel ;
(÷2) : fusion de deux éléments en un seul ;
(x 2) : subdivision d'un élément en deux.
aliter marque l'existence d'une seconde preuve, éventuellement partielle (d'où l'indice 'p') ou l'existence d'une seconde définition.

Ad. : version dite Adélard I (Busard, 1983) ; GC : version attribuée à Gérard de Crémone (Busard, 1984) ; gr.-lat. : version gréco-latine (Busard, 1987) ; Heib. : édition Heiberg ; IsTh : version Ishâq-Thâbit ; ***P*** : manuscrit Vatic. Gr. 190 ; ***Th*** : manuscrits grecs dits théonins (sur ***P*** \ ***Th***, voir *supra* I, §§ 3-4) ; mg. : marge.

Dichotomie 1 (Édition Heiberg *versus* tradition médiévale arabe et arabo-latine[146])

Nature de la divergence	Éléments textuels	
(+ \ —)	Définitions	Df. III. additionnelles (+); Df. IV. 3-7 (—)**;** Df. XI. 5-7 (—); XI. 15, 17 (—); Df. XI. 23 (—); Df. XI. 25-28 (—)
	Propositions	III. 12 (—); {VII. 20*vulgo*[147]} (—); {VII. 22*vulgo*} (—); Ishâq-Thâbit IX. 30-31 (+); X. 7-8 (—); X. 9 (iii) (—); X. 13 (—); {X. 13 *vulgo*} (—); X. 16 (—); X. 24 (—); X. 112-114 (—); {X. 117 *vulgo*} (—); {XI. 38 *vulgo*} (—); XII. 6 (—); XII. 13 (—); XII. 14 (—)
	Porismes	{II. 4 Por} (+); {III. 31 Por.}, IV. 5 Por. (—); V. 4 (ou 7) Por. (—); V. 19 Por., VI. 20 Por.$_1$ (—); IX. 2 Por (+); IX. 5 Por (+); IX. 11 Por. (—); X. 4 Por. (—); X. 6 Por. (—); X. 9 Por. (—); X. 23 Por. (—); X. 114 Por. (—); XI. 33 Por. (—); XI. 35 Por. (—); XII. 7 Por (—); XII. 8 Por (—); XIII. 16 Por. (—); XIII. 17 Por. (—)
	Matériel additionnel	
	Cas de figure	{Pseudo-cas de figure in III. 11} (—); Cas de figure in III. 20, 24, 27 (—); Cas de figure in III. 35, 36, 37 (+); Cas de figure dans V. 8 (—); {Cas de figure dans VI. 27} (—); {Cas de figure dans XI. 23} (—)
	Ajouts	{Ajout à III. 16 Por.} (—); {Ajout à VI. 33} (—); Ajout à X. 1 (—); 12 {ajouts} [à X. 10, 18, à X. 23 Por., à X.32/33; à X. 36, 37, 38, 39, 40, 41, aux Df. X (série ii); à X. 85-90]; ajout (?) à XIII. 18 (—)
	Doubles démonstrations	{III. 7^p, 8^p; VI. 20^p, 30; VII. 31*aliter*} (—); {X. 1 *aliter*} (+); {XI. 22; XII. 17^p *aliter*} (—); XIII. 1-3 *aliter* (+); {XIII. 5 *aliter*} (—); {XIII. 1-5*aliter* par analyse-synthèse} (—); {XIII. 18^p *aliter*} (—)
	Lemmes[148] (—)	VI. 22/23; X. 9/10; X. 13/14; X. 16/17; X. 18/19; {X. 20/21}; X. 21/22; {X. 27/28}; X. 28/29 [1], [2]; {X. 29/30}; {X. 31/32}; {X. 32/33}; {X. 33/34}; {X. 34/35}; X. 41/42; X. 53/54; X. 59/60; XI. 23/24; XII. 2/3; XII. 4/5; XIII. 2/3; XIII. 13/14; Lemme après XIII. 18
Changements d'ordre	In Df.	Df. V. 12-13; Df. VI. 3-4; Df. VII. 13-14; Df. VII. 17-20; Df. XI. 9-22
	In Prop.	V. 12-13; VI. 9-13; VI. 18-20; VI. 31-32; VII. 21-22; VII. 29-32; X. 10-11; X. 14-15; X. 25-26; X. 111-111Por.; XI. 33-34; XII. 8-9; XII. 11-12; XIII. 4-5; XIII. 8-12; XIII. 14-15
Modifications	Substitut. de preuve	III. 14^p, 31^p, 37; III. 33 construction; X. 105-107; XI. 37
	Formulations ≠	Df. XI. 1-2 (÷2)
		III. 1 Por.; X. 72 Por. (transformé en Proposition)
		III. 25; V. 23 VIII. 16-17 = Ad. 15 = GC 16 = GC VIII. 14Por. + 15Por. Inversion X. 111, 111 Por. et transformation (en Prop.); XI. 31 (x 2); XI. 34 (x 2)
Total		139

[146] Dans ce tableau la tradition médiévale (au sens défini *supra,* II, § 1) sert de référence : (+), (—), (÷2), (x 2) signifient donc respectivement : présence, absence, fusion, subdivision dans la dite tradition.

[147] Sur le sens de *vulgo,* voir *supra* note 28.

[148] Le cas des Lemmes est un peu à part : Heiberg en écarte explicitement certains ({}), en maintient d'autres, tout en déclarant qu'ils sont certainement tous interpolés (à la seule exception possible de X. 28/29 [1], [2])

Dichotomie 2 (Traditions adélardienne *versus* tradition Ishâq-Thâbit reprise par Gérard de Crémone)[149]

Nature de la divergence	Éléments textuels	**Dans les Livres I à X**	**Dans les Livres XI à XIII**
(+ \ —)	Définitions	Df. III. 6, 9; Df. IV. 2; Df. V. 10, 11, 18 (—) in Ad. Df. IsT V. 17bisadditionnelle; Df. V. 17ter (—) in Ad. Df. IsT VI. 2, 4 *aliter,* VI. 6additionnelle (+) in (GC) Df. VI. 3, 4, {5}; Df. VII. 3-5 (—) in Ad. Df. IsT VII.9bisadditionnelle in GC Substitution des Df. IsTh VII.15-16additionnelles in Ad.	Df. XI. 9 (—) in GC Df. XI. 22 (—) in Ad. 2 Df. XI. *aliter* in GC
	Notions comm.	{NC4/5} (—) in Ad.	
	Propositions	I. 45; III. 37; VI. 12; VIII. 11-12(a) (—) in Ad. IsTh VIII. 24-25 additionnelles (+) in GC X. 27-28; 32 (—) in Ad.	
	Porismes	VI. 20 Por. (n°2) in GC Porismes additionnels à VIII. 14-15 (+) in GC	
	Matériel additionnel		
	Ajouts	I. 35^{p} *aliter* = ajout à I. 35 in GC Ajouts aux Df. V. 5, 7, 9-10 in GC Ajout dans X. 54 in GC	
	Doubles démonstrations in GC	I. 44 ^{p} *aliter*; II. 4*aliter*; III. 9, 10, 25, 31^{p}, 33*aliter*; III. 35, 36*aliter*; IV. 5, 8, 15*aliter*; V. 5*aliter*; V. 18 *aliter*; VI. 9, 22, 31*aliter*; VIII. 22-235*aliter*; X. 6, 30, 33, 68-70, 91, 111, 115*aliter*; XI. 30*aliter*	
	Lemmes	X. 32/33 (+) in GC GC X. 40/41 (Cf. Heiberg 41/42)	
Changements d'ordre	in Df.	Df. VII. 21-23	
	In Prop.	VI. 23-26; VII. 7-13; VIII. 19-20; IX. 11-12; IX. 14-19—20; IX. 25-26-27; X. 10-12—14-15	
Modifications	Substitutions de preuve	Substit. de preuve dans V. 6, 18; VI. 20, VIII. 22-23 in GC Substitution de preuve in X. 68-70 in Ad.	
	Formulations ≠	Variantes de formulation in Df. III. 11 Remplacement de la Df. V. 4 in Ad. (proportion continue)	
		Ad., Dem. 6 = GC NC 10 = grec NC 9	
		I. 15 Por. IV. 15Por.	
		Énoncés ≠ pour II. 1-9 Variante "triangle" pour II. 14 in Ad. Variantes de lettrage dans VII (simple in Ad. \ double in GC) Ad. VIII. 15 = GC VIII. 16 (= Heib. VIII. 16-17) = GC VIII. 14 Por. + VIII. 15 Por. Fusion de X. 29-30 en une seule Proposition et déplacement (in tradition adélardienne) Subdivision de X. 31-32 en 4 Propositions in GC ou en 3 in tradition adélardienne	
Total		83	3

[149] Tradition adélardienne : Ad. + RC (Busard-Folkerts, 1992) + JT (Busard, 2001). Du point de vue structurel les versions de Hermann de Carinthie (Busard, 1967-1972-1977) et Campanus (Busard, 2005) sont apparentées à ladite tradition. Il est nécessaire de la prendre en considération car Ad. est mutilé (perte du L. IX et du premier tiers du L. X). Les spécialistes rapportent les particularités structurelles de la tradition adélardienne à sa dépendance vis-à-vis d'un modèle de type al-Hajjâj. La version de Gérard de Crémone juxtapose (sans trop les mélanger) deux familles textuelles : l'une est semblable à celle de la tradition adélardienne, l'autre provient de la version Ishâq-Thâbit.

Dichotomie 3 (*P versus Th*)

Nature de la divergence	Élément textuel	**Dans les Livres I à IX**	**Dans les Livres X à XIII**
(+ \ —)	Propositions	VII. 20*vulgo* existe in ***Th*** & gr. lat. In mg. main récente in ***P*** VII. 22*vulgo* existe in ***Th*** & gr. lat. In mg. main récente in ***P***	X. 13*vulgo* existe in ***Th*** & gr. lat. In mg. main **2** in ***P***
	Porismes	II. 4 Por. existe in ***Th*** & gr. lat. In mg. main récente in ***P*** N'existe pas in Pap. Oxyrh. 29 V. 4 Por. existe in ***Th*** & in gr.-lat. V. 4 Por. in mg. main récente in ***P*** V. 7Por. existe in ***P*** pas in ***Th*** V. 19 Por. existe in ***Th*** & in gr.-lat. V. 19 Por. in mg. main 1 in ***P*** IX. 11 Por. existe seulement in ***P***	
	Matériel additionnel		
	Cas de figure	Cas^{+} in VI. 27 in ***Th*** & gr. lat. In mg. main récente in ***P***	
	Ajouts	in III. 16 Por. N°2 existe in ***Th*** & gr. lat. In mg. main récente in ***P*** In V. 4 existe in ***Th*** & in gr.-lat. pas in ***P*** In VI. 33 pour "secteur" avec modifications de l'énoncé et du diorisme in ***Th*** et gr. lat. In mg. main récente in ***P***	
	Doubles Démonstrations	II. 4*alit*. existe in ***Th*** & gr. lat. In mg. main récente in ***P*** VII. 31*alit*. existe in ***Th*** & gr. lat. N'existe pas in ***P***	X. 1*alit*. existe in ***Th*** & gr. lat. In mg. main **1** in ***P*** X. 6*alit*. existe in ***Th*** & gr. lat. In mg. main **1** in ***P*** X. 9*alit*. existe in ***Th*** & gr. lat. In mg. main **1** in ***P***
Changements d'ordre	in Df.	Inversion des Df. V. 6-7 in ***P***	Inversion Df. XI 27-28 (icos; dodéc.) in ***P*** (dodéc.; icos) in ***Th*** & gr. lat.
Modifications	Formulations ≠	Preuve de IX. 19 corrompue in ***P*** correcte in ***Th***	Preuve in XI. 1 avec ajout d'explications ≠ in ***P*** et in ***Th*** "solide parallélépipédique" au lieu de "cube" pour XI. 38 in ***Th*** Modification du lettrage in XII. 17
		IV. 5 Por., IV. 15 Por. VI. 19 Por : "trigonon" (= triangle) in ***Th*** & gr. lat. & ajout *supralin*. in ***P,*** main récente; "eidos" in texte in ***P*** par main 1 XII. 7 Por.	
Total		17	8

NB : Aucune substitution de preuve (!), aucun changement d'ordre pour les Propositions; aucun Lemme qui existerait dans l'une des deux versions et pas dans l'autre. Quand il y a une double preuve, l'ordre est toujours le même dans ***P*** et dans ***Th***. La différence réside surtout dans les ajouts faits en marge de ***P*** (par le copiste = main 1 ou par une main plus récente) après consultation d'une copie de la famille ***Th.***