



HAL
open science

Euclide

Bernard Vitrac

► **To cite this version:**

Bernard Vitrac. Euclide. Dictionnaire des philosophes antiques Volume III, 2000, pp.252-272. hal-00175161

HAL Id: hal-00175161

<https://hal.science/hal-00175161v1>

Submitted on 29 Aug 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Mathématicien du début de l'époque hellénistique, auteur d'une encyclopédie mathématique. Il est surtout connu pour sa composition des *Éléments*, incontestablement l'un des plus célèbres ouvrages de l'histoire des mathématiques.

PROSOPOGRAPHIE

Biographie. Voir **1** J.L. Heiberg, *Litterargeschichtliche Studien über Euklid*, Leipzig 1882, en particulier p. 25-28; **2** F. Hultsch, art. «Eukleides» 7, *RE* VI 1, 1907, col. 1003-1052, en particulier col. 1003-1005; **3** T.L. Heath (trad.), *Euclid, The Elements*, trad. angl. et comm. par T.L.H., 2^e éd., London 1926; réimpr. New York 1956, 3 vol., vol. I, p. 1-6; **4** P.M. Fraser, *Ptolemaic Alexandria*, Oxford 1972, 3 vol., en particulier, vol. I, p. 386-390, et vol. II, p. 563-568; **5** I. Bulmer-Thomas et J.E. Murdoch, art. «Euclid», *DSB* IV, 1971, p. 414-459 (comprend : “Life and Works” par I. B. T, p. 414-437; “Transmission of the Elements” par J. E. M, p. 437-459), en particulier p. 414-415; **6** M. Caveing, *Euclide d’Alexandrie, Les Éléments*, Introduction générale, coll. «Bibliothèque d’histoire des sciences», Paris, vol. 1, 1990, pp. 13-148. Voir en particulier, vol. I, p. 13-18.

On ne sait rien, ni sur le lieu d'origine, ni sur la famille d'Euclide. Le fait qu'il ait composé une sorte d'encyclopédie mathématique suggère évidemment qu'il a enseigné mais on ne sait ni où ni avec qui il a appris les mathématiques. Pappus affirme qu'Apollonius de Pergè (l'auteur des *Coniques*) avait étudié longuement avec les disciples d'Euclide à Alexandrie (**7** F. Hultsch [édit.], *Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt*, Berlin, 1876-1878, p. 678, 10-12. Selon Hultsch il s'agit d'une interpolation). Les modernes en déduisent qu'Euclide lui-même avait enseigné dans la capitale des Lagides. D'autre part, une anecdote rapportée par Proclus met en scène Euclide et le premier Ptolémée (voir *infra* **Chronologie**).

D'où une reconstruction assez généralement admise et vraisemblable mais tout à fait hypothétique: Euclide aurait été invité par Ptolémée, comme d'autres savants, et serait en quelque sorte le fondateur de l'«école» mathématique d'Alexandrie, dont on connaît toute une lignée de représentants, des débuts de l'époque hellénistique jusqu'à son extinction à l'époque de Théon d'Alexandrie

et de sa fille Hypatie (' H 00), morte en 415. Au demeurant on ne sait rien de cet enseignement, s'il était public ou privé, dans le cadre du Musée... ni sur les relations qu'Euclide aurait pu avoir avec des collègues d'autres spécialités. Le témoignage de Pappus ne permet pas de trancher, mais suggère une continuité professorale au moins sur deux ou trois générations. La préface d'Apollonius au premier livre des *Coniques* cite Euclide (8 J.L Heiberg [édit.], *Apollonii Pergaei quae Graece exstant cum commentariis antiquis* [Eutocius], I-II, coll. BT, Leipzig 1891-1893; réimpr. Stuttgart 1974, p.4, 13-16. C'est l'une des plus anciennes sinon la plus ancienne mention du nom d'Euclide). Elle atteste qu'Apollonius connaissait (au moins en partie) l'œuvre de l'auteur des *Éléments*; on peut considérer qu'elle corrobore l'information de Pappus, ou, à l'inverse, que cette citation est à l'origine de ce qui ne serait qu'une reconstruction de la part de Pappus ou de ses sources. Un autre témoignage de ce qu'Apollonius a travaillé dans la «tradition» euclidienne est contenu dans un scholie aux *Données* d'Euclide (Heiberg 13, VI, p. 264, 2-3): les Définitions 13-15 auraient été ajoutées par Apollonius. Enfin il paraît très probable que la contribution d'Apollonius à la théorie des irrationnelles s'inscrive dans la continuité, au moins intellectuelle sinon livresque, du Livre X des *Éléments* d'Euclide (V. Vitrac, 16, vol. 3, p. 399-411).

Le lien ainsi établi entre Euclide et Alexandrie, outre sa vraisemblance historique, a un avantage fonctionnel: marquer la différence entre le mathématicien et certains de ses plus célèbres homonymes, Euclide de Mégare ('E 00) d'un siècle son aîné environ, ou l'archonte athénien de 403/2.

Chronologie. Avec des informations biographiques aussi pauvres on ne doit pas s'étonner que la datation du mathématicien reste approximative (voir Bulmer-Thomas et Murdoch 5, p.432 n. 13). Elle est déterminée par la conjonction du témoignage de Pappus déjà cité – qui lie en quelque sorte la chronologie de l'Alexandrin à celle d'Apollonius de Pergè – et du texte fondamental de Proclus (V^e siècle de notre ère) dans son commentaire au Livre I des *Éléments* (9 G. Friedlein [édit.], *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum Commentarii*, coll. BT, Leipzig 1873; réimpr. Hildesheim 1967, p. 68, 6-20. Sur les problèmes philologiques posés par ce texte et les dif-

férentes interprétations qu'ils rendent possibles, voir Heath **3**, p. 1 n. 3; Fraser **4**, p. 386-387 et n. 82-83, p. 563-565; Bulmer-Thomas et Murdoch **5**, p. 432 n. 8):

«Pas beaucoup plus jeune que ceux-ci [= les disciples de Platon] est Euclide, celui qui rassembla *les Éléments* (ὁ τὰ στοιχεῖα συναγαγών) et qui, d'une part, mit en ordre beaucoup de théorèmes d'Eudoxe ('E 00), d'autre part perfectionna beaucoup de ceux de Théétète, et encore éleva les plus faiblement démontrés par ceux d'avant lui jusqu'à des démonstrations irréfutables. Cet homme-là vivait du temps du premier Ptolémée; car Archimède, suivant de très près aussi le premier Ptolémée, mentionne Euclide, et remarquons qu'on dit que Ptolémée lui [Euclide] demanda une fois s'il y avait, en ce qui concerne la géométrie, quelque chemin plus court que l'*Enseignement des Éléments* (εἰ τίς ἐστὶν περὶ γεωμετρίας ὁδὸς συντομωτέρα τῆς στοιχειώσεως); et il répondit: pas de sentier royal vers la géométrie! Il est donc d'une part plus jeune que les disciples de Platon, d'autre part plus âgé qu'Ératosthène ('E 00) et Archimède; car ceux-ci sont contemporains, comme le dit quelque part Ératosthène».

Manifestement Proclus ne dispose pas de sources historiques précises concernant l'auteur qu'il commente. Il est contraint de procéder par encadrement entre, d'une part, les disciples de Platon que sont Hermotime de Colophon ('H 00) et Philippe de Medma (Philippe d'Oponite), et, d'autre part, Archimède (*ca* 287 – 212) et son correspondant Ératosthène (*ca* 275–*ca* 195). Outre l'amplitude importante de la fourchette ainsi définie, les interprètes les plus pessimistes se plaisent à souligner:

– que la même anecdote à propos du long apprentissage de la géométrie est rapportée en mettant en scène Ménechme et Alexandre (*apud* Stobée, *Anthol.* II 31, 114; t. II, p. 228, 30-33 Wachsmuth), et donc qu'il ne faut pas accorder trop de poids à ce qui n'est qu'un lieu commun;

– que la citation d'Euclide par Archimède à laquelle se réfère Proclus, s'il s'agit bien de celle que l'on lit dans la Proposition 2 du Livre I du traité *Sur la sphère et le cylindre*, est manifestement une interpolation dans le texte d'Archimède et qu'il n'y a donc pas d'indice sûr qu'Euclide précède Archimède.

Ces considérations sont hypercritiques et, à tout le moins, non décisives. Les anecdotes ont justement comme fonction de déterminer la chronologie par le biais du synchronisme entre les personnages politiques (et/ou célèbres) et les autres. Il y aurait de bonnes raisons de rejeter ce genre de récits s'ils mettaient en scène tantôt Euclide et Ptolémée tantôt Euclide et Alexandre... Justement il n'en est rien: ils soulignent la contemporanéité de Ménechme et d'Alexandre

(qu'il n'y a pas lieu de mettre en doute) et celle d'Euclide avec le premier Lagide.

Quant à la citation d'Euclide par Archimède dans le traité *Sur la sphère et le cylindre*, il ne fait pas de doute qu'il s'agit d'une interpolation et c'est la seule que nous puissions repérer dans les œuvres du Syracusain qui nous sont parvenues, ... ou presque! Dans un petit traité conservé uniquement en arabe, et publié récemment (10 Y. Dold-Samplonius *et alii* [édit.], *Archimedes, Opera Omnia*, vol. IV, "Sur les cercles mutuellement tangents", coll. BT, Stuttgart 1975, p. 17, 15-17), le texte invoque « une Proposition du Livre III de l'écrit d'Euclide intitulé *Éléments* ». Bien entendu il peut également s'agir d'une glose ancienne, ou même d'un ajout du traducteur, ou d'un commentateur arabe. Mais cela nous rappelle opportunément que plusieurs traités d'Archimède ne nous sont pas parvenus et qu'il faut rester prudent et neutre face à l'affirmation de Proclus.

Même si l'on admet les indications de Proclus et que l'on place l'activité d'Euclide dans les premières décennies du III^e siècle avant notre ère, la chronologie ainsi fixée reste assez imprécise. Ces indications sont compatibles avec une date de naissance comprise entre 340 et 315. D'où la recherche de précisions supplémentaires.

Une première tentative consiste à comparer Euclide et Autolykos de Pitane, auteur de deux petits traités d'astronomie élémentaire qui nous sont parvenus, *La sphère en mouvement* et *Au sujet des levers et couchers héliques*. Hultsch 2, col. 1004, a fait remarquer qu'Euclide, dans ses *Phénomènes*, cite, sans mention d'auteur, plusieurs résultats que l'on trouve dans le traité de sphérique d'Autolykos. Autolykos serait donc antérieur à notre auteur. La déduction est fragile, car rien n'exclut qu'ils empruntaient tous deux à une source commune antérieure (il y a même de bonnes indications en ce sens). Au demeurant, elle est assez inutile, car la chronologie d'Autolykos – essentiellement déterminée par le fait que l'astronome fut le professeur d'Arcésilas ('A 302), fondateur de la Moyenne Académie – n'est guère mieux assurée que celle d'Euclide.

Une autre tentative consiste à exploiter davantage le témoignage de Pappus et à donner une interprétation chronologique assez stricte de l'affirmation selon laquelle Apollonius étudia avec les disciples d'Euclide. Cela n'impliquerait pas

seulement un enseignement dans l'esprit euclidien, mais signifierait aussi qu'une génération exactement séparerait l'auteur des *Éléments* et celui des *Coniques*, soit entre une vingtaine et une soixantaine d'années selon la différence d'âge que l'on postule entre maîtres et disciples. Traditionnellement on considérait qu'Apollonius était né vers 265-260, ce qui impliquait déjà une chronologie assez "basse" pour Euclide (voir Fraser **4**, p. 565 n. 84). Qui plus est, des discussions récentes ont descendu d'une vingtaine d'années la date de naissance du géomètre de Pergè (voir **11** G.J. Toomer, art. «Apollonius of Perga», *DSB* I, 1970, p. 179-193, en part. p. 179, et **12** O. Neugebauer, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, Berlin/Heidelberg/New York 1975, vol. I, p. 262). Dans l'hypothèse envisagée, Euclide serait né à la fin du IV^e siècle et ce serait avec un tout jeune homme que le roi Ptolémée († 285^a) discutait de l'enseignement de la géométrie !

De ces quelques bribes d'informations et de ces nombreuses spéculations des modernes, on retiendra qu'Euclide vécut et enseigna vraisemblablement à Alexandrie, et qu'il était sans doute plus âgé qu'Archimède et Ératosthène. Il était donc certainement contemporain d'Aristarque de Samos ('A 345) et de Straton de Lampsaque.

ŒUVRES

Éditions critiques. **13** J.L. Heiberg et H. Menge (édit.), *Euclidis opera omnia*, coll. *BT*, Leipzig: I. *Elementa* I-IV (1883); II. *El.* V-IX (1884); III. *El.* X (1886); IV. *El.* XI-XIII (1885); V. *El.* XIV-XV, *Scholia, Prolegomena critica* (1888); VI. *Data, Marini Commentarius in Eucl. "Data"* (1896); VII. *Optica, Opticorum recensio Theonis, Catoptrica* (1895); VIII. *Phaenomena, Scripta musica, Fragmenta* (1916).

14 E. S. Stamatis (édit.), *Euclidis Elementa*, post Heiberg edidit E. S. S., coll. *BT*, Leipzig: I. *El.* I-IV (1969); II. *El.* V-IX (1970); III. *El.* X (1972); IV. *El.* XI-XIII (1973); V, 1. *Prolegomena critica, El.* XIV-XV, *Scholia in lib. I-V* (1977); V, 2. *Scholia in lib. VI-XIII cum appendicibus* (1977).

Listes d'ouvrages reconstituées (voir Heiberg **1**, p. 28-55, Heath **3**, p. 7-18, Bulmer-Thomas et Murdoch **5**, p. 425-431, Caveing **6**, p. 18-28).

Deux auteurs nous ont transmis des informations importantes sur les œuvres attribuées à Euclide dans l'Antiquité, même s'il ne s'agit pas exactement de listes d'ouvrages en tant que telles: Pappus et Proclus.

Pappus présente et commente deux ensembles de textes mathématiques appelés traditionnellement *Petite Astronomie* (par opposition à l'*Almageste* de Ptolémée) et *Trésor de l'Analyse*, respectivement dans les livres VI et VII de sa *Collection*. Dans le premier ensemble figurent les *Phénomènes* d'Euclide et Pappus recourt également aux *Optiques* du même auteur dans ses lemmes. Le domaine de l'analyse (ce que l'on peut considérer comme une partie de la géométrie non élémentaire) a été créé par trois auteurs selon Pappus: Aristée l'Ancien, Euclide et Apollonius. Dans l'ensemble des 33 livres qui constituent cette collection, Pappus cite en premier lieu les *Données* d'Euclide (en 1 livre), puis les *Porismes* (en 3 livres) et les *Lieux relatifs à une surface* (en 2 livres).

Quant à Proclus, il consacre une "notice" biographique à l'auteur qu'il commente (voir l'extrait donné *supra*) et, outre les *Éléments*, il mentionne d'autres œuvres d'Euclide connues pour la rigueur de leur composition: les *Optiques* et les *Catoptriques*, les *Éléments de musique*, le livre *Sur les divisions [des figures]* (p. 68, 23-69, 4 Friedlein). Un peu plus loin (p. 70, 9-18 Friedlein), il explique qu'Euclide avait également constitué un recueil de *Faux Raisonnements* à usage cathartique et complémentaire par rapport aux *Éléments*.

Le "catalogue" ainsi établi couvre pratiquement toutes les sciences mathématiques distinguées par les Anciens : arithmétique, géométrie, astronomie ou sphérique, musique ou canonique, optique, mécanique, telles qu'elles sont articulées dans la classification dite de Géminus ('G 00) [transmise par Proclus (p. 38, 2-42, 8 Friedlein) mais dont on peut montrer qu'elle était déjà esquissée dans ses grandes lignes à l'époque d'Aristote]. C'est en ce sens que l'on peut parler d'une "encyclopédie" mathématique, quoique la spécialité la plus représentée dans le corpus euclidien soit évidemment la géométrie (pour la mécanique, absente des deux listes mentionnées, voir *infra*).

– *Éléments* en 13 livres. L. I-IV: géométrie plane élémentaire; L. V: théorie générale des proportions; L. VI: géométrie plane des figures semblables; L. VII-IX: arithmétique; L. X: grandeurs incommensurables et classifications des lignes irrationnelles; L. XI: stéréométrie élémentaire; L. XII: méthode dite

d'exhaustion et comparaison des figures solides simples; L. XIII: partage en extrême et moyenne raison; construction des cinq polyèdres réguliers. Voir *infra* la section consacrée à ce très important traité.

Édition critique: Heiberg **13**, I-IV, révisée dans Stamatis **14**, I-IV.

Traductions médiévales: voir *infra*.

Traductions françaises: **15** J. Itard (trad.), *Les livres arithmétiques d'Euclide*, coll. Histoire de la pensée, Paris, t. X, 1961, et **16** B. Vitrac (trad.), *Euclide d'Alexandrie, Les Éléments*, trad. franç. et comment. par B.V., coll. «Bibliothèque d'histoire des sciences», Paris, vol. 1, 1990 (Livres I à IV: Géométrie plane), p. 151-519; vol. 2, 1994 (Livres V à IX: Proportions et similitude; arithmétique); vol. 3, 1998 (Livre X : Grandeurs commensurables et incommensurables, classification des lignes irrationnelles).

Dans **17** J. Peyrard (trad.), *Les œuvres d'Euclide (Éléments et Données)*, Paris 1819; réimpr. Paris 1966, on trouve la traduction d'un texte grec antérieur à l'édition critique de Heiberg **13**, I-IV.

– *Données* (Δεδομένα), non mentionnées par Proclus, mais commentées par son disciple Marinus de Néapolis. Si l'on en croit ce dernier (Heiberg **13**, VI, p. 256, 24-25), le traité avait déjà été commenté par Pappus.

Édition critique: Heiberg **13**, VI, p. 2-187.

Traductions médiévales: les *Données* ont été traduites en arabe par Ishâq Ibn Hunayn à la fin du IX^e siècle, traduction révisée par Thâbit ibn Qurra. C'est sans doute cette version que Gérard de Crémone rendit en latin (le texte en est apparemment perdu). Ultérieurement Nasîr at-Dîn at-Tûsî composa une recension (tahrîr) du livre des *Données* (voir **18** F. Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Band V, Leiden 1974, p. 116). Elles furent également traduites du grec en latin au XII^e siècle, en Sicile selon toute vraisemblance. Voir **19** S. Ito (édit.), *The Medieval Latin Translation of The Data of Euclid*. Éd. et trad. angl. par S. I., Tokyo/Boston/Basel/Stuttgart 1980.

Traduction française dans Peyrard **17**. Il s'agit de la traduction d'un texte grec antérieur à l'édition critique de Heiberg **13**, VI.

– *Sur les divisions [des figures]* (Περὶ διαίρέσεων) est mentionné seulement par Proclus (p. 69, 4 et 144, 24 Friedlein). Il est perdu en grec, mais un traité

rédigé en arabe, avec le même titre et attribué à Euclide, a été retrouvé et publié par **20** F. Woepcke, «Notice sur des traductions arabes de deux ouvrages perdus d'Euclide», *JA*, sept.-oct. 1851, p. 217-247, en particulier, p. 233-247. Il a été identifié avec le traité d'Euclide. Sans doute avait-il été traduit en latin par Gérard de Crémone; une version latine était connue de J. Dee (1527-1608) et F. Commandino (1509-1575), peut-être même de Léonard de Pise (*ca* 1170-1240). Voir Heath **3**, p. 8-10.

Restauration: **21** R. C. Archibald, *Euclid's Book on the Divisions of Figures with a restoration based on Woepcke's text and on the Practica geometriae of Leonardo Pisano*, Cambridge 1915.

Telles sont les œuvres arithmétiques et géométriques conservées. Les autres traités géométriques attestés par les sources anciennes sont perdus:

– Les quatre livres de *Coniques* (Τὰ Εὐκλείδου βιβλία δ' κωνικῶν), mentionnés par Pappus (p. 672, 18 Hultsch), mais manifestement repris et développés dans les quatre premiers livres du traité d'Apollonius rendant inutiles les traitements antérieurs. Voir Heiberg **1**, p. 83-89; Heath **3**, p. 16; Caveing **6**, t. I, p. 24-25.

– Les *Lieux à la surface* en deux livres (Εὐκλείδου τόπων τῶν πρὸς ἐπιφανείᾳ δύο), eux aussi mentionnés seulement par Pappus (p. 636, 23 Hultsch), qui produit également deux lemmes pour ce traité (p. 1004, 16–1014, 24 Hultsch). Voir Heiberg **1**, p. 79-83; Heath **3**, p. 15-16; Bulmer-Thomas et Murdoch **5**, p. 429; Caveing **6**, p. 26.

– Les *Porismes* (Εὐκλείδου πορισμάτων τρία), cités par Proclus (p. 212, 12-17, p. 301, 21–302, 13, p. 303, 18–304, 10 Friedlein) qui se devait de préciser que “πόρισμα” a deux sens bien distincts: celui que lui donnait Euclide dans l'ouvrage perdu (proposition en quelque sorte intermédiaire entre le théorème et le problème et se rapportant, semble-t-il, à la théorie des lieux géométriques) et celui de “corollaire” qu'il a dans les *Éléments*. Pappus leur consacre une notice importante (p. 648, 18–660, 16 Hultsch) utilisée par les mathématiciens ultérieurs pour reconstruire le traité. Voir Heiberg **1**, p. 56-79; Heath **3**, p. 10-15; Bulmer-Thomas et Murdoch **5**, p. 426-428; Caveing **6**, t. I, p. 23-24.

Récemment **22** J.P. Hogendijk, «On Euclid's Lost *Porisms* and Its Arabic Traces», *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, vol. VII, 1, 1987, p. 93-115, a émis l'hypothèse que deux traités médiévaux [la *sélection de problèmes* d'Ibrâhîm ibn Sinân († 946) et les *Annotations géométriques* de al-Sijzî (ca 970)] contenaient du «matériel» à rapporter aux *Porismes* d'Euclide.

– Les *Faux raisonnements* (ψευδάρια), cités par Proclus, Ammonius (*In Analyticorum Priorum librum I*, p. 2, 26 et p. 11, 32 Wallies) et le Ps.-Alexandre (= Michel d'Éphèse, *In Sophisticos Elenchos*, p. 76, 23 Wallies : τὰ τοῦ Εὐκλείδου Ψευδογραφήματα). Voir Heath **3**, p. 7; Bulmer-Thomas et Murdoch **5**, p. 429; Caveing **6**, t. I, p. 22-23.

Quant aux traités conservés qui relèvent des sciences traitant des « choses sensibles » pour parler comme Géminus, ils soulèvent quelques questions, entre autres des problèmes d'authenticité pour certains d'entre eux. Les doutes naissent principalement du fait que le traitement n'est pas aussi rigoureux, la réduction à des éléments premiers aussi poussée, dans ces traités, que dans les ouvrages de géométrie. Mais ce genre d'évaluation est partiellement subjectif et l'on ne doit pas perdre de vue que la possibilité de donner un exposé synthétique rigoureux d'une science dépend de son degré de développement. Ainsi, même si la tradition mentionne des écrits optiques de Philippe d'Oponthe, disciple de Platon, l'Optique comme théorie mathématique est sans doute encore au IV^e siècle avant notre ère une science "nouvelle". L'"encyclopédie" euclidienne consacre deux ouvrages au sujet, auxquels on pourrait peut-être même ajouter des *Dioptriques* (*sic*) mentionnées par le seul Plutarque (... Εὐκλείδην γράφοντα τὰ διοπτικά ..., *Non posse suaviter vivi secundum Epicurum*, 1093 e 6 – à moins qu'il ne faille corriger en τὰ ὀπτικά, comme le propose Hultsch **2**, col. 1050).

– *Optiques* (τὰ Ὀπτικά Εὐκλείδου), citées par Pappus (p. 568, 12 Hultsch), Théon d'Alexandrie (*Commentaires à l'“Almageste” de Ptolémée*, I 2, p. 332, 16, et I 3, p. 341, 27 éd. Rome), Proclus (p. 69, 2 Friedlein; *Hypotyposis astronomicarum positionum*, chap. 3, sect. 35, 7), Marinus (sous le titre Ὀπτικῆς στοιχεῖα, Heiberg **13**, VI, p. 254, 19-20), Simplicius (*In De caelo*, p. 20, 11 Heiberg) et Jean Philopon (*In Meteorologicorum librum primum*, p. 27, 34 Hayduck).

– *Catoptriques* (τὰ Κατοπτρικά), citées par Théon d’Alexandrie (*Opticorum recensio Theonis*, Heiberg **13**, VII, p. 176, 18-19), Proclus (p. 69, 2 Friedlein).

Les citations relatives aux ouvrages d’optique proviennent toutes de l’Antiquité tardive (à l’exception de Plutarque). Cependant on peut invoquer deux « auto-citations », l’une de la *Catoptrique* dans l’*Optique* (Heiberg **13**, VII, p. 30, 3), l’autre de l’*Optique* dans les *Phénomènes* (Heiberg **13**, VIII, Proem., li. 8). Évidemment on peut mettre en doute l’authenticité de telles références et les considérer comme des interpolations tardives, mais il n’y a pas de raison particulière pour cela. Si on les accepte, on peut en déduire une chronologie relative à l’intérieur du corpus euclidien: la *Catoptrique* aurait précédé l’*Optique*, et celle-ci les *Phénomènes*. L’inférence est incertaine: même authentiques, ces renvois peuvent avoir été ajoutés pour la commodité du lecteur si l’auteur a eu l’occasion de réviser ses différents textes.

Édition critique: Heiberg **13**, VII, p. 2-121 (*Optique*) et p. 286-343 (*Catoptrique*).

Traductions médiévales: l’*Optique* a été traduite du grec en arabe (traducteur non connu) et Nasîr at-Dîn at-Tûsî en composa une recension (tahrîr) (voir Sezgin **18**, p. 117). L’*Optique* et la *Catoptrique* ont été aussi rendues en latin (*De visu Liber* et *De speculis Liber* respectivement) au XII^e siècle, en Sicile selon toute vraisemblance par le même traducteur que les *Données*. Voir Ito **19**, p. 29-34. Les différentes versions du *De speculis Liber* sont éditées dans **23** K. Takahashi (édit.), *The Medieval Latin Traditions of Euclid’s Catoptrica*. Éd. et trad. angl. par K. T., Kuysu 1992.

Traduction française: **24** P. Ver Eecke (trad.), *Euclide, L’optique et la catoptrique*, Paris 1959.

– *Phénomènes* (τὰ Φαινόμενα Εὐκλείδου), court traité d’astronomie sphérique, dont il existe deux versions (voir **25**, p. 13-18); il est cité par Galien (*De placitis Hippocratis et Platonis* VIII 1, [sect.] 19, [1]), Pappus [p. 474, 9, p. 594, 27-28, p. 630, 10, p. 632, 16 Hultsch (sous le titre τὸ σύνταγμα Εὐκλείδου τῶν φαινομένων)], Marinus (Heiberg **13**, VI, p. 254, 19) et Jean Philopon (*In Physicorum libros*, p. 220, 10 Vitelli).

Édition critique: Heiberg **13**, VIII, p. 2-156.

Traduction médiévale: les *Phénomènes* ont été traduits du grec en arabe (traducteur non connu) et Nasîr at-Dîn at-Tûsî en composa une recension (tahrîr)

(voir Sezgin **18**, p. 118-119). La première version latine est, semble-t-il, celle de Zamberti, imprimée en 1505.

Traduction anglaise: **25** J.L. Berggren and R.S.D. Thomas (trad.), *Euclid's Phænomena : A translation and Study of a Hellenistic Treatise in Spherical Astronomy*, New York and London, 1996.

– *La division du canon* (ἡ τοῦ κανόνος κατατομή; *sectio canonis*). Court traité conservé en grec, attribué à Euclide par une majorité de manuscrits, et mentionné par Porphyre dans son commentaire aux *Harmoniques* de Ptolémée (**26** I. Düring [édit.], *Porphyrios, Kommentar zur Harmonielehre des Ptolemaios*, Göteborg 1932, p. 92, 30; p. 94, 3; p. 98, 19; p. 129, 22); mais les citations ne correspondent pas vraiment au texte conservé. La *Division du canon* expose la théorie mathématique des intervalles musicaux. Un sujet aussi circonscrit ne permet guère l'identification avec un autre ouvrage consacré à la musique et attribué à Euclide par Proclus (p. 69, 3 Friedlein) et Marinus (Heiberg **13**, VI, p. 254, 19-20) sous le titre: les *Éléments de musique* (αἱ κατὰ μουσικὴν στοιχειώσεις), à moins d'admettre que cette qualification d'"éléments" soit systématiquement appliquée aux ouvrages d'Euclide (le στοιχειωτής par excellence) dans l'Antiquité tardive (cf. *supra* comment Marinus désigne les *Optiques* de manière non traditionnelle : Ὀπτικῆς στοιχεῖα).

Éditions critiques: Heiberg **13**, VIII, p. 158-183; **27** C. Jan, *Musici Scriptorum Graeci*, coll. *BT*, Leipzig 1895, p. 115-166. **28** A. Barbera, *The Euclidean Division of the Canon. Greek and Latin Sources*, Lincoln and London, 1991, p. 114-185.

Traduction française: **29** Ch.-Em. Ruelle (trad.), *Euclide, La division du Canon*, « Collection des auteurs grecs relatifs à la musique », Paris 1884.

Il n'y a pas de référence antique à un ouvrage d'Euclide consacré à la mécanique, mais trois fragments (*De levi et ponderoso et comparatione corporum ad invicem*, *Le Livre d'Euclide sur la balance*, *Liber Euclidis de ponderibus secundum terminorum circumferentiam*) ont été transmis par les manuscrits médiévaux. Les premier et troisième fragments, conservés en latin, ont été édités et traduits dans **30** E. A. Moody et M. Clagett, *The Medieval Science of Weights*,

Madison 1960, p. 23-31 et p. 281-283 respectivement. Le deuxième, conservé en arabe, a été édité et traduit par Woepcke **20**, p. 220-232. Duhem et Clagett considèrent que ces fragments pourraient dériver d'un seul et même traité mécanique d'Euclide.

Discussions d'authenticité. Les discussions d'authenticité concernent surtout deux des traités du corpus euclidien: la *Catoptrique* et la *Division du canon*. Du dernier nommé, on a surtout contesté l'unité de composition, en particulier les liens entre l'introduction et la suite du texte. Toutefois l'une des études les plus récentes se prononce, malgré quelques réserves mineures, en faveur de l'authenticité (voir **31** A. Barker, *Greek Musical Writings*, t. II: *Harmonic and Acoustic Theory*, Cambridge 1989, en particulier p. 190). Pour l'analyse de l'introduction et les problèmes qu'elle pose, voir **32** A.C. Bowen, «Euclid's *Sectio canonis* and the History of Pythagoreanism», dans A.C. Bowen (édit.), *Science and Philosophy in Classical Greece*, coll. «Sources and Studies in the History and Philosophy of Classical Greece» 2, New York 1991, p. 164-187. Les témoignages anciens et médiévaux relatifs à la question d'authenticité (ainsi qu'un rapide survol historiographique de Giorgio Valla à nos jours) sont présentés dans **28**, p. 3-36. A. Barbera ne prend pas vraiment parti quant à l'existence d'un noyau authentiquement euclidien, mais il souligne la possibilité d'une composition par strates dont une étape importante serait à placer aux alentours des II-III^e siècles de notre ère.

De même, la *Catoptrique* était jugée inauthentique par J.L. Heiberg, T.L. Heath, A. Lejeune..., et considérée comme une compilation tardive dont Théon d'Alexandrie pouvait être l'auteur. Cette position a été contestée par **33** W.R. Knorr, «Archimedes and the Pseudo-Euclidean *Catoptrics* : early stages in the ancient theory of mirrors », *AIHS* 35, 1985, p. 28-105 (voir en particulier p. 83-89) et Takahashi **23**, p. 13-37. Ce dernier conclut à l'authenticité du traité. La position de **34** Gérard Simon, «Aux origines de la théorie des miroirs: sur l'authenticité de la *Catoptrique* d'Euclide », *Revue d'Histoire des Sciences* 47, 1994, p. 259-272, comme celle de Knorr, est plus nuancée mais globalement favorable à la thèse qu'Euclide a rédigé une *Catoptrique* qui n'est pas sans lien avec le traité qui nous est parvenu.

Les *Éléments*

Intitulé. Le traité est désigné de différentes manières par les Anciens :

Τὰ Εὐκλείδου στοιχεῖα, τὰ στοιχεῖα :

–Galien, *De usu partium*, t. III, p. 830, 7-10 Kühn, *Adversos eos qui de typis scripserunt vel de circuitibus*, t. VII, p. 511, 10 Kühn, *De animi cuiuslibet peccatorum dignotione et curatione*, t. V, p. 59, 14 Kühn (cette dernière mention est incluse dans un passage considéré comme une citation de Chrysippe de Soles ('C 121); si tel est le cas, elle serait plus ancienne que la mention d'Euclide par Apollonius de Pergè, et le fait d'un quasi contemporain de l'Auteur. On peut raisonnablement en douter).

–Alexandre d'Aphrodise, *In Metaphysica*, p. 202, 14 Hayduck, *In Analyticorum priorum librum I*, p. 22, 4, p. 260, 22-25.29.32-34, p. 268, 7-8 Wallies, *In Topicorum libros*, p. 17, 27 Wallies, *In Meteorologicorum libros*, p. 145, 3 Hayduck;

–Corpus héronien, *Definitiones*, p. 64, 23, p. 108, 22 Heiberg, *Geometrica*, p. 174, 9 Heiberg, *Stereometrica II*, p. 158, 10 Heiberg;

–Pappus, p. 178, 13, p. 250, 31, p. 314, 9, p. 338, 4, p. 376, 21, p. 378, 8, p. 380, 14, 24, p. 414, 11.22, p. 420, 7.11.19, p. 422, 35, p. 424, 2.7.10.15, p. 428, 21, p. 430, 27, p. 432, 23, p. 436, 2.24, p. 438, 8.19, p. 440, 7.15.19, p. 442, 2.8.13, p. 456, 17, p. 468, 2, p. 644, 8-9, p. 647, 7, p. 988, 10 Hultsch, *Commentaires à l'Almageste de Ptolémée*, p. 29, 18 Rome;

–Théon d'Alexandrie, *Commentaires à l'Almageste de Ptolémée*, p. 363, 6, p. 465, 9, p. 466, 11, p. 468, 1, p. 469, 19, p. 492, 1 Rome;

–Proclus, p. 68, 7, p. 73, 11, p. 222, 15, p. 273, 15 Friedlein;

–Simplicius, *In Physicorum libros*, p. 60, 28, p. 61, 9-10, p. 62, 2.9, p. 64, 29, p. 66, 13, p. 68, 13, p. 69, 8, p. 492, 6, p. 511, 31 Diels;

–Jean Philopon, *In Analytica Posteriora*, p. 73, 15 Wallies;

–Eutocius, *Comm. in Arch. De Sphaera et cylindro*, t. III, p. 178, 23, p. 180, 4 Heiberg.

ἡ Εὐκλείδου στοιχείωσις, ἡ στοιχείωσις, ἡ γεωμετρικὴ στοιχείωσις :

–Corpus héronien, *Definitiones*, p. 14, 1, p. 76, 23, p. 84, 18 Heiberg, *Stereometrica*, I, p. 12, 12 Heiberg;

–Proclus, p. 69, 5, p. 74, 9-10, p. 81, 7, p. 84, 6-7, p. 233, 11, p. 259, 7, p. 271, 5.17, p. 336, 6, p. 354, 2, p. 355, 10-11, p. 432, 2, 6 Friedlein;

–Marinus, Heiberg **13**, VI, p. 236, 4, p. 252, 16-17;

–Eutocius, *Comm. in Arch. "De Sphaera et cylindro"*, III, p. 26, 20, 26, p. 30, 3, p. 36, 1-2, p. 120, 4-5.17, p. 220, 7 Heiberg; *Comm. in Arch. "Dimensionem circuli"*, III, p. 234, 19

Heiberg; *Comm. in Arch. "De planorum Aequilibris"*, III, p. 270, 26 Heiberg; *Comm. in Apollonii "Conica"*, II, p. 178, 9-10, p. 206, 1, p. 228, 28, p. 312, 4-5 Heiberg;

– Olympiodore, *In Meteorologicorum libros*, p. 220, 7, p. 229, 19, p. 257, 9 Stüve.

Τὰ Εὐκλείδου γ' βιβλία :

– Marinus, Heiberg **13**, VI, p. 254, 18-20;

– Jean Philopon, *In Physicorum libros*, p. 220, 16 Vitelli.

ἡ γεωμετρία :

– Jean Philopon, *In Analytica posteriora*, p. 377, 1 Wallies.

Si τὰ Εὐκλείδου γ' βιβλία et ἡ γεωμετρία sont plutôt des descriptions utilisées comme "titres" et s'il est également clair que les auteurs anciens n'ont pas toujours le souci de précision que les modernes souhaiteraient pour désigner les ouvrages, on peut cependant distinguer deux intitulés différents pour le célèbre traité d'Euclide. Le premier, τὰ στοιχεῖα, renvoie plus directement au contenu, le terme στοιχεῖον (élément) désignant normalement les Propositions, théorèmes ou problèmes. Dans certaines citations, «élément» désigne en fait l'un des 13 livres. Le second, ἡ στοιχείωσις, souligne davantage l'aspect formel: l'ordonnement du traité et éventuellement son utilisation dans l'enseignement élémentaire (au sens de premier et fondamental, l'un des sens de στοιχείωσις). Cette deuxième manière semble plus tardive; elle apparaît sans doute à partir du moment où les *Éléments* et leur auteur jouissent d'une grande notoriété (voir *infra*).

Histoire du texte grec et tradition manuscrite des *Éléments*. Voir Heiberg **1**, p. 174-224, Heath **3**, p. 46-63, Caveing **6**, t. I, p. 45-55, Stamatis **14**, t. I, *praefatio*, p. VI-X, et t. V **1**, p. XVI-LXXXIX. Voir aussi **35** J. L. Heiberg, «Ein Palimpsest der Elemente Euklids», *Philologus* 44, 1885, p. 353-366, et **36** *Id.*, «Paralipomena zu Euklid», *Hermes* 38, 1903, p. 46-74, 161-201, 321-356. Ces différents auteurs présentent l'histoire du texte des *Éléments*, telle que l'a reconstituée Heiberg; en particulier elle est très favorable à la tradition directe des manuscrits grecs contre la tradition indirecte médiévale arabe et arabo-latine. Une réaction salutaire, mais peut-être excessive et au demeurant partielle, est présentée dans **37** W. R. Knorr, «The Wrong Text of Euclid : On Heiberg's

Text and its Alternatives ». *Centaurus*, 36, n°2-3, 1996, p. 208-276. Voir aussi Vitrac **16**, vol. 3, p. 381-399.

Traductions anciennes et médiévales (latines, arabes, syriaques, persanes, arméniennes, hébraïques). Voir Heath **3**, p. 75-100, Bulmer-Thomas et Murdoch **5**, p. 438-448, Caveing **6**, t. I, p. 60-74, où l'on trouvera les principales références (Heiberg, Klamroth, Steinschneider, Suter, Thaer...). De nouveaux travaux ont été réalisés, qui concernent surtout les traditions arabe, latine et hébraïque des *Éléments*.

– Pour la tradition arabe: **38** J. W. Engroff, *The Arabic Tradition of Euclid's "Elements": Book V*, Cambridge (Mass.), Harvard University PhD. Dissertation, non publiée, 1980 (édition, traduction et commentaires du livre V dans la version attribuée à Ishâq ibn Hunayn révisée par Thâbit ibn Qurra); **39** G. De Young, *The Arithmetic Books of Euclid's "Elements"*, Cambridge, Harvard University PhD Dissertation, non publiée, 1981 (édition, traduction et commentaires des livres VII à IX dans la version attribuée à Ishâq ibn Hunayn révisée par Thâbit ibn Qurra).

A ces éditions partielles (et sans doute provisoires), on ajoutera quelques études: **40** S. Brentjes, « Varianten einer Hajjâj-Version von Buch II der *Elemente* », dans M. Folkerts and J. P. Hogendijk (edit.), *Vestigia Mathematica, Studies in medieval and early modern mathematics in honour of H. L. L. Busard*, Amsterdam/Atlanta 1993, p. 47-67; **41** *Id.*, « Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid in der Überlieferung von al- Hajjâj b. Yûsuf b. Matar (zwischen 786 und 833) », *Archive for History of Exact Sciences* 47, 1994, p. 53-92; **41** G. De Young, « The Arabic textual Traditions of Euclid's *Elements* », *Historia Mathematica* 11, 1984, p. 147-160; **43** *Id.*, « Ishâq ibn Hunayn, / Hunayn ibn Ishâq, and the Third Arabic Translation of Euclid's *Elements* », *Historia Mathematica* 19, 1992, p. 188-199; **44** A. Djebbar, « Quelques Commentaires sur les Versions arabes des *Éléments* d'Euclide et sur leur Transmission à l'Occident Musulman », dans *Mathematische Probleme im Mittelalter* M. Folkerts (ed.), Wiesbaden, 1996, p. 91-114; **45** M. Folkerts, « Euclid in Medieval Europe », dans W. M. Stevens (édit.), *Questio II, de rerum natura*, Winnipeg 1989.

– Pour la tradition latine, on retiendra surtout les éditions critiques des principales versions : **46** H. L. L. Busard (édit.), *The Translation of the Elements*

from the Arabic into Latin by Hermann de Carinthia (?). L. I-VI, *Janus* 54, 1967, p. 1-140; L. VII-IX, *Janus*, 59, 1972, p. 125-187; L. VII-XII, Amsterdam 1977; **47** *Id.* (édit.), *The first Latin Translation of Euclid's Elements commonly ascribed to Adelard of Bath*, Toronto, Pontifical Institute of Mediaeval Studies, 1983; **48** *Id.* (édit.), *The Latin translation of the Arabic version of Euclid's Elements commonly ascribed to Gerard of Cremona*, Leiden 1984; **49** *Id.* (édit.), *The Mediaeval Latin Translation of Euclid's Elements*, Stuttgart 1987 (édition d'une version latine du XII^e siècle faite directement à partir du grec); **50** H. L. L. Busard et M. Folkerts (édit.), *Robert of Chester's (?) Redaction of Euclid's Elements the so-called Adelard II Version*, Basel/Boston/Berlin 1992; **51** *A Thirteenth-Century Adaptation of Robert of Chester's Version of Euclid's Elements*. H. L. L. Busard (édit.), Institut für Geschichte der Naturwissenschaften. München, 1996.

Parmi les études récentes, voir **52** H. L. L. Busard, « Some early adaptations of Euclid's *Elements* and the use of its Latin translations », dans M. Folkerts et U. Lindgren (edit.), *Mathemata, Festschrift für Helmut Gericke*, Stuttgart/Wiesbaden 1985, p. 129-164; **53** *Id.*, « Über den lateinischen Euklid im Mittelalter ». *Arabic Sciences and Philosophy*. Vol. 8, n°1, 1998, p. 97-129; **54** M. Folkerts, « Adelard's Versions of Euclid's *Elements* », dans C. Burnett (edit.), *Adelard of Bath, an English Scientist and Arabist of the Early Twelfth Century*, coll. «Surveys and Texts» 14, London 1987, p. 55-68.

– Pour la tradition hébraïque, voir **55** T. Lévy, « Les *Éléments* d'Euclide en hébreu (XIII^e-XVI^e siècles) », dans M. Aouad, A. Elamrani-Jamal et A. Hasnaoui (edit.), *Perspectives médiévales (arabes, latines, hébraïques) sur la tradition scientifique et philosophique grecque*, Paris/Louvain 1996; **56** *Id.*, « Une version hébraïque inédite des *Éléments* d'Euclide » dans D. Jacquart (edit.), *Les voies de la science grecque*, Genève, 1997, p. 181-239.

– Pour la tradition euclidienne dans l'Inde médiévale, voir **57** G. De Young, « Euclidean Geometry in the Mathematical Tradition of Islamic India », *Historia Mathematica* 22, 1995, p. 138-153.

Commentaires anciens et médiévaux. Dans l'Antiquité, les *Éléments*, en totalité ou en partie, ont été commentés par Héron d'Alexandrie, Porphyre de Tyr, Pappus d'Alexandrie, Proclus de Lycie et Simplicius (voir Heiberg 1,

p. 154-173, Hultsch **2**, col. 1036-1039, Heath **3**, p. 19-45, Bulmer-Thomas et Murdoch **5**, p. 437, Caveing **6**, p. 28-44). Seuls nous sont parvenus: le commentaire au livre I par Proclus, conservé en grec (voir Friedlein **9**), et le commentaire au livre X attribué à Pappus, conservé dans une traduction arabe de Abû 'Uthmân ad-Dimashqî. Voir **58** C. Junge et W. Thomson (édit.), *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's Elements*, éd., trad. angl. par W. T., comment. par C. J. et W. T., Cambridge (Mass.) 1930; réimpr. New York/London 1968. Sur les problèmes d'attribution et la nature de ce texte, voir en dernier lieu Vitrac **16**, vol. 3, p. 417-420.

Plusieurs fragments importants des commentaires de Héron et de Simplicius nous ont été transmis par l'intermédiaire du commentateur persan an-Nairîzî. Son commentaire est l'un des rares travaux arabes consacrés aux *Éléments* — pourtant très nombreux — qui aient été traduits en latin (par Gérard de Crémone); voir **59** M. Curtze (édit.), *Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclidis Commentarii*, dans *Euclidis Opera omnia*, ed. I. L. Heiberg & H. Menge, coll. *BT*, Leipzig, vol. IX, 1899. Supplementum. L'auteur est alors appelé Anaritius ou Anarizus. Ce texte a effectivement été utilisé par un certain nombre d'auteurs occidentaux (Roger Bacon, Albert le Grand et très certainement Campanus de Novare). Une nouvelle édition critique est en cours; voir **60** P. M. J. E. Tummies (édit.), *Anaritius' Commentary on Euclid. The Latin Translation*, I-IV, coll. «*Artistarium*» Supplementa 9, Nijmegen 1994.

Pour les autres commentaires complets ou partiels des *Éléments*, épîtres et autres traités divers, rédigés en arabe et se rapportant à des problèmes particuliers soulevés par l'ouvrage d'Euclide, voir Heath **3**, p. 84-90, Bulmer-Thomas et Murdoch **5**, p. 441-442, Caveing **6**, p. 66-69, Sezgin **18**, p. 104-115. Parmi eux il faut mentionner l'important commentaire de al-Gayyânî aux Définitions du livre V (fac-similé du manuscrit et trad. angl. dans **61** E. B. Plooiij, *Euclid's Conception of Ratio and his Definition of Proportional Magnitudes as Criticised by Arabian Commentators*, Rotterdam 1950); **62** O. P. Schrader (édit.), *The "Epistola De Proportione et Proportionalitate" of Ametus Filius Iosephi (Ahmad ibn Yûsuf)*, [Traduction latine de Gérard de Crémone], éd., trad. angl. et comment. par O. P. S., The University of Wisconsin, Ph. D., 1961 [University Microfilm Inc., Ann Arbor, Michigan], l'un des commentaires

d'Ibn al-Haytham (Alhazen) partiellement édité (63 B.H. Sude [édit.], *Ibn al-Haytham's Commentary on the Premises of Euclid's Elements: Books I-VI*, éd., trad. anglaise et comment. par B.H.S., Princeton University, Ph. D., 1974), la traduction française, avec commentaires, des principaux textes consacrés à la question des parallèles (an-Nairîzî, al-Gauharî, Thâbit ibn Qurra, Ibn al-Haytham, 'Umar al-Khyyâm, Nasîr ad-Dîn at-Tûsî, al-Abharî, al-Magribî...) dans 64 K. Jaouiche, *La théorie des parallèles en pays d'Islam*, Paris 1986, la traduction française par A. Djebbar de la très importante épître de 'Umar al-Khayyâm, «Sur l'explication des prémisses problématiques du Livre d'Euclide», dans 65 A. Djebbar, *L'émergence du concept de nombre réel positif dans l'Épître d'al-Khayyâm (1048-1131)*, Orsay, Université de Paris-Sud. Mathématiques. Prépublications 97—39, 1997, p. 22-70. Dans 66 B. Vahabzadeh, *Trois commentaires arabes sur les concepts de rapport & de proportionnalité*, Thèse de Doctorat de l'Université Paris VII, sous la direction de R. Rashed, 1997, on trouve l'édition et la traduction française (sans doute provisoires mais utiles) des deux commentaires déjà mentionnés de al-Gayyânî et 'Umar al-Khayyâm, ainsi que le *Traité sur la difficulté relative à la question du rapport*, de al-Mâhâni, l'un des plus anciens commentaires arabes sur cette question (deuxième moitié du IX^e siècle).

Les commentaires médiévaux consacrés aux *Éléments* et rédigés en latin ou en hébreu sont beaucoup moins nombreux. Parmi ceux qui ont fait l'objet d'un travail récent, on notera celui attribué à Albert le Grand (67 P.M.J.E. Tummers [édit.], *Albertus Magnus' Commentaar op Euclides' Elementen der Geometrie*, 2 vol., Nijmegen 1984) et celui de Gersonide (68 T. Lévy, «Gersonide, commentateur d'Euclide. Traduction annotée de ses gloses sur les *Éléments*», dans G. Freudenthal [édit.], *Studies on Gersonides. A Fourteenth-Century Jewish Philosopher-Scientist*, Leiden 1992, p. 83-147).

Notoriété d'Euclide et destinée des *Éléments* dans l'Antiquité. L'abondance des traductions et commentaires, le nombre des manuscrits conservés, le fait que le traité euclidien a été, après la Bible, le livre qui a connu le plus d'éditions jusqu'au début de ce siècle prouvent le succès de l'ouvrage, l'énorme impact qu'il eut sur l'histoire des mathématiques et de leur enseignement depuis le Moyen-Âge. Sa destinée, son utilisation dans l'Antiquité sont moins bien

connues. La principale difficulté tient à ce que les mathématiciens anciens citent rarement leurs sources; quant aux renvois aux autres traités, ils sont la plupart du temps implicites. Les quelques informations qui nous sont parvenues se trouvent dans le commentaire de Proclus (voir Friedlein **9**), lui-même ayant puisé chez ses prédécesseurs. On peut en tirer le tableau général suivant.

D'abord Euclide n'a évidemment pas inventé le genre littéraire "éléments". Même en se limitant à la géométrie, Proclus (p. 66, 7-8.20-21; p. 67, 14-15 Friedlein) lui connaît trois prédécesseurs: Hippocrate de Chios [H 00] (V^e s. av. J.-C.), peut-être l'initiateur du genre, Léon et Theudios de Magnésie (IV^e s. av. J.-C.). Le même Proclus souligne la supériorité de l'exposé euclidien sur les autres compositions de même nature (p. 69, 4 – 70, 18 Friedlein). La disparition des autres recueils d'*Éléments* de géométrie élémentaire confirme en quelque sorte que cette supériorité a été reconnue.

Cela dit, quand **69** Paul Tannery, *La géométrie grecque, comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons*, Paris 1887; réimp. Sceaux 1988, p. 166, prenant à témoin la controverse qui opposa l'épicurien Zénon de Sidon et le stoïcien Posidonius (p. 199, 11–200, 3; p. 214, 18–215, 13; p. 216, 10–218, 11 Friedlein), affirme que les *Éléments* d'Euclide étaient considérés comme l'ouvrage de référence, il faut peut-être quelque peu nuancer. Les indications dont nous disposons pour la période hellénistique suggèrent que le traité et les choix euclidiens restent objets de discussion, y compris par les mathématiciens eux-mêmes. Bien entendu les critiques continueront à s'exercer sur des points précis durant toute l'Antiquité – tout particulièrement la question des parallèles (Vitrac **16**, t. 1, p. 300-310) – mais il semble que ni la structure générale ni le contenu global du traité euclidien ne soient plus véritablement contestés par les mathématiciens postérieurs au début de notre ère.

A l'inverse, Apollonius a proposé d'autres choix touchant apparemment aux principes mêmes des *Éléments*: définition alternative de l'angle (Eucl., *El.*, Df. I 8; voir Proclus, p. 123, 16; 124, 18; 125, 17 Friedlein), constructions élémentaires alternatives (Eucl., *El.*, Prop. I 10, 11, 23; Proclus, p. 279, 16–280, 9; p. 282, 8-19; p. 336, 16 Friedlein) et même remise en cause de certains axiomes (Proclus, p. 183, 13.18; p. 194, 10.21; p. 194, 25–195, 5 Friedlein). Il est possible que certaines des dernières Propositions du Livre X d'Euclide (112-

115) soient empruntées à Apollonius (voir Vitrac **16**, p. 67-68 et 383-384). Dans le même ordre d'idées, Hypsiclès (II^e s. av. J.-C.) ajoutera un quatorzième livre aux *Éléments*, pour compléter l'étude des polyèdres réguliers (du livre XIII). Son traité sur les nombres polygones, cité par Diophante, avait peut-être aussi pour but d'introduire les considérations d'arithmétique figurée dans les livres arithmétiques d'Euclide, dont elles sont absentes, mais ce n'est là qu'une hypothèse (déjà proposée dans **69**, p. 156); si tel est le cas, cette tentative, à la différence de la précédente, n'a apparemment pas abouti. Du strict point de vue de l'histoire textuelle on peut d'ailleurs considérer que la première tentative d'extension n'aboutit que fort tardivement et que l'Antiquité, à la différence du Moyen-Âge, n'a pas connu 15 Livres d'*Éléments*, mais 13, plus 2 ouvrages complémentaires. Cependant la tentative d'Hypsiclès, là encore précédé par Apollonius sur le sujet de la comparaison du dodécaèdre et de l'icosaèdre, indique que l'exposé des *Éléments* était perçu, dans sa globalité, comme incomplet.

Quant à la polémique entre Zénon de Sidon et Posidonius, elle s'applique très certainement à la version euclidienne des *Éléments* de géométrie comme c'était également le cas de celle qui opposait Démétrius Lacon ('D 60) et le stoïcien Dionysos de Cyrène ('D 180). Dans les deux cas il s'agissait de critiquer les premières propositions du Livre I (I. 1 chez Zénon; I. 3, 9, 10, au moins, chez Démétrios). Il n'est pas aussi clair que la cible des *Apories* de Polyen (Cf. *DPhA*, II, p. 641) était déjà les *Éléments* d'Euclide en tant que tels (il s'agirait d'une critique quasi contemporaine), plutôt que la géométrie en tant que savoir incompatible avec certains principes de la philosophie épicurienne. Quoi qu'il en soit, si Posidonius "défend" Euclide (en fait la géométrie) dans le cadre de sa polémique avec les Épicuriens, il n'hésite pas non plus à proposer des Définitions alternatives (pour la figure, les espèces de triangles et de quadrilatères, les parallèles; voir **9** Proclus, p. 143, 8; 170, 13; 176, 6 respectivement). Le cadre général, les concepts fondamentaux du traité sont donc encore partiellement malléables au cours du II^e siècle avant notre ère. Les modifications et objections peuvent être textuelles et mathématiques, au sens technique du terme, mais aussi de caractère plutôt philosophique. Le débat épistémologique qui a opposé un cercle d'Épicuriens et celui des condisciples du

stoïcien Panétius, autour des années 100 avant notre ère, a pu consacrer la célébrité des *Éléments* à l'extérieur du cercle étroit des spécialistes.

Ce n'est qu'à partir de la fin de la période hellénistique que nous pouvons être assuré qu'Euclide est devenu quasiment synonyme de géométrie. Pour Cicéron (*De Oratore* III 132) – pourtant peu féru de mathématiques –, Euclide et Archimède représentent la géométrie au même titre qu'Hippocrate de Cos ('H 00) représente la médecine, Damon ('D 13) et Aristoxène ('A 417) la musique, Aristophane [de Byzance] ('A 405) et Callimaque ('C 22) la critique littéraire. Ces savants anciens (pour Cicéron) maîtrisaient la totalité de leur spécialité, alors que de son temps la “spécialisation” a eu comme conséquence le “démembrement” de tous les arts. Dans les *Noces de Philologie et de Mercure* de Martianus Capella (début du V^e siècle), la Géométrie, avant de commencer son exposé, repère dans l'assistance les mêmes deux disciples : Archimède et Euclide.

La même association rhétorique entre Euclide et la géométrie se trouve aussi chez des auteurs non spécialistes de mathématiques comme Élien (*De natura animalium* VI 57, 6), Eusèbe de Césarée (*Historia ecclesiastica* V 28, 14, 4), Grégoire de Nysse (*Funebris in laudem Caesarii fratris oratio (orat. 7)* 20, 4, 5), et leurs témoignages n'en sont que plus significatifs. Bien entendu les *Éléments* sont plusieurs fois cités par un savant encyclopédiste comme Galien [*De usu partium*, t. III, p. 830, 7-10 Kühn (cite XI 2), *Adversos eos qui de typis scripserunt vel de circuitibus*, t. VII, p. 511, 10 Kühn (cite VII 1), *Institutio logica* 16, 6, 5 (cite I 1), *In Hippocratis librum de articulis et Galeni in eum commentarii*, t. XVIIIa, p. 466, 15 Kühn (cite la Df. I 22b)] et c'est également à Euclide que se réfèrent les commentateurs d'Aristote lorsqu'ils doivent expliquer l'un des nombreux *loci mathematici* du maître.

Si l'on revient aux manières de désigner les *Éléments* et leur auteur, il me semble que l'on peut corroborer la description qui précède. Ainsi, pour désigner Euclide, Proclus, dans son commentaire, utilise plusieurs moyens : outre la nomination pure et simple, Proclus invoque très souvent le « rédacteur des *Éléments* » (ὁ στοιχειωτής) ou simplement le “Géomètre”. Le terme ὁ στοιχειωτής est intéressant : il semble assez tardif et je l'ai trouvé appliqué seulement à Euclide, quoique d'autres auteurs – et non des moindres (par

exemple Apollonius, Archimède, Ménélaos...) – aient rédigé des traités mathématiques appartenant au genre littéraire “éléments” et qui sont d’ailleurs désignés comme tels. Mais, comme on le voit chez ses commentateurs (particulièrement Proclus et Marinus), le στοιχειωτής par excellence ne peut être qu’Euclide. Ce critère est donc sûr mais sans surprise : sur les 181 occurrences repérées, 99 se trouvent dans le *Commentaire* de Proclus au Livre I et 72 proviennent des scholies des manuscrits euclidiens. De plus, 59 de ces occurrences dans les scholies portent sur le livre I et remontent pour la plupart à Proclus.

Par ailleurs on a deux occurrences dans le commentaire de Porphyre aux *Harmoniques* de Ptolémée, deux dans la *Collection mathématique* de Pappus et trois dans les *Definitiones* rapportées à Héron.

Pour être complet, mentionnons les trois autres références tardives: Marinus, *In Eucl. Data*, p. 254, 16 Menge; Simplicius, *In De caelo*, p. 414, 2 Heiberg; David l’arménien, *In Categ.*, p. 251, 18 Busse (qui attribue le comm. à Élias).

Pour le terme ἡ στοιχείωσις, la situation est un peu différente, et il est sans doute plus ancien que le terme ὁ στοιχειωτής. Au sens d’« enseignement élémentaire », on le trouve chez Épicure (selon Diogène Laërce X 37) et Posidonius [selon Proclus p. 217, 24 Friedlein (= F 47 Edelstein-Kidd); à noter qu’il s’agit de mathématiques et même d’un point traité dans le premier livre des *Éléments* d’Euclide] entre autres. Pour son occurrence dans des titres d’ouvrages les choses sont plus difficiles à circonscrire car les titres des ouvrages anciens de mathématiques – tels qu’ils sont cités – sont plutôt fluctuants. Il semble que l’utilisation du terme στοιχείωσις dans un titre remonte aux débuts des écoles philosophiques hellénistiques: Diogène Laërce cite en X 44 les Δώδεκα στοιχειώσεις d’Épicure [’E 00], en VII 39 l’Ἠθικὴ στοιχείωσις du stoïcien Eudromos [’E 00] et en VII 138 la Μετεωρολογικὴ στοιχείωσις de Posidonius (que Simplicius, *In Phys.* I-IV, p. 291 Diels, désigne sous le titre Μετεωρολογικά). Au I^{er} siècle de notre ère, la musicologue Ptolémaïs de Cyrène compose ἡ Πυθαγορικὴ τῆς μουσικῆς στοιχείωσις (voir Porphyre, *In Harm. Ptol.*, p. 22, 24 Düring) sans doute un ouvrage sur la partie mathématique de la musique. En géométrie, le terme ἡ στοιχείωσις est appliqué pour l’essentiel aux *Éléments* d’Euclide, mais dans des citations qui

sont plutôt tardives, et il n'est pas certain que l'ouvrage était désigné ainsi durant l'époque hellénistique. Pour les traités consacrés aux coniques par Euclide et/ou Aristée l'Ancien, Archimède utilise le terme *στοιχεῖα*; Apollonius fait de même pour ses quatre premiers livres; même chose pour les *Éléments de Mécanique* auxquels se réfère Archimède. Chez celui-ci, la seule mention de *στοιχείωσις* se trouve dans *Sur la sphère et le cylindre*, I, Prop. 6. Déjà suspecte, elle l'est plus encore après la constatation que nous venons de faire, d'autant que la référence aux *Éléments* d'Euclide sous le vocable *στοιχείωσις* est devenue bien attestée à la fin de l'Antiquité, et particulièrement chez le commentateur d'Archimède, Eutocius (? E 00). En fait elle est déjà devenue fréquente chez Proclus, qui a lui-même composé deux *στοιχειώσεις* (*Éléments de théologie*, *Στοιχείωσις θεολογική*, et *Éléments de Physique*, *Στοιχείωσις φυσική*). Dans le commentaire de Proclus, on compte 24 occurrences du terme pour désigner le traité euclidien, quelques occurrences pour désigner un genre littéraire technique (voir en particulier p. 73, 14 et 73, 25 Friedlein), et c'est ainsi qu'il désigne également un traité euclidien de musique (*Éléments de musique*, αἱ κατὰ μουσικὴν στοιχειώσεις). La plupart des autres occurrences sont tardives et contenues dans des scholies ou des commentaires des V^e (Marinus, Heiberg 13, VI, p. 252 16-17) et VI^e siècles (Olympiodore, *In Meteor.*, p. 220, 7; p. 229, 19; p. 257, 9 Stüve).

Il y a bien 1 occurrence dans le commentaire de la *Métaphysique* transmis sous le nom d'Alexandre d'Aphrodise (ca 200) qui permettrait de remonter plus haut dans le temps. Mais on sait que seuls les commentaires aux livres A - Δ sont authentiques, et notre mention apparaît dans le commentaire à Θ 9, 1051 a21-23. Bien que cette attribution soit discutée, on rapporte la seconde partie du commentaire à l'érudit byzantin Michel d'Éphèse (XI^e-XII^e siècle) et dans ces conditions notre occurrence serait très tardive! Si l'on accepte la suggestion de L. Tarán, qui voit dans le Pseudo-Alexandre un auteur contemporain de Syrianus ou même plus ancien (*DPhA* I, p. 129), notre occurrence appartient à l'époque des commentateurs, ce qui n'a rien de surprenant.

Il reste finalement 5 occurrences dans des traités rapportés au corpus héro-nien et donc d'authenticité douteuse: 4 dans les *Definitions*, 1 dans les *Stereometrica*. Si l'on est très optimiste, on rapportera les premières aux commentaires de Héron, d'autant qu'elles ont un caractère de « rappel préliminaire ». Si l'on fait le rapprochement avec ce que l'on a dit pour le terme *στοιχειωτής* (attesté dans le Pseudo-Héron, Porphyre, Pappus, Proclus, Marinus, autrement dit les

commentateurs d'Euclide), on peut raisonnablement conclure que l'introduction des deux termes pour désigner Euclide et son traité majeur est due à l'initiative de ses commentateurs et peut-être au premier dont l'existence soit connue de nous, à savoir Héron d'Alexandrie. Autant les désignations que le travail de commentaire lui-même témoignent de l'autorité reconnue à partir de ce moment-là tant à l'auteur qu'à l'œuvre.

Euclide et la philosophie. Consacrer dans ce dictionnaire une notice à Euclide est certainement davantage justifié par l'importance de son œuvre – tout particulièrement les *Éléments* – pour les logiciens et les philosophes que pour sa formation et/ou son obédience philosophique personnelle.

Le traité en effet a exercé une double fonction. D'une part, il s'agit d'une monographie de mathématiques. C'est à elle que se sont référés par exemple les commentateurs d'Aristote et c'est en elle que les auteurs médiévaux, tout particulièrement, ont puisé des résultats ou des méthodes mathématiques (dichotomie, superposition...) pour échafauder certains arguments concernant l'existence du vide, de l'infini, ou encore la nature du continu ... Le Stagirite leur avait d'ailleurs montré la voie en recourant lui aussi à un certain nombre de preuves de type mathématique, élaborées pour l'essentiel à partir de la théorie des proportions.

D'autre part, les *Éléments* ont joué le rôle d'un manuel de raisonnement ou plutôt d'éminent exemple d'exposé scientifique, déductif et synthétique (qui procède à partir des principes jusqu'aux choses démontrées). La forme euclidienne a séduit un certain nombre de philosophes, qui ont cru donner plus de force à leur système ou du moins accroître leur pouvoir de conviction en recourant à l'exposition *more geometrico*. Là encore, Euclide pouvait compléter Aristote, dont la théorie de la science démonstrative semble avoir été élaborée principalement en réfléchissant sur la pratique de la géométrie. Les échanges se firent également dans l'autre sens, car les commentateurs médiévaux d'Euclide firent grand usage de grilles conceptuelles d'inspiration aristotélicienne.

Si l'on ne sait rien d'une éventuelle formation philosophique d'Euclide, la question de son appartenance à une École a été tranchée dès l'Antiquité par Proclus (p. 68, 20-23 Friedlein):

Καὶ τῇ προαιρέσει δὲ Πλατωνικός ἐστι καὶ τῇ φιλοσοφία ταύτη οἰκεῖος ὅθεν δὴ καὶ τῆς συμπάσης στοιχειώσεως τέλος προεστήσατο τὴν τῶν καλουμένων Πλατωνικῶν σχημάτων σύστασιν.

« Et dans son obédience, il est platonicien, et familier avec cette philosophie, et c'est pour cela qu'il a proposé, comme fin de la composition des *Éléments* dans leur totalité, la construction des figures dites platoniciennes ».

Il n'est évidemment pas impossible qu'Euclide ait sélectionné le matériel de ses *Éléments* en fonction de certains *loci mathematici* des dialogues de Platon, en particulier la construction des cinq polyèdres réguliers inscriptibles dans une sphère qui est exposée dans le dernier livre authentique du traité, polyèdres que Platon utilise pour rendre compte de la structure mathématique du corps du monde dans le *Timée*. Dans le même ordre d'idées, on pourrait rapprocher l'argument « de convenance » du même dialogue sur le fait qu'il y a nécessairement quatre éléments de certain théorème euclidien du livre VIII que Nicomaque de Gérasa appelle "platonicien" (voir Vitrac **16**, t. II, p. 384-388) ou encore comparer le célèbre passage du *Théétète* (147 d4–148 b3) et la Proposition X 9 des *Éléments*.

Cela dit, on peut tout aussi bien penser qu'Euclide a sélectionné ses résultats parmi ceux établis par ses prédécesseurs, en fonction du prestige de leurs inventeurs ou des thèmes qu'une certaine tradition avait imposés et que Platon a pu connaître, sans qu'il faille supposer chez l'Alexandrin la même motivation (même partielle) de composer un « commentaire mathématique » à l'œuvre de Platon, comme l'explicite Théon de Smyrne pour son *Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium*. L'affirmation de Proclus procède peut-être à l'inverse de manière reconstructive : c'est parce que les *Éléments* s'achèvent par la construction des polyèdres que le Diadoque croit pouvoir affirmer qu'Euclide est platonicien.

Quoi qu'il en soit, avant Euclide, Platon et Aristote avaient élaboré une philosophie des mathématiques; du moins avaient-ils réfléchi au statut des objets mathématiques et avancé des réponses différentes sinon opposées à bien des égards. Les historiens ont donc légitimement soulevé le problème de la position d'Euclide vis-à-vis de ces épistémologies mathématiques. Cependant il n'est pas possible de répondre à cette question de manière assurée, parce que le style même d'exposition des traités mathématiques (au sens technique du terme)

grecs exclut complètement les considérations métamathématiques (historiques ou épistémologiques) et d'Euclide ne nous sont parvenus que des traités techniques. Ce n'est que dans les préfaces, quand elles existent, ou dans les commentaires, que de telles considérations peuvent être développées.

Malheureusement les *Éléments* nous sont parvenus sans préface; celle des *Phénomènes* est purement technique; quant à celle de la *Division du canon* (si on en admet l'authenticité), elle ferait plutôt d'Euclide un pythagoricien; mais comme l'a fait remarquer Alan Bowen (32, p. 183-187, en particulier p. 185), ce rapprochement possible, en particulier avec Archytas ('A 322), souligne simplement le fait que la catégorie "pythagorisme" de l'érudition moderne pour ce qui relève de la science harmonique n'est pas très bien définie.

Une autre piste suivie pour mesurer l'influence des philosophes, et tout particulièrement Aristote, sur Euclide est celle des ἀρχαί. La forme euclidienne est démonstrative et suppose donc de partir de principes admis sans démonstration. Les *Seconds Analytiques* exposent une théorie de la science démonstrative et de ses règles formelles d'exposition; la nature des principes, les différentes espèces qu'il convient d'en distinguer y sont l'objet d'une analyse attentive. Contentons-nous de relever ici que, chez le Stagirite comme chez Euclide, il est nécessaire, pour ce qui concerne l'exposition d'au moins deux sciences particulières, d'introduire trois sortes de principes : les définitions qui posent des significations, les hypothèses ou demandes qui posent l'existence de certains objets premiers ou qui autorisent certaines procédures fondatrices, et les axiomes ou notions commun(e)s aux deux sciences en question. La coïncidence a été signalée, car dans les autres traités mathématiques grecs déductifs (par exemple ceux d'Archimède) ne sont généralement distingués que deux types de principes: les définitions et les lemmes [λήμματα ou "postulats" (λαμβάνόμενα) ou demandes (αἰτήματα)]. On remarquera cependant que ces autres traités déductifs, ou bien ne sont pas "élémentaires", ou bien ne traitent que d'une seule science (en l'occurrence de géométrie ou de mécanique). En l'absence de réel terme de comparaison, on se gardera donc de surinterpréter cette coïncidence. Pour une comparaison récente d'Aristote et Euclide, voir Caveing 6, p.117-133, et 70 R.D. McKirahan Jr., *Principles and Proofs*.

Aristotle's Theory of Demonstrative Science. Princeton University Press, 1992, en particulier p. 137-163.

Études d'orientation. Outre les traductions commentées des *Éléments*, telles Heath **3** et Vitrac **16**, on retiendra, de la littérature euclidienne récente, les études suivantes: **71** W.R. Knorr, *The Evolution of the Euclidean Elements*, Dordrecht/Boston 1975; **72** I. Mueller, *Philosophy of mathematics and deductive structure in Euclid's Elements*, Cambridge (Mass.)/London 1981. Ces ouvrages contiennent des bibliographies étendues sur les principales questions posées par le traité d'Euclide.

Pour les œuvres "mineures", outre **23**, **25**, **28**, voir **73** A.D. Barker, « Methods and aims in the Euclidean *Sectio canonis* », *JHS* 101, 1981, p. 1-16; **74** G. Simon, *Le regard, l'être et l'apparence dans l'Optique de l'Antiquité*, Coll. « Des Travaux », Paris 1988.

Bibliographies. Par ailleurs il existe des bibliographies euclidiennes qui enregistrent essentiellement les différentes éditions d'Euclide (depuis la première parue en 1482): **75** P. Ricardi, « Saggio di una bibliografia Euclidea », *Memorie della Reale Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*, 4^e série, 8, 1887, p. 401-523, 9, 1888, p. 321-343, 5^e série, 1, 1890, p. 27-84, 3, 1892, p. 639-694; réimpr. Hildesheim 1974; **76** Ch.Th. Sanford, *Early Editions of Euclid's "Elements" 1482-1600*, coll. « Illustrated Monographs » 20, London 1926; **77** G. Kayas, *Vingt-trois siècles de tradition euclidienne (Essai bibliographique)*. Rapport interne de l'École Polytechnique, Palaiseau 1977; **78** M. Steck et M. Folkerts, *Bibliographia Euclideana*, coll. « Arbor scientiarum – Beiträge zur Wissenschaftsgeschichte », Reihe C: Bibliographien, Band I, Hildesheim 1981; Ricardi **75** et Kayas **77** indiquent également un certain nombre de références secondaires. En plus des références bibliographiques, Steck et Folkerts **78** contient 229 pages de fac-similés de frontispices, pages de garde et autres vignettes provenant des principales éditions des traités d'Euclide.

BERNARD VITRAC.