



**HAL**  
open science

## Modèle de planification des médecins anesthésistes : un problème multicritère

Lorraine Trilling, Alain Guinet, Dominique Le Magny, Patrick Moullier

► **To cite this version:**

Lorraine Trilling, Alain Guinet, Dominique Le Magny, Patrick Moullier. Modèle de planification des médecins anesthésistes : un problème multicritère. 7ème Congrès International de Génie Industriel,, Jun 2007, Trois-Rivières, Canada. Actes CDROM, 11 p. hal-00173025

**HAL Id: hal-00173025**

**<https://hal.science/hal-00173025>**

Submitted on 18 Sep 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modèle de planification des médecins anesthésistes : un problème multicritère

Lorraine Trilling<sup>1</sup>, Alain Guinet<sup>1</sup>, Dominique Le Magny<sup>2</sup>, Patrick Moullier<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire LIESP, INSA de Lyon, Bât. Jules Verne, 19 av. Jean Capelle, 69621 Villeurbanne, France.  
Tél. : 04 72 43 79 94, Fax. : 04 72 43 85 38, courriel : [lorraine.trilling@insa-lyon.fr](mailto:lorraine.trilling@insa-lyon.fr)

<sup>2</sup> Centre Hospitalier de Valence, 179 bd Maréchal Juin, 26953 Valence, France.  
Tél. : 04 77 44 81 54, Fax. : 04 72 43 85 38, courriel : [dlemagny@ch-valence.fr](mailto:dlemagny@ch-valence.fr)

---

**RÉSUMÉ :** Dans ce papier nous proposons un modèle pour la résolution du problème de planification des médecins anesthésistes réanimateurs du plateau médico-technique (PMT). Le regroupement des blocs opératoires de spécialités au sein d'un PMT pluridisciplinaire offre des possibilités de mutualisation des médecins, et une attention particulière est donnée à l'adéquation des compétences des praticiens aux besoins dictés par la programmation opératoire. Des contraintes de réglementation du travail et de couverture de la charge sont à respecter strictement tandis que l'on cherche à minimiser le non-respect des contraintes souples (adéquation compétence et spécialité, confort de travail, qualité du suivi post-opératoire). Un programme linéaire en nombres entiers est proposé puis appliqué et évalué à partir des données réelles du Centre Hospitalier de Valence.

**MOTS-CLÉS :** planification et ordonnancement, planification de personnel, programmation linéaire en nombres entiers, critères multiples, gestion hospitalière.

---

## 1. Introduction

Le regroupement des blocs opératoires de spécialité au sein d'un plateau médico-technique (PMT) pluridisciplinaire offre des possibilités de mutualisation des ressources. Les Médecins Anesthésistes Réanimateurs (MAR), de par leur activité transversale sur les spécialités chirurgicales, font partie des personnels pouvant être organisés en un pool commun à l'ensemble du PMT. Cette mise en commun des ressources, rares et de haute qualification, amène de nouveaux problèmes de pilotage, tels que la construction des tableaux de service, qui ne sont autres que les plannings des MAR sur les différentes activités qu'ils prennent en charge, sur les différentes spécialités du PMT et sur les différents modes de prise en charge (chirurgie programmée, chirurgie ambulatoire<sup>1</sup>, chirurgie d'urgence). La technicité des gestes à réaliser par le MAR et le savoir-faire à mettre en œuvre au cours de la prise en charge de l'endormissement, du maintien de l'anesthésie et du réveil du patient subissant une chirurgie au bloc opératoire, amènent à considérer la compétence des individus dans l'affectation aux activités. Cette dimension fait partie de l'objectif à optimiser dans le Problème de Planification des Médecins Anesthésistes (PPMA) sur lequel se focalise ce papier.

Le compte et le décompte du temps médical, à l'heure ou à la demi-journée, ainsi que son organisation collective sont des concepts entrés depuis peu dans la culture des praticiens.

---

<sup>1</sup> Par chirurgie ambulatoire, on désigne la réalisation d'interventions chirurgicales chez des patients rejoignant leur domicile le jour même.

L'organisation du temps de travail des médecins, autrefois gérée individuellement, devient par conséquent encore plus complexe puisque dépendant de nouveaux paramètres et nécessite des outils pour son optimisation. L'un des projet de la Mission d'expertise et d'audit Hospitalier (MeaH, 2005), qui constitue l'une des missions du Plan Hôpital 2007, traite plus particulièrement de l'organisation du temps de travail des médecins, en abordant deux aspects de celle-ci: (1) les outils de décompte et d'organisation du temps médical et (2) les dispositifs de mutualisation du temps médical. Les travaux sont focalisés sur l'organisation de l'offre de soins, sur les règles d'organisation du temps ainsi que sur les outils de tableaux de services et de *reporting* de l'activité des médecins. Le point de vue planification, au sens de construction des plannings des médecins, ne fait pas l'objet d'une attention particulière. Or cette tâche complexe, tout comme la planification des infirmiers, est très coûteuse en temps pour le chef de service, qui nécessite des outils d'aide à la construction des plannings. (Carter et Lapierre, 2001) estiment qu'un planificateur expérimenté passe environ 40 heures pour élaborer un planning de 6 mois comprenant 14 médecins, dans le cas de plannings non cycliques.

Dans la littérature, la plupart des travaux sur la planification des professionnels de santé sont focalisés sur la planification des infirmiers (Pierskalla et Brailer, 1994). Des revues de littératures récentes offrent un panorama des travaux existants dans le domaine (Cheang *et al.*, 2003; Burke *et al.*, 2004). (Carter et Lapierre, 2001) soulignent cependant les principales différences entre la planification des infirmiers et des médecins, qui résident essentiellement dans leurs statuts. A notre connaissance très peu d'auteurs se sont intéressés aux problèmes de planification des médecins. Bien que des études aient été menées sur des problèmes de dimensionnement de médecins anesthésistes dans les blocs opératoires (Dexter *et al.*, 2006), nous n'avons pas trouvé de recherches portant sur le problème particulier de l'élaboration de plannings de médecins anesthésistes, prenant en compte la diversité et la pluridisciplinarité de leur travail (voir section 2). (Beaulieu *et al.*, 2000) ont toutefois développé une approche basée sur la programmation mathématique pour la planification des horaires de médecins urgentistes. Un grand nombre de règles sont prises en compte par les auteurs, qui cherchent à minimiser une somme pondérée de plusieurs critères (non respect de contraintes d'équité et de succession d'activités). Les auteurs reconnaissent que ce type de problème est très fortement contraint et soulignent notamment la difficulté d'aboutir à un planning faisable respectant l'ensemble des contraintes de planification, ce qui justifie la flexibilisation de certaines d'entre elles.

Dans ce papier, nous proposons un modèle pour résoudre le problème de planification des médecins anesthésistes, qui consiste à affecter les médecins à des demi-journées d'activité comportant une certaine variété dans le type de travail et dans les spécialités couvertes. Les caractéristiques du problème ainsi que les critères à optimiser et les contraintes à respecter sont présentés dans la section 2. Cette description se veut relativement générique, puisqu'elle s'appuie sur l'observation des pratiques de l'ensemble des partenaires hospitaliers du projet HRP<sup>2</sup> (Hôpitaux Regroupement Partage et Pilotage), projet de la région Rhône-Alpes s'intéressant aux problématiques de regroupements hospitaliers. La modélisation du problème en variables binaires proposée en section 3 est ensuite appliquée au cas du Centre Hospitalier de Valence. Le problème est résolu par un algorithme classique de programmation linéaire en nombres entiers (PLNE), à l'aide du solveur libre GLPK et du solveur commercial CPLEX (section 4). Nous comparons les résultats obtenus par ces différents solveurs (commerciaux et libres) pour la résolution de ce problème linéaire mixte, afin de vérifier l'efficacité d'un solveur libre par rapport à un solveur de référence, et de pouvoir fournir aux médecins des outils utilisables sans avoir à investir spécifiquement dans un logiciel payant.

## 2. Caractéristiques du problème

### 2.1. Positionnement du problème

Les médecins anesthésistes réanimateurs (MAR) interviennent à plusieurs niveaux au cours du processus de prise en charge du patient à l'hôpital. Leur temps doit être partagé entre les activités qui précèdent la chirurgie, celles qui l'accompagnent et celles qui la suivent (figure 1). Ils interviennent de manière transversale entre les différentes spécialités chirurgicales sur des activités programmées, d'ambulatoire et d'urgence, ceci dans le cadre de leur service journalier, de gardes ou d'astreintes. Ils doivent être affectés à différentes vacations (deux demi-journées par jour) de consultation (pré-opératoire), de prise en charge de l'anesthésie pendant une chirurgie (per-opératoire), de visites dans les services (post-opératoire). La figure 1 met en évidence les activités du processus de prise en charge du patient sur lesquels interviennent les médecins anesthésistes (blocs grisés). La planification des médecins anesthésistes peut avoir lieu à partir du moment où l'on a une idée de l'activité opératoire à réaliser au sein du plateau médico-technique, c'est-à-dire une fois que les spécialités ont été réparties sur les journées ou plages disponibles du bloc opératoire. Les affectations des médecins anesthésistes aux activités per-opératoires dépendent en effet de la programmation opératoire prévisionnelle et des spécialités associées à chaque créneau disponible, puisque les compétences des médecins doivent être prises en compte dans ce type d'activité. L'élaboration du planning initial des médecins se déroule en parallèle de l'élaboration du programme opératoire (planning des interventions).

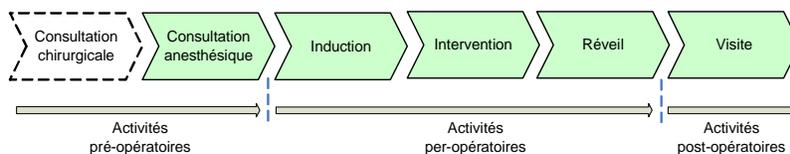


Figure 1. Processus de prise en charge du patient

### 2.2. Organisation des activités du MAR

Dans un souci d'optimisation des ressources, les activités pré-opératoires de consultation pré-anesthésique sont le plus souvent organisées de manière polyvalente, la nature du travail dépendant peu des spécialités chirurgicales. La notion de compétences ou de préférences n'intervient pas dans la partie pré-opératoire du processus. Par contre, la réalisation des activités per et post-opératoires nécessite un savoir-faire différent selon la pathologie du patient et la spécialité dont il relève. L'affectation des médecins anesthésistes aux activités per et post-opératoires doit favoriser les compétences individuelles vis-à-vis des spécialités à traiter. Chaque médecin appartient à un groupe de spécialité dans lequel il va perfectionner son savoir-faire pendant quelques années. Dans un souci de qualité et de suivi des soins, il sera alors en priorité affecté aux activités relevant de sa spécialisation, sachant que ses compétences l'autorisent également à exercer dans d'autres spécialités.

De par l'obligation de continuité des soins, des gardes doivent également être assurées, tout en respectant les périodes de repos post-garde. Le plus souvent, dans le processus de planification des médecins anesthésistes, la première des étapes consiste à élaborer une ou plusieurs listes de gardes, qui déterminent, pour chaque nuit, chaque week-end et chaque jour férié du mois, le médecin qui sera chargé d'absorber l'activité survenant pendant ces périodes. A ces listes de gardes peuvent être associées des listes d'astreintes qui déterminent pour les mêmes périodes les médecins devant rester à proximité de l'hôpital et pouvant être appelés en support. C'est ensuite à partir des listes de gardes que sont élaborées les affectations aux activités de jour, tenant compte des repos post-gardes induits par le travail de nuit (Landrigan

*et al.*, 2004; Landrigan *et al.*, 2005). On ne cherchera pas à résoudre le problème d'élaboration des listes de gardes, mais nous les utiliserons pour déterminer la répartition des activités de jour.

### 2.3. Contraintes

Les contraintes à prendre en compte sont soit obligatoires soit souples. Les contraintes obligatoires sont rigides et doivent être respectées coûte que coûte. Les contraintes souples, qui ne relèvent pas de textes réglementaires et traduisent le plus souvent le confort de travail des employés, sont flexibles et peuvent être transgressées, mais on cherchera à les respecter « autant que possible ». Nous considérons dans notre problème 4 types de contraintes obligatoires, qui sont relativement génériques et quatre types de contraintes souples, plus spécifiques à la nature du travail des médecins anesthésistes.

| Contraintes obligatoires :                                                                                                                                                                                  | Contraintes souples :                                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Un médecin peut être affecté à une activité au maximum par demi-journée, et à une seule garde par nuit (contrainte de cohérence).                                                                        | 1. Lorsqu'un jour est travaillé, le matin et le soir sont travaillés.                                                                                        |
| 2. La table des besoins en activités de jour doit être couverte. Elle est soit exprimée comme un nombre de médecins fixé ou comme un besoin se situant dans un intervalle (couverture d'un niveau minimum). | 2. L'activité de visite post-opératoire dans les étages doit être suivie par le même médecin durant un minimum de 4 jours par semaine.                       |
| 3. Le temps de travail hebdomadaire est limité à 48 heures, ce qui correspond à 10 demi-journées de travail (gardes comprises).                                                                             | 3. Les spécialités des activités per-opératoires et post-opératoires doivent être en adéquation avec l'appartenance des médecins aux groupes de spécialités. |
| 4. Le lendemain d'une garde est un jour de repos (repos post-garde).                                                                                                                                        | 4. Le niveau de couverture du besoin doit approcher le plus possible la borne supérieure du nombre de personnes requise par activité                         |

**Tableau 1.** Contraintes obligatoires et contraintes souples

### 2.4. Critères à optimiser

Les problèmes de planification des personnels se positionnent par rapport à trois critères (Partouche, 1998) : (1) le critère de coût, correspondant aux salaires de personnels; (2) le critère de qualité de service, qui correspond à la couverture du besoin, à l'adéquation des compétences vis-à-vis de la spécialité et au suivi des visites dans les services de soins; (3) le critère de satisfaction sociale, relatif à l'application de bonnes pratiques assurant le confort dans le travail (pas de repos isolées, respect des demandes de congés, alternance des activités, etc.). Les deux derniers critères entrent dans la fonction objectif du PPMA. Le **critère de satisfaction sociale** est mesuré par le nombre de demi-journées de travail affectées de manière isolée dans le planning (contrainte souple de type 1). Le **critère de qualité de service** peut être formulée en associant plusieurs sous critères, qui correspondent au nombre de fois où les contraintes souples de type 2, 3 et 4 sont transgressées (continuité de service dans les étages, adéquation des compétences et des spécialités, couverture du besoin maximum). Des coefficients associés à chaque composante de la fonction objectif permettent de donner la priorité à un critère par rapport aux autres.

## 3. Modélisation

Nous avons choisi de modéliser le problème de planification des médecins anesthésistes (PPMA) sous la forme d'un programme linéaire en nombres entiers (PLNE), à l'aide de

variables binaires  $X_{ijkms}$  à 5 indices représentant l'affectation d'un médecin  $i$  le jour  $j$  à l'activité  $k$  sur la demi-journée  $m$  dans la spécialité  $s$ . Ces affectations doivent respecter un certain nombre de contraintes, tout en cherchant à optimiser un objectif comportant plusieurs critères. Il est à noter que le modèle que nous proposons intègre des contraintes facilement modifiables. Il est par ailleurs possible de le compléter avec des contraintes additionnelles pour l'étendre à des applications plus spécifiques.

### 3.1. Données du problème

#### Indices et ensembles du problème

|                         |                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $i \in \{1, \dots, N\}$ | = indices représentant les médecins dont il faut créer l'emploi du temps                                                                                                                                                                      |
| $w \in \{1, \dots, W\}$ | = indices représentant les semaines de l'horizon de planification                                                                                                                                                                             |
| $j \in \{1, \dots, H\}$ | = indices représentant les jours de l'horizon de planification                                                                                                                                                                                |
| $k \in \{1, \dots, K\}$ | = indices représentant les étiquettes à affecter à chaque période de la journée de travail. $K = 3$ , l'étiquette 1 correspond à l'activité pré-opératoire, la 2 correspond à l'activité per-opératoire et la 3 à l'activité post opératoire. |
| $m \in \{1, \dots, M\}$ | = indices représentant les périodes de la journée de travail. $M = 2$ , l'indice 1 correspond à la matinée et l'indice 2 correspond à l'après-midi                                                                                            |
| $s \in \{1, \dots, S\}$ | = indices représentant les spécialités                                                                                                                                                                                                        |

#### Paramètres

|                   |                                                                                       |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $b_{jkms}^{\min}$ | = Besoin maximum pour le jour $j$ l'étiquette $k$ la période $m$ et la spécialité $s$ |
| $b_{jkms}^{\min}$ | = Besoin minimum pour le jour $j$ l'étiquette $k$ la période $m$ et la spécialité $s$ |
| $a_{is}$          | = Matrice d'appartenance du médecin $i$ à la spécialité $s$                           |
| $a_{is}^{inv}$    | = Matrice de non appartenance du médecin $i$ à la spécialité $s$                      |
| $Y_{ij}$          | = 1 si le médecin $i$ est affecté à la garde de nuit le jour $j$ , 0 sinon            |
| $Z_{ij}$          | = 1 si le médecin $i$ est affecté à la garde de jour le jour $j$ , 0 sinon            |
| $G$               | = Un très grand nombre                                                                |

### 3.2. Variables de décision

Les variables de décision sont les variables d'affectation des médecins aux différentes vacations de jour, aux gardes de nuit et aux gardes de jour. Tout comme (Beaulieu *et al.*, 2000), nous optons pour des variables d'affectation binaires, à la différence près, que deux indices sont ajoutés: la spécialité  $s$  et la période  $m$ .

|             |                                                                                                                      |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $X_{ijkms}$ | = 1 si le médecin $i$ travaille le jour $j$ la vacation $k$ , durant la période $m$ pour la spécialité $s$ , 0 sinon |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### 3.3. Contraintes

#### Contraintes obligatoires

1. *Contrainte de cohérence.* Un médecin ne peut être affecté qu'à une seule activité par demi-journée.

$$\sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S X_{ijkms} = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, \forall j \in \{1, \dots, H\}, \forall m \in \{1, \dots, M\} \quad (1)$$

2. *Couverture du besoin.* Pour chacune des activités, le nombre de médecins affectés doit être compris entre une borne inférieure  $b_{jkms}^{\min}$  et une borne supérieure  $b_{jkms}^{\max}$ . Les contraintes (2) et

(3) sont génériques et s'adaptent aux différents cas de figure : soit le nombre de médecins requis est fixé ( $b_{jkms}^{\min} = b_{jkms}^{\max}$ ), soit une couverture approximative se situant dans un intervalle est suffisante ( $b_{jkms}^{\min} < b_{jkms}^{\max}$ ).

$$\sum_{i=1}^N X_{ijkms} \leq b_{jkms}^{\max} \quad \forall j \in \{1, \dots, H\}, \forall k \in \{1, \dots, K\}, \forall m \in \{1, \dots, M\}, s \in \{1, \dots, S\} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N X_{ijkms} \geq b_{jkms}^{\min} \quad \forall j \in \{1, \dots, H\}, \forall k \in \{1, \dots, K\}, \forall m \in \{1, \dots, M\}, s \in \{1, \dots, S\} \quad (3)$$

3. *Temps de travail par semaine.* Le temps de travail des médecins est limité à 48h par semaine. Si l'on rapporte ce temps de travail au nombre de demi-journées travaillées, la charge hebdomadaire maximale d'un médecin ne devra pas dépasser 10 demi-journées de travail, gardes comprises. Chaque journée de garde  $Z_{ij}$  (pour les week-end ou les jours fériés), ainsi que chaque nuit de garde  $Y_{ij}$  (pour chaque jour de la semaine) correspondent à deux demi-journées travaillées.

$$\sum_{j=7w-6}^{7w} \left( \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S X_{ijkms} + 2 \times (Y_{ij} + Z_{ij}) \right) \leq 10 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, \forall w \in \{1, \dots, W\} \quad (4)$$

4. *Repos post-garde.* La loi impose que le lendemain d'une garde de nuit soit un jour de repos compensateur.

$$Y_{i,(j-1)} + \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^K X_{ijkms} \leq 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, \forall j \in \{1, \dots, H\}, \forall m \in \{1, \dots, M\} \quad (5)$$

### Contraintes souples

Les contraintes souples sont des contraintes que l'on s'autorise à ne pas satisfaire. Afin d'exprimer ceci dans notre programme linéaire, nous introduisons des **variables d'écart**, qui permettent d'assouplir les bornes. Cette approche transpose aux contraintes la technique de Programmation par but (*Goal Programming*) utilisée pour traduire les objectifs multiples dans une seule expression et ainsi assouplir la valeur cible de l'objectif (Charnes et Cooper, 1977; Partouche, 1998). Lorsqu'une contrainte flexible peut être soit respectée soit violée, on dit qu'elle est binaire. Dans ce cas-là, on associe à chaque contrainte flexible une seule variable d'écart, également binaire, qui sera évaluée à 1 si la contrainte est violée et prendra la valeur 0 sinon. Ces variables d'écart permettent de compter le nombre de contraintes violées sur l'ensemble du problème. L'objectif étant de minimiser le nombre de contraintes violées, il sera formulé en minimisant la somme de ces variables d'écart.

1. *Succession des activités entre les périodes  $m$  et  $m'$ .* Dans certains problèmes d'affectation, il existe des contraintes sur la succession des activités auxquelles un individu est assigné sur les périodes  $m$  et  $m'$ . Dans notre problème, il est préférable qu'un médecin soit affecté à des activités le matin ( $m=1$ ) et l'après-midi ( $m'=2$ ) d'un même jour, de manière à éviter des demi-journées de repos ou de travail isolées. Cette contrainte peut être exprimée de manière rigide par l'équation (6) c'est-à-dire, qu'il est interdit qu'une seule demi-journée soit travaillée.

$$\sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^K X_{ijk1s} - \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^K X_{ijk2s} = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, \forall j \in \{1, \dots, H\} \quad (6)$$

Pour assouplir cette contrainte, une seule variable d'écart binaire ne suffit pas, car plusieurs cas de figure peuvent être envisagés. Nous introduisons deux types de variables d'écart binaires  $\alpha_{ij}^+$  et  $\alpha_{ij}^-$  afin de rendre flexible la contrainte (6) qui devient:

$$\sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^K (X_{ijk1s} - X_{ijk2s}) + \alpha_{ij}^+ - \alpha_{ij}^- = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, \forall j \in \{1, \dots, H\} \quad (7)$$

Si le matin est travaillé et l'après-midi est au repos, alors la variable  $\alpha_{ij}^-$  prendra la valeur 1. Si le matin est au repos et l'après-midi est travaillé, c'est la variable  $\alpha_{ij}^+$  qui sera égale à 1. Minimiser le nombre de contraintes de succession d'activités violées revient à minimiser le nombre de fois où  $\alpha_{ij}^+$  et  $\alpha_{ij}^-$  sont égales à 1, c'est-à-dire à minimiser  $\sum_i \sum_j (\alpha_{ij}^+ + \alpha_{ij}^-)$ .

2. *Continuité dans les visites post-opératoires.* Pour assurer la continuité de service dans les unités de soins, le même médecin doit être affecté aux activités post-opératoires durant un minimum de 4 jours par semaine. Ces contraintes ne concernent que l'activité post-opératoire ( $k=3$ ) qui présente un besoin l'après-midi uniquement ( $m=2$ ). Pour exprimer ces contraintes nous devons introduire pour chaque médecin  $i$ , chaque spécialité  $s$ , et chaque semaine  $w$ , une variable binaire  $v_{isw}$  prenant la valeur 1 si le médecin  $i$  est affecté au moins à 4 demi-journées post-opératoires de la spécialité  $s$  la semaine  $w$ , et 0 sinon.

$$\sum_{j=7w-6}^{7w} X_{ij32s} \geq v_{isw} \times 4 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, \forall s \in \{1, \dots, S\}, \forall w \in \{1, \dots, W\} \quad (8)$$

$$\sum_{j=7w-6}^{7w} X_{ij32s} \leq v_{isw} \times G + 3 \times \beta_{isw} \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, \forall s \in \{1, \dots, S\}, \forall w \in \{1, \dots, W\} \quad (9)$$

L'équation (9), faisant appel au paramètre  $G$  qui est un très grand nombre, nous permet d'imposer, lorsque  $v_{isw}$  prend la valeur 0, d'affecter le médecin  $i$  à aucune activité post-opératoire de la spécialité  $s$  durant la semaine  $w$ . Pour rendre la contrainte (9) flexible, nous avons introduit une variable d'écart binaire  $\beta_{isw}$ , qui permet de compter le nombre de fois où cette contrainte a été transgressée.

3. *Adéquation besoins et groupes de spécialités.* La contrainte souple d'adéquation entre la spécialité requise par l'activité et le groupe de spécialités auquel appartient le médecin affecté ne s'exprime pas à l'aide d'une équation, mais entre directement dans la fonction objectif.

4. *Couverture du besoin maximal.* Pour certaines spécialités et pour certaines activités, pré et per-opératoires, les besoins sont exprimés par une borne minimum et une borne maximum du nombre de personnes requis. Hors, tant que le personnel est disponible et que les autres contraintes sont satisfaites, on cherche à se rapprocher de la borne maximale afin de garantir un plus grand niveau de qualité de service. L'équation (10) reprend l'équation (2) en transformant le signe  $\leq$  par le signe  $=$  et en introduisant une variable d'écart entière  $\gamma_{jkms}$ . Cette variable d'écart entrera dans la fonction objectif, et nous chercherons à la minimiser.

$$\sum X_{ijkms} + \gamma_{jkms} = b_{jkms}^{\max} \quad \forall j \in \{1, \dots, H\}, \forall k \in \{1, \dots, K\}, \forall m \in \{1, \dots, M\}, \forall s \in \{1, \dots, S\} \quad (10)$$

### 3.4. Objectif

L'objectif recherché dans l'affectation des médecins anesthésistes aux activités pré per et post-opératoires possède quatre composantes ( $I_1$  à  $I_4$ ), pondérées par des coefficients ( $\lambda_1$  à  $\lambda_4$ ), que nous modélisons dans une seule fonction objectif :

$$\text{Minimiser } Z = \lambda_1 I_1 + \lambda_2 I_2 + \lambda_3 I_3 + \lambda_4 I_4 \quad (10)$$

où

$$I_1 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^H \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{s=1}^S a_{is}^{inv} X_{ijkms}, \quad I_2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^H (\alpha_{ij}^+ + \alpha_{ij}^-), \quad I_3 = \sum_{i=1}^N \sum_{w=1}^W \sum_{s=1}^S \beta_{isw}, \quad I_4 = \sum_{j=1}^H \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{s=1}^S \gamma_{jkms}$$

Pour traduire la première composante de l'objectif (premier terme  $I_1$ ), on utilise le coefficient  $a_{is}^{inv}$  qui traduit la non appartenance du médecin  $i$  à la spécialité  $s$ .  $a_{is}^{inv}$  est égale à 1 si le médecin  $i$  est hors de la spécialité  $s$  et égale à 0 sinon. La somme des variables d'affectation associées au coefficient  $a_{is}^{inv}$  permet d'aboutir au nombre de demi-journées affectées à des médecins hors de leur spécialité. Les trois autres termes de l'objectif ont été décrits plus haut et font entrer en jeu les variables d'écart introduites dans l'expression des contraintes souples.

Les coefficients  $\lambda_1$  à  $\lambda_4$  permettent de traduire une priorité dans l'optimisation des critères. Plus le coefficient est élevé, plus le critère est important à minimiser. Si le décideur préfère ne pas prendre un compte l'un des critères, il suffit de donner la valeur 0 au coefficient du critère.

#### 4. Application au cas du centre hospitalier de Valence

Le modèle présenté dans la section précédente a été appliqué à la planification des médecins anesthésistes du plateau médico-technique du Centre Hospitalier de Valence, afin de valider notre approche. Cet établissement dispose d'un plateau médico-technique (PMT) comprenant 10 salles regroupées sur un même site (bloc central) ainsi que 2 salles d'obstétrique et une salle d'endoscopie digestive (gastro-entérologie) séparées géographiquement du bloc central. Malgré l'éloignement actuel des structures (bâtiments distincts), le personnel d'anesthésie, composé de 15 médecins, est géré de manière commune.

L'élaboration du planning des médecins (ou tableau de service) est à l'heure actuelle réalisée manuellement par le chef du service d'anesthésie réanimation, à l'aide du tableur Excel. Elaboré avec une anticipation de plusieurs mois (en général 4 mois), le tableau de service recense, sur un horizon d'une semaine, les affectations des médecins aux jours, aux activités (pré, per et postopératoires), aux périodes (matin, après-midi), aux spécialités, ainsi que les gardes et les astreintes. Si les listes de gardes sont élaborées de manière collective lors de réunions à partir d'une trame générée par un logiciel de gestion des gardes, le chef de service a pour tâche de répartir les activités de jours entre les médecins. Désireux de raccourcir le temps consacré à cette tâche administrative, le chef de service nous a manifesté son intérêt pour un outil d'aide à la création de tableaux de service, qui offrirait des solutions de qualité comparable à celles obtenues manuellement.

##### 4.1. Hypothèses du CHV

On distingue 4 groupes de spécialités au sein du PMT. Ces mêmes groupes se retrouvent dans les unités de soin pour l'activité post-opératoire. Le CHV possède un Service d'Accueil des Urgences (SAU) d'importance, qui génère un flux de patient à prendre en charge en urgence au PMT. Cette part non négligeable d'activité d'urgence absorbée par le PMT nous incite à considérer une cinquième spécialité, qui couvre l'ensemble des quatre groupes. Nous plaçons également dans cette cinquième spécialité la gastro-entérologie, qui ne relève pas d'un des 4 groupes de spécialités, et peut, tout comme l'urgence, être prise en charge par tout médecin du pool. Cette cinquième spécialité nous sera également utile pour exprimer le besoin et réaliser l'affectation des médecins aux activités pré-opératoires, qui pour le cas du CHV, sont organisées en unité de consultation polyvalente couvrant toutes les spécialités.

Le pool de médecins anesthésistes réanimateurs (MAR) est composé de 15 médecins, travaillant à temps complet. Chaque médecin est rattaché à un groupe de spécialités parmi les 4 premiers, mais possède également les compétences nécessaires à la prise en charge de l'anesthésie des patients dans d'autres spécialités. En outre, par définition tous les médecins appartiennent à la spécialité 5.

La demande en activité pré-opératoire est exprimée à l'aide des deux bornes et elle est identique pour tous les jours de la semaine. Il s'agit de consultations polyvalentes regroupant les patients de toutes les spécialités. Ainsi pour les 4 groupes de spécialité ( $s = 1 \dots 4$ ), les besoins seront nuls ( $b_{j\lambda ms}^{\min} = b_{j\lambda ms}^{\max} = 0$ ), tandis que pour la cinquième spécialité ( $s = 5$ ) qui couvre toutes les autres, nous avons  $b_{j\lambda ms}^{\max} = 3 \geq b_{j\lambda ms}^{\min} = 1 \geq 0$ .

La demande en activité per-opératoire est dictée par le planning de bloc. Pour les activités per-opératoires le médecin anesthésiste étant assisté d'un infirmier anesthésiste présent en permanence en salle pendant toute la durée de l'intervention, les MAR sont souvent affectés à deux salles en parallèle. Le besoin  $b_{jkms}^{\min}$  est alors égal à la moitié du nombre de salles de la spécialité  $s$  ouvertes. Pour la plupart des spécialités, le besoin  $b_{jkms}^{\max}$  est identique à  $b_{jkms}^{\min}$ . Cependant, lorsque l'effectif le permet, il sera recherché d'affecter un MAR par salle dans les secteurs les plus contraignants tels que la pédiatrie, l'obstétrique ou la chirurgie d'urgence. Pour ces spécialités, on pourra alors exprimer le besoin  $b_{jkms}^{\max}$  comme étant égal au nombre de salles de la spécialité  $s$  ouvertes.

#### 4.2. Expérimentation et résultats

Le modèle de PLNE que nous avons proposé a été résolu pour le cas des médecins anesthésistes du Centre Hospitalier de Valence à l'aide de la procédure de séparation et évaluation du solveur libre de programmation linéaire en nombres entiers GLPK (GLPK, 2005). Afin de valider les résultats fournis par le solveur GLPK, nous avons également testé le modèle, à partir des mêmes jeux de données, sur le solveur de référence CPLEX.

Les expérimentations ont été réalisées en attribuant différentes valeurs aux poids ( $\lambda_1$  à  $\lambda_4$ ) de chacun des critères ( $I_1$  à  $I_4$ ). Plus la valeur du paramètre  $\lambda_c$  est élevée, plus le critère  $c$  prend de l'importance dans la fonction objectif que l'on minimise : les contraintes de ce type seront alors respectées en priorité. Plusieurs jeux de pondérations des critères ont été testés, afin de traduire différentes priorités que peut donner le chef de service au respect de chaque type de contraintes.

Une première série d'expérimentations nous a montré que l'indicateur traduisant le respect des contraintes de type 3 de continuité du suivi post opératoire dans les étages était presque toujours égal à 0, quelles que soient les valeurs données aux pondérations des autres critères. Le respect de ce type de contraintes n'est donc pas contradictoire avec la satisfaction des autres types de contraintes. A contrario, nous avons remarqué l'incompatibilité des critères 2 (nombre de demi-journées travaillées isolées) et 4 (écart entre le nombre de personnes affectées et la borne supérieure du besoin) : ils évoluent dans des sens opposés. Ce phénomène s'explique par le fait que la table des besoins présente un déséquilibre entre le nombre de médecins requis le matin et ceux nécessaires à la réalisation des activités de l'après-midi : en effet, les activités de suivi post-opératoire n'ont lieu que l'après-midi. Cette caractéristique intrinsèque du problème ne peut malheureusement pas être modifiée. Une solution pour obtenir un équilibre serait de reporter certains besoins sur les matinées, tels que ceux liés aux activités pré-opératoires de consultation. Dans le cas du CHV, un problème de

salles de consultations disponibles en nombre limité fait obstacle à ce transfert. Le comportement du critère 1, portant sur l'adéquation entre le groupe de spécialités du médecin affecté et le besoin, n'a pas pu être identifié à partir de ces premières expérimentations. Ainsi la solution optimale sera fonction du poids donné par le chef de service à chacun des critères.

Plusieurs jeux de pondération ont été expérimentés sur des horizons de 7, de 14 et de 28 jours. Le lecteur pourra trouver les résultats fournis par chaque solveur et pour chaque expérimentation dans (Trilling, 2006). Sur un horizon de 7 jours, GLPK et CPLEX obtiennent la solution optimale en quelques secondes. Cette solution, bien qu'optimale, ne respecte cependant pas toutes les contraintes souples (le résultat est cependant très bon, puisque moins de 1% de l'ensemble des contraintes souples sont transgressées). Les difficultés rencontrées par le chef de service pour l'élaboration manuelle des plannings se retrouvent également avec les outils de construction automatique, puisqu'elles résident dans la nature des besoins à couvrir et dans leur répartition déséquilibrée sur la journée. Si les deux solveurs obtiennent la même valeur de l'objectif, on remarque une variation au niveau des valeurs des indicateurs. Cette différence est encore plus marquée sur les problèmes à horizon de 14 jours (pour lesquels les solveurs convergent en moins de 3 minutes). Si une priorité plus grande est donnée à la minimisation des demi-journées isolées, l'algorithme de séparation et évaluation du solveur GLPK a tendance à équilibrer le nombre de contraintes violées de type 1 (adéquation des spécialités) et de type 4 (respect du besoin maximal), tandis que l'algorithme utilisé par CPLEX obtient une solution dans laquelle le critère d'adéquation des spécialités est mieux respecté mais qui satisfait moins bien les besoins maximaux.

Le meilleur jeu de poids des critères est difficile à déterminer au vu de ces résultats uniquement. Le choix des valeurs des paramètres dépend surtout des priorités du médecin chef: estime-t-il que les besoins doivent être couverts au maximum ? Ou bien privilégie-t-il la satisfaction des médecins, en attribuant autant que possible des journées entières de travail ? Dans la pratique, les problèmes qui aboutissent au planning se rapprochant le plus de ceux réalisés à la main sont les problèmes donnant une part plus importante à la minimisation des demi-journées isolées. Ainsi il n'est pas rare, que le personnel affecté l'après-midi couvre uniquement le besoin minimum, alors que le besoin maximum est plus facile à couvrir le matin. Une analyse fine des plannings des médecins réalisés par le chef de service, que nous avons menée sur 8 semaines, nous a montré que 31 contraintes souples étaient violées en moyenne sur un planning hebdomadaire (62 sur un planning de 2 semaines). Le modèle que nous proposons permet d'aboutir à un planning transgressant un nombre moins important de contraintes souples que celui réalisé à la main (43 contre 62), et ce dans un temps très court.

Sur l'horizon de 28 jours, il est cependant à noter que le nombre de variables à gérer est trop important pour que le solveur GLPK obtienne une solution optimale en un temps raisonnable. Nous avons donc dû interrompre la résolution au bout de 20 minutes de calcul. CPLEX quant à lui obtient la solution optimale en un temps assez court inférieur à 10 minutes. La supériorité de CPLEX pour résoudre efficacement les problèmes de grande taille n'est plus à prouver. Néanmoins, il nous semble que les performances de GLPK pour résoudre le problème de planification des médecins anesthésistes sur un horizon de 14 jours en moins de trois minutes sont très encourageantes, puisque l'élaboration d'un planning hebdomadaire est une tâche qui mobilise le chef de service pendant une demi-journée en moyenne. Pour générer le planning annuel (52 semaines), 26 problèmes devront être résolus avec GLPK, alors que 13 suffiront avec CPLEX. Les bénéfices du solveur libre d'utilisation nous semblent ici supérieurs à ceux du nombre de problèmes à résoudre.

## 5. Conclusion

Nous avons présenté un modèle mathématique, basé sur un programme linéaire en nombres entiers présentant un objectif multicritère, pour aborder le problème de planification des médecins anesthésiste. La qualité des plannings obtenus à l'aide du modèle de résolution et de différents solveurs commerciaux (CPLEX) et libre (GLPK) est proche voire supérieure à celle de ceux obtenus manuellement par le chef de service en terme de nombre de contraintes souples transgressées. Un planning sur horizon de 14 jours est généré en quelques secondes même à l'aide du solveur libre GLPK, alors qu'il occupe le chef de service pendant plus d'une journée s'il est réalisé manuellement. Nous avons ainsi validé la faisabilité d'utiliser un solveur libre pour la résolution de ce problème, supprimant ainsi la barrière financière souvent rencontrée à l'hôpital liée à l'utilisation de logiciel payant. Ceci nous amène à prévoir prochainement l'intégration du programme que nous avons développé au tableau de service utilisé actuellement par le chef de service pour l'élaboration manuelle des plannings. Une attention particulière doit être fournie à cet interfaçage, qui doit s'accorder avec les habitudes de travail des médecins (en minimisant les perturbations perçues) afin d'assurer une bonne appropriation de l'aide à la décision. Nous avons particulièrement étudié le cas du Centre Hospitalier de Valence, qui est toutefois un cas relativement représentatif de la situation d'un grand nombre d'hôpitaux en France (répartition des activités en demi-journées, transversalité des médecins anesthésistes, critères de qualité des plannings). La généralisation de notre approche à d'autres établissements est donc tout à fait envisageable.

## 6. Références bibliographiques

- Abdennadher, S., Schlenker, H. (1999). INTERDIP - An interactive constraint based nurse scheduler. Proceedings of PACLP-99, London.
- Beaulieu, H., Ferland, J., Gendron, B., Michelon, P. (2000). A mathematical programming approach for scheduling physicians in the emergency room. *Heath Care Management Science*, vol 3, pp. 193-200.
- Burke, E. K., Causmaecker, P. D., Berghe, G. V., Landeghem, H. V. (2004). The state of the art of nurse rostering. *Journal of scheduling*, vol 7 n°6, pp. 441-499.
- Carter, M. W., Lapierre, S. D. (2001). Scheduling emergency room physicians. *Heath Care Management Science*, vol 4, pp. 347-360.
- Charnes, A., Cooper, W. W. (1977). Goal programming and multiple objective optimizations. *European Journal of Operational Research*, vol 1, pp. 39-45.
- Cheang, B., Li, H., Lim, A., Rodrigues, B. (2003). Nurse Rostering Problems - A Bibliographic Survey. *European Journal of Operational Research*, vol 151 n°3, pp. 447-460.
- Dexter, F., Macario, A., Cowen, D. S. (2006). Staffing and case scheduling for anesthesia in geographically dispersed locations outside of operating rooms. *Current Opinion in Anaesthesiology*, vol 19, pp. 453-458.
- GLPK (2005). *GNU Linear Programming Kit : Reference Manual Version 4.8*.
- Landrigan, C. P., Rothschild, J. M., Cronin, J. W. (2004). Effect of reducing intern's work hours on serious medical errors in intensive care units. *New England Journal of Medicine*, vol 351, pp. 1838-1848.
- Landrigan, C. P., Rothschild, J. M., Cronin, J. W. (2005). Reducing intern's consecutive and weekly working hours significantly reduces medical errors made in intensive care units. *Evidence-Based Healthcare and Public Health*, vol 9, pp. 209-210.
- MeaH (2005). Organisation du temps de travail des médecins: retours d'expériences.
- Partouche, A. (1998). Planification d'horaires de travail : méthodologies, modélisation et résolution à l'aide de la programmation linéaire en nombres entiers et de la programmation par contraintes. Thèse de doctorat, Université Paris-Dauphine.
- Pierskalla, W. P., Brailer, D. J. (1994). Applications of operations research in health care delivery. *Handbook in Operation Research and Mngement Science*, vol 6, pp. 468-505.
- Trilling, L. (2006). Aide à la décision pour le dimensionnement et le pilotage de ressources humaines mutualisées en milieu hospitalier. Thèse de doctorat, INSA de Lyon.