



**HAL**  
open science

## Modélisation du couplage convection naturelle rayonnement dans une cavité contenant un cylindre

Mohammed Jami, Mohammed Amine Moussaoui, Ahmed Mezrhab, Denis  
Lemonnier

► **To cite this version:**

Mohammed Jami, Mohammed Amine Moussaoui, Ahmed Mezrhab, Denis Lemonnier. Modélisation du couplage convection naturelle rayonnement dans une cavité contenant un cylindre. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00164897

**HAL Id: hal-00164897**

**<https://hal.science/hal-00164897>**

Submitted on 29 Aug 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# MODELISATION DU COUPLAGE CONVECTION NATURELLE RAYONNEMENT DANS UNE CAVITE CONTENANT UN CYLINDRE

Mohammed JAMI<sup>1</sup>, Mohammed Amine MOUSSAOUI<sup>1</sup>, Ahmed MEZRHAB<sup>1</sup>, D.  
LEMONNIER<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculté des sciences, Département de physique, Laboratoire de Mécanique & Energétique,  
60000 Oujda, Maroc

<sup>2</sup> ENSMA, Laboratoire d'Etudes Thermiques, 86961 Futuroscope Chasseneuil cedex, France

*m.jami@sciences.univ-oujda.ac.ma, ma.moussaoui@fso.ump.ma mezhhab@fso.ump.ma,  
denis.lemonnier@let.ensma.fr*

**Résumé :** Dans ce travail, une étude numérique du phénomène de la convection naturelle couplée au rayonnement dans une cavité carrée contenant un cylindre, a été présentée. Seul le rayonnement surfacique est pris en compte et les surfaces radiatives sont supposées grises et isotropes en émission/réflexion. Un schéma hybride, basé sur la méthode de Boltzmann sur réseau combinée à la méthode des différences finies, est utilisé pour l'analyse du comportement thermique et dynamique de l'air. Les effets du nombre de Rayleigh et de la dimension du cylindre sur le transfert de la chaleur et l'écoulement de l'air, ont été analysés et discutés.

**Mots clés :** Rayonnement, convection naturelle, cavité, méthode Boltzmann sur réseau.

## 1. INTRODUCTION

Le phénomène de la convection naturelle dans une cavité bidimensionnelle est largement rencontré en ingénierie tels que les collecteurs d'énergie solaire, la conservation de la chaleur des circuits thermiques, le refroidissement des composants électroniques, etc. [1,2]. Toutefois, le rayonnement apporte une contribution significative aux transferts thermiques dans de tels systèmes. L'interdépendance des phénomènes de la convection naturelle dans les fluides et des échanges radiatifs entraîne des difficultés de modélisation physique des équations qui les gouvernent. Mezrhab et al. [3] ont réalisé une étude numérique de l'interaction rayonnement-convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée, contenant un bloc solide de forme carré et de dimension variable. Leurs résultats montrent que le rayonnement homogénéise la température des surfaces solides en regard et favorise le transfert de chaleur.

L'objectif du présent travail consiste à étudier le couplage convection naturelle-rayonnement dans une cavité contenant un cylindre en examinant l'effet du nombre de Rayleigh et de la dimension du cylindre sur la distribution de la température et la structure de l'écoulement au sein de la cavité.

Vu la simplicité de programmation et la possibilité de traiter des problèmes complexes, la méthode LBM est très appropriée pour ce genre d'étude. De ce fait, un modèle numérique qui se base sur un couplage entre cette méthode et la méthode des différences finies a été développé.

## 2. FORMULATION MATHEMATIQUE ET MODELE NUMERIQUE

Nous considérons une cavité carrée, remplie d'air initialement stationnaire à une température constante  $T_0$ , prise arbitrairement égale à 300 K. La paroi horizontale supérieure est maintenue à une température froide  $T_f$  et les autres parois sont adiabatiques. Au centre de cette cavité, est placé un cylindre de rayon variable, porté à une température chaude et constante  $T_c$  (voir figure 1). L'écoulement de l'air est supposé laminaire, incompressible et bidimensionnel. Seul le rayonnement surfacique est pris en compte et les surfaces radiatives sont supposées grises et isotropes en émission/réflexion. Les propriétés thermophysiques de l'air sont supposées constantes à part sa densité qui varie en fonction de la température de façon à satisfaire l'approximation de Boussinesq. Les parois de la cavité et la surface du cylindre ont été discrétisées en un nombre  $M$  de surfaces radiatives. Les facteurs de forme (avec effet d'obstacles) ont été déterminés par les méthodes des éléments de frontières et de Monte Carlo [4]. Les vitesses sont déterminées par la méthode de Boltzmann sur réseau et l'équation de l'énergie est discrétisée par une méthode aux différences finies précise à l'ordre 2.

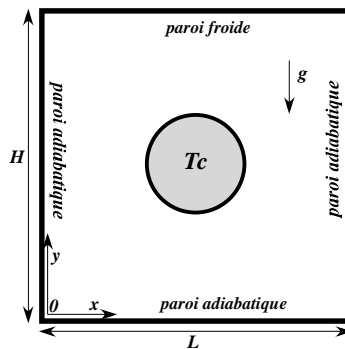


Figure 1: Géométrie étudiée

Les équations gouvernantes du problème :

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + w \frac{\partial \theta}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$u^c = u \quad (2)$$

$$w^c = w + g \beta \Delta T \theta$$

où  $u^c$  et  $w^c$  sont les composantes de la vitesse après l'étape de collision.

Les conditions aux limites utilisées pour les vitesses sont dites "bounce-back", elles permettent d'avoir les vitesses nulles ( $u = w = 0$ ) sur le cylindre et sur les parois de la cavité. Sur les interfaces cylindre-fluide, une interpolation quadratique est ajoutée [5].

Les conditions aux limites thermiques du problème sont données par :

- Sur la paroi froide,  $Y = 1$  et  $0 \leq X \leq A$  :  $\theta = -0,5$  (3)

- Sur la paroi horizontale adiabatique,  $Y = 0$  et  $0 \leq X \leq A$  :  $\frac{\partial \theta}{\partial Y} - N_r \Phi_r = 0$  (4)

- Sur les parois latérales adiabatiques,  $X = 0$  ou  $1$  et  $0 \leq Y \leq 1$  :  $\frac{\partial \theta}{\partial X} - N_r \Phi_r = 0$  (5)

Le nombre de Nusselt moyen évalué au niveau de la paroi froide est défini par :

$$Nu = \frac{1}{A} \int_0^A \left( - \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{X,Y=1} + N_r \Phi_r (X, Y = 1) \right) dX \quad (6)$$

La méthode de Boltzmann dérive de la méthode *LGA* dans laquelle le fluide est modélisé microscopiquement comme une population de particules qui se situent aux nœuds d'un réseau de forme carrée, triangulaire ou autre et qui se déplacent le long des liens de ce réseau par raison d'une seule particule au maximum par lien. Chaque particule prend une vitesse  $c_i$ , ( $i = 1, \dots, b$ ) où  $b$  est le nombre de vecteurs vitesse, quand elle passe du nœud où elle se situe vers le nœud le plus proche. Le système évolue par alternance d'étapes de collision et de propagation, ceci se traduit par l'équation d'évolution suivante :

$$f_i(x + c_i, t + 1) = f_i(x, t) + (\Omega F)_i \quad (7)$$

où  $f_i$  est une fonction de distribution,  $\Omega$  est l'opérateur de collision et  $x$  le nœud où se trouve la particule à l'instant  $t$ .

Il est plus adapté de traiter la propagation dans un espace des phases  $\mathbf{F} = \mathbf{R}^9$  et de traiter la collision dans un espace des moments  $\mathbf{M} = \mathbf{R}^9$ . Les vecteurs de ces espaces sont définis par :

$$F(x, t) = \{f_1(x, t), f_2(x, t), \dots, f_9(x, t)\} \quad (8)$$

$$M(x, t) = \{m_1(x, t), m_2(x, t), \dots, m_9(x, t)\} \quad (9)$$

Ils sont reliés linéairement par la relation [6] :

$$M = P F \text{ et } F = P^{-1} M \quad (10)$$

où  $P$  est la matrice de passage de  $\mathbf{F}$  à  $\mathbf{M}$  et  $P^{-1}$  son inverse.

Certains moments, tels que la densité et la quantité de mouvement, se conservent après la collision tandis que les autres moments se relaxent selon la relation :

$$m_j^{ac} = m_j^{bc} + s_j (m_j^{eq} - m_j^{bc}) \quad (11)$$

où  $m_j^{ac}$  est le moment après collision,  $m_j^{bc}$  est le moment avant collision,  $m_j^{eq}$  est le moment à l'équilibre et  $s_j$  est le taux de relaxation. Pour raison de stabilité  $s_j$  doit être comprise entre 0 et 2. Dans ce travail, nous considérons le modèle (*D2Q9*) et nous prenons les pas spatiaux et temporel égaux à 1.

### 3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats présentés dépendent de certains paramètres qui sont fixes tels que  $Pr = 0,71$  et  $A = 1$  et d'autres paramètres variables qui sont :  $10^3 \leq Ra \leq 10^6$  et  $0,1 \leq R \leq 0,4$ . Les résultats montrent l'effet de la variation du rayon du cylindre et du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement et du transfert de la chaleur au sein de la cavité en absence ou en présence du rayonnement thermique.

Les figures 2 et 3 montrent respectivement les lignes de courant et les isothermes pour deux valeurs du rayon du cylindre ( $R=0,1$  et  $0,4$ ) et pour  $Ra=10^6$ . Pour  $R=0,1$ , l'écoulement au sein de la cavité est formé de deux zones de circulations distinctes de sens opposés et quasiment symétriques par rapport à la médiane verticale. Le mouvement du fluide s'effectue essentiellement dans la moitié supérieure de la cavité à cause de l'existence des parois actives dans cette région. La distribution de la température dans la partie supérieure de la cavité caractérise le transfert de chaleur du cylindre vers le mur froid. Le rayonnement réduit l'écart de température entre les parois adiabatiques et augmente le mouvement du fluide dans la moitié inférieure de la cavité.

Lorsqu'on augmente le rayon ( $R=0,4$ ), la surface du cylindre se rapproche des parois provoquant des gradients thermiques très intenses dans la zone limitée par le cylindre et la paroi froide. Ces gradients engendrent des cellules de re-circulation dans les coins de la cavité et l'écoulement s'étend à l'ensemble de toute l'enceinte. On remarque que la présence du

rayonnement réduit l'écoulement suite à l'homogénéisation de la température au sein de la cavité par réduction de l'écart de température entre surfaces en regard.

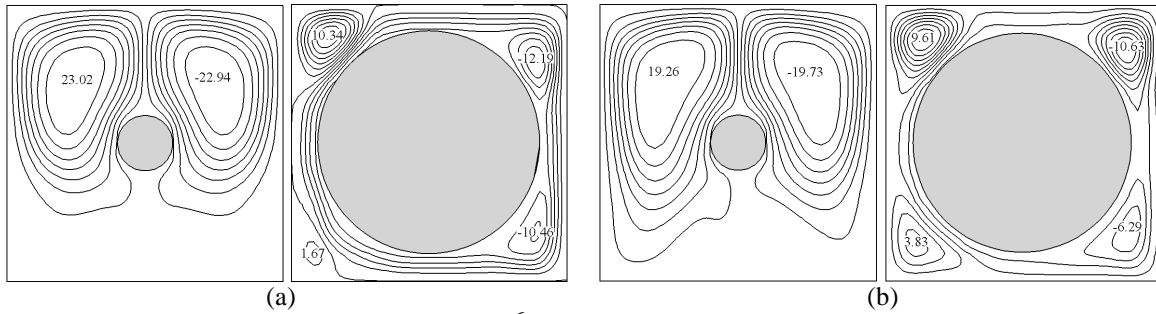


Figure 2: Lignes de courant pour  $Ra = 10^6$ ,  $R=0,1$  et  $0,4$  : (a) en absence et (b) en présence de rayonnement

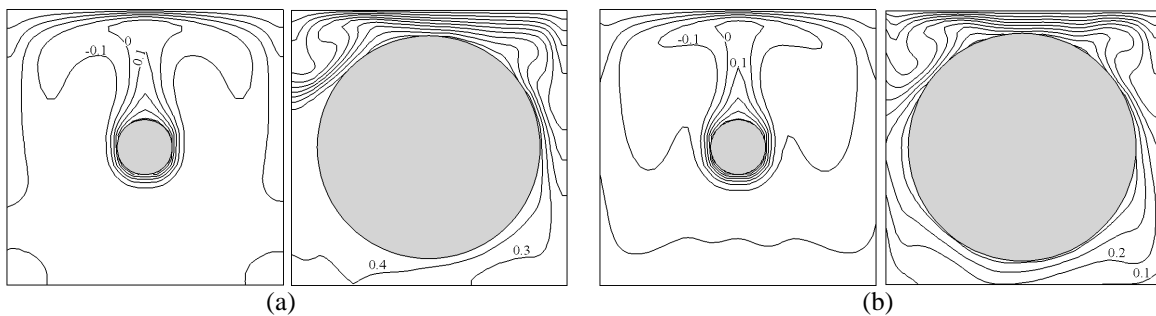


Figure 3: Isothermes pour  $Ra = 10^6$ ,  $R=0,1$  et  $0,4$  : (a) en absence et (b) en présence de rayonnement

La figure 4 montre les variations du nombre de Nusselt moyen  $Nu$  en fonction du rayon du cylindre pour  $Ra = 10^3$  et  $10^5$ . Pour chaque valeur de  $Ra$ ,  $Nu$  augmente en fonction de  $R$ . Cette augmentation devient importante en présence de rayonnement et pour  $R \geq 0,3$ .

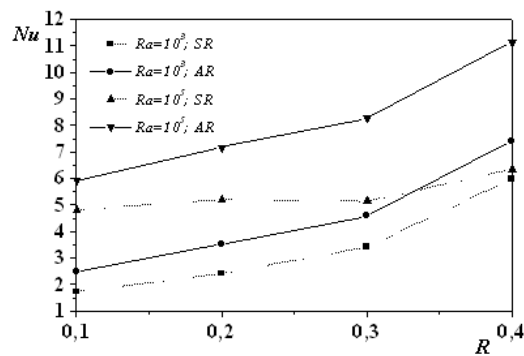


Figure 4 : Nombre de Nusselt moyen de la paroi froide; SR: sans rayonnement, AR: avec rayonnement

## CONCLUSION

Une étude numérique des transferts thermiques couplés, dans une cavité carrée contenant un cylindre, a été présentée. Les principales conclusions de cette étude peuvent être résumées comme suite :

- Le transfert thermique augmente en fonction du rayon du cylindre.
- En absence du rayonnement, l'effet du rayon du cylindre sur le transfert thermique est d'autant plus faible que  $Ra$  est élevé.

- L'influence du rayon du cylindre, sur les champs dynamique et thermique, est plus considérable en présence du rayonnement.
- Une quasi symétrie, des champs thermique et dynamique, est observée pour un faible rayon du cylindre.
- Le rayonnement homogénéise les températures des surfaces en regard et augmente le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité.

## Nomenclature

|       |  |
|-------|--|
| A     | rapport de forme de la cavité, $L/H$                     |
| g     | accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$                 |
| H     | hauteur de la cavité, $m$                                |
| k     | conductivité thermique, $w.m^{-1}.K^{-1}$                |
| L     | longueur de la cavité, $m$                               |
| Nu    | nombre de Nusselt moyen                                  |
| Nr    | nombre de rayonnement $\sigma T_c^4 / (k\Delta T/L)$     |
| Pr    | nombre de Prandtl, $\nu/\alpha$                          |
| r     | rayon du cylindre, $m$                                   |
| R     | rayon adimensionnel du cylindre, $r/H$                   |
| Ra    | nombre de Rayleigh, $g\beta(T_c-T_f)H^3/\nu\alpha$       |
| T     | température, $K$   |
| $T_0$ | température moyenne, $(T_c+T_f)/2$ , $K$                 |
| $T_f$ | température de la paroi froide, $K$                      |
| $T_c$ | température du cylindre chaud, $K$                       |
| u, w  | composantes de la vitesse, $m.s^{-1}$                    |
| x, y  | coordonnées cartésiennes, $m$                            |
| X, Y  | coordonnées cartésiennes adimensionnelles, $x/H$ , $y/H$ |

## Symboles grecs

|            |   |
|------------|---|
| $\alpha$   | diffusivité thermique du fluide, $m^2.s^{-1}$                     |
| $\beta$    | constante de Boussinesq, $K^{-1}$                                 |
| $\Delta T$ | différence de température maximale, $(T_c-T_f)$ , $K$             |
| $\phi_r$   | densité de flux radiatif net, $w.m^{-2}$                          |
| $\Phi_r$   | densité du flux radiatif net adimensionnel, $\phi_r/\sigma T_c^4$ |
| $\nu$      | viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$                               |
| $\rho$     | densité du fluide, $Kg.m^{-3}$                                    |
| $\theta$   | température adimensionnelle, $(T-T_0)/(T_c-T_f)$                  |
| $\sigma$   | constante de Stefan-Boltzmann, $W.m^{-2}.K^{-4}$                  |

## Indices

|   |       |
|---|-------|
| c | chaud |
| f | froid |

## Références

- [1] M. Hortmann et M. Peric, Volume multi-grid prediction of laminar natural convection: bench-mark solutions, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 11, pp 189-207, 1990.
- [2] G. Barakos et E. Mitsoulis, Natural convection flow in a square cavity revised laminar and turbulent models with wall function, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 18, pp 695-719, 1994.
- [3] A. Mezrhab, H. Bouali, H. Amaoui, M. Bouzidi, Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center, *Applied Energy* 83, 1004–1023, 2006.
- [4] A. Mezrhab, M. Jami, M. Bouzidi et P. Lallemand, Analysis of radiation-natural convection in a divided enclosure using the lattice Boltzmann method, *Computers and fluids*, 36, Issue 2, pp 423-434, 2007.
- [5] M. Bouzidi, M. Firdaouss et P. Lallemand, Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with boundaries, *Phys. Fluids*, 13, pp 3452-3459, 2001.
- [6] P. Lallemand et L.S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: dispersion, dissipation, isotropic galilean invariance and stability, *Phys. Rev.*, E61, pp 6546-6562, 2000.