



**HAL**  
open science

# Etude de l'instabilité hydrodynamique et thermique lors de la solidification d'un fluide à faible nombre de Prandtl avec et sans champ magnétique

Said Bouabdellah, Rachid Bessaih, Azzedine Soudani

## ► To cite this version:

Said Bouabdellah, Rachid Bessaih, Azzedine Soudani. Etude de l'instabilité hydrodynamique et thermique lors de la solidification d'un fluide à faible nombre de Prandtl avec et sans champ magnétique. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00164887

**HAL Id: hal-00164887**

**<https://hal.science/hal-00164887>**

Submitted on 29 Aug 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# ETUDE DE L'INSTABILITE HYDRODYNAMIQUE ET THERMIQUE LORS DE LA SOLIDIFICATION D'UN FLUIDE A FAIBLE NOMBRE DE PRANDTL AVEC ET SANS CHAMP MAGNETIQUE

Said BOUABDELLAH<sup>1</sup>, Rachid BESSAIH<sup>1</sup>, Azzedine SOUDANI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire d'Energétique Appliquée et de Pollution, Département de Génie Mécanique, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Université Mentouri-Constantine, Route d'Ain El. Bey, Constantine 25000, Algérie.

<sup>2</sup>Département de physique, Faculté des Sciences, Université de Batna, Batna, Algérie.  
*Bessaihr@yahoo.fr*

**Résumé :** Dans ce travail, nous avons réalisé une étude numérique sur l'instabilité hydrodynamique et thermique lors d'un processus de changement de phase (solidification) par convection naturelle d'un fluide à faible nombre de Prandtl contenu dans une enceinte rectangulaire, ayant un rapport d'aspect égal à 4, soumise à un champ magnétique externe uniforme. L'approche numérique a été basée sur la méthode des volumes finis avec une formulation de type enthalpique. L'effet d'un champ magnétique orienté arbitrairement provoque un changement notable de la structure de l'écoulement et de la température. À l'aide de la transformée de Fourier, les fréquences dominantes des oscillations ont été déterminées,  $F_{cr}$ . L'évolution de ces dernières avec le champ magnétique  $Ha$  a été récapitulée dans les diagrammes de stabilité ( $Gr_{cr}-Ha$ ) et ( $F_{cr}-Ha$ ).

**Mots clés :** Instabilité, Champ magnétique, Méthode enthalpique, Changement de phase, Configuration horizontale de Bridgman

## 1.INTRODUCTION

La fabrication des composants électroniques exige une forte demande de la qualité des semi-conducteurs. Ces derniers sont produits à partir d'un bain fondu en utilisant des techniques de croissance cristalline diverses telles que la configuration de Bridgman, zone flottante, Czochralski, ...etc [1-8] et [10]. Lors de la croissance cristalline par la technique de Bridgman (Fig. 1), des gradients de température suffisamment élevés peuvent se produire dans le bain fondu, engendrant ainsi des mouvements convectifs importants au sein du fluide. Ces mouvements de convection constituent un mode de transfert d'énergie important qui accélèrent le processus d'obtention des cristaux formés. A cause de l'apparition de striations qui affectent considérablement la structure du cristal obtenu et donc sa qualité, l'application d'un champ magnétique est reconnue sur la stabilité des écoulements convectifs durant la solidification. Zhou et Zebib [6] ont utilisé la méthode enthalpique couplée avec la méthode des volumes finis pour résoudre les équations de transport durant la solidification d'un fluide à faible nombre de Prandtl à l'intérieur d'une cavité rectangulaire, en absence d'un champ magnétique. Cette méthode a été aussi utilisée par Kholai [7] pour résoudre les équations gouvernant la convection naturelle laminaire permanente lors de la solidification d'un fluide à faible nombre de Prandtl.

A notre connaissance, l'effet d'un champ magnétique sur la structure d'écoulement oscillatoire durant la solidification d'un fluide à faible nombre de Prandtl n'a jamais été examiné, à l'exception du cas traité récemment par Gelfgat et al. [4], en absence d'un changement de phase. Pour cela, notre objectif consiste à la détermination de l'effet d'orientation d'un champ magnétique sur la structure du champ d'écoulement et du champ thermique en régime oscillatoire durant la solidification de l'aluminium à l'intérieur d'une enceinte rectangulaire, et aussi la détermination des différents nombres de Grashof critiques,  $Gr_{cr}$ , et fréquences critiques,  $F_{cr}$ , pour différents nombres de Hartmann choisis et de l'angle d'orientation  $\phi$ .

## 2. GEOMETRIE ET MODELE MATHEMATIQUE

Le système physique considéré (Fig. 1) est une cavité rectangulaire de longueur  $L$  et de hauteur  $H$ , dont le rapport d'aspect fixe ( $A = L/H = 4$ ). L'enceinte contient l'aluminium liquide caractérisé par un faible nombre de Prandtl ( $Pr=0,015$ ). Les parois verticales de l'enceinte sont portées aux températures chaude  $T_h$  et froide  $T_c$ , encadrent la température de fusion  $T_m$ , où  $T_c < T_m < T_h$ . Par ailleurs, les parois horizontales sont maintenues adiabatiques et rigides. L'ensemble est soumis à un champ magnétique  $B$  d'orientation quelconque. Les propriétés physiques des deux phases (liquide et solide) sont supposées constantes [7]. Les équations gouvernant l'écoulement de convection naturelle en question, les conditions initiales et aux limites associées ainsi la méthode numérique sont bien présentées dans la référence [8].

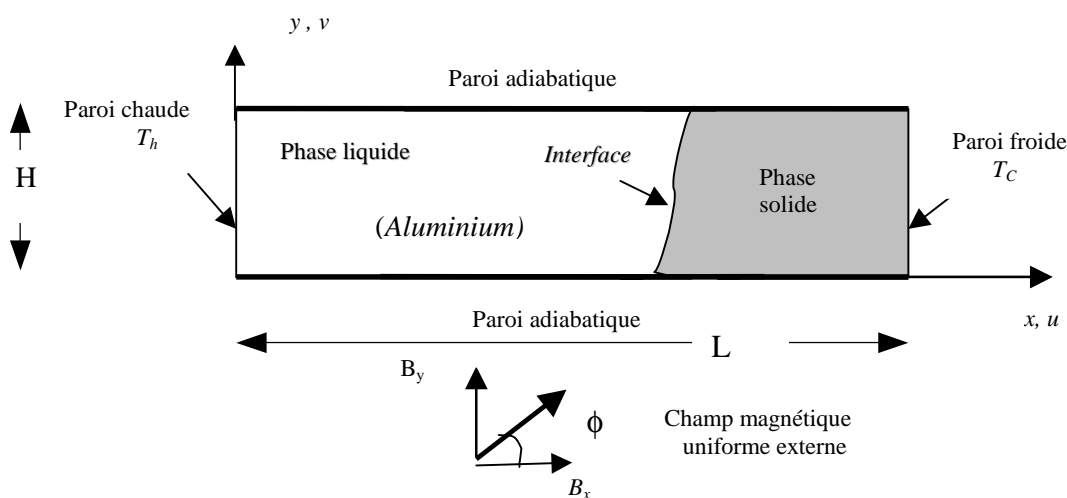


Figure 1 : Géométrie du problème considéré

## 3. RESULTATS ET DISCUSSION

### 3.1. Validation du code

Sur la figure 2, on a présenté la comparaison des profils de distribution de la température adimensionnelle  $\theta$  aux lignes  $Y = 0,133$ ,  $Y = 0,5$  et  $Y = 0,867$ , à  $t = 50$  minutes. Nous constatons que nos résultats numériques sont en bon accord avec les résultats expérimentaux de la référence [9], à l'exception de la région centrale à  $Y = 0,133$ , où on peut constater une légère différence entre les deux résultats.

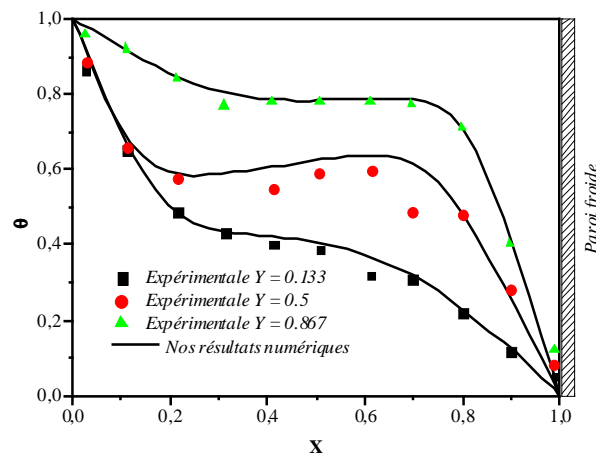


Figure 2 : Comparaison avec les données expérimentales de la distribution de la température adimensionnelle  $\theta$  à l'instant  $t = 50 \text{ min}$  (*Beckermann et Viskanta* [9])

### 3.2. Solution sans champ magnétique ( $Ha=0$ )

Sur la figure 3a, on a représenté la variation temporelle de la vitesse horizontale adimensionnelle  $U$  aux sondes  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_5$  et  $P_6$ . Nous constatons que cette courbe évolue d'une manière sinusoïdale autour des valeurs moyennes. En comparant les amplitudes des paramètres en oscillation, on peut remarquer que ces amplitudes présentent des grandeurs différentes pour les différents points d'enregistrements d'historiques, cela conduit à conclure que les amplitudes d'oscillations dépendent des positions des particules dans la cavité, tandis que les fréquences d'oscillation (Fig.3b) sont les mêmes partout dans la phase fluide.

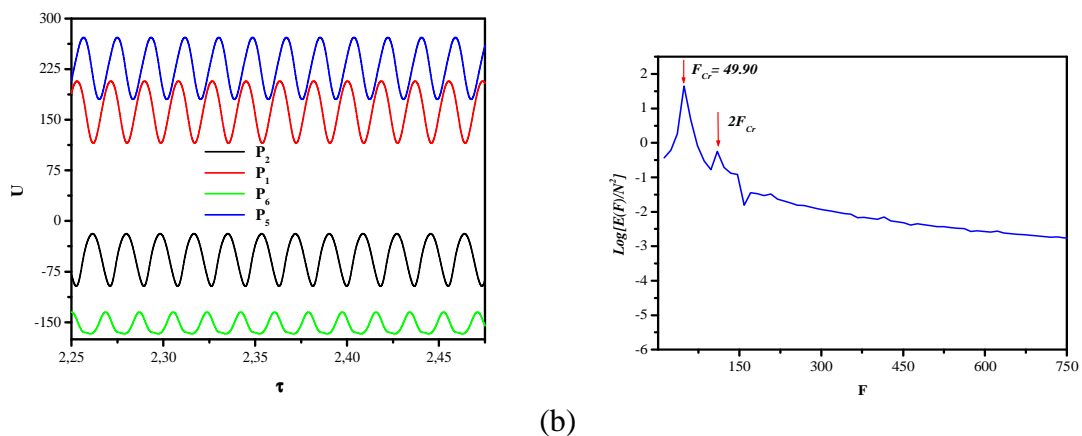
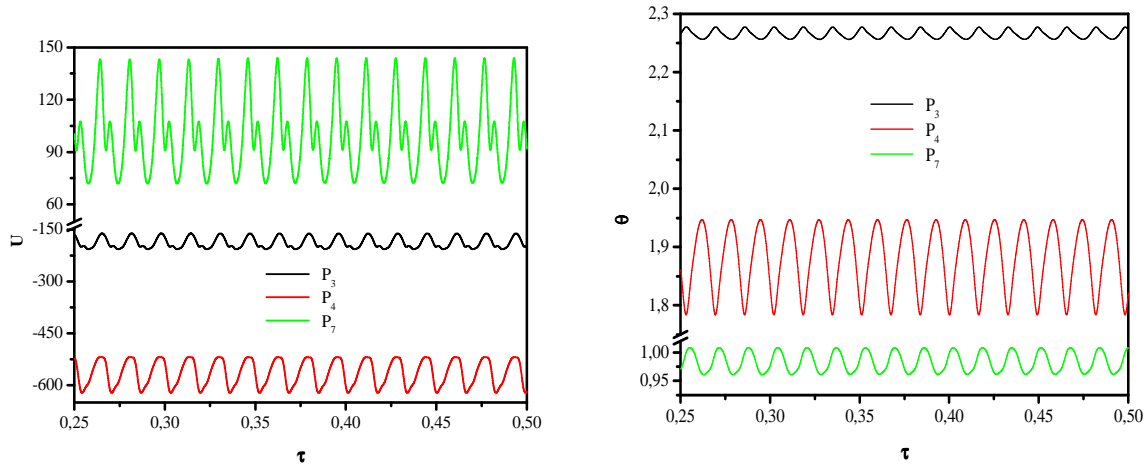


Figure 3: Evolutions temporelles de  $U$  (a) aux sondes  $P_1$  ( $x=0,585$ ,  $y=0,781$ ),  $P_2$  ( $x=0,487$ ,  $y=0,250$ ),  $P_5$  ( $x=2,146$ ,  $y=0,875$ ) et  $P_6$  ( $x=1,414$ ,  $y=0,468$ ) et le spectre de l'énergie en fonction de la fréquence  $F$  adimensionnelle (b), pour  $Gr_{Cr} = 1,137 \times 10^5$  et  $Ha = 0$  (sans champ magnétique).  $F_{Cr} = 49,9$  représente la fréquence critique

### 3.3. Solution avec champ magnétique ( $Ha \neq 0$ )

Sur les figures 4a-b, on a présenté l'évolutions temporelles de la vitesse adimensionnelles  $U$  et de la température adimensionnelle  $\theta$ , aux trois points choisis arbitrairement dans la cavité  $P_3$ ,  $P_4$  et  $P_7$ , pour Grashof critique,  $Gr_{Cr} = 1,8525 \times 10^5$ , et nombre de Hartmann,  $Ha = 5$ . Ces courbes évoluent d'une manière sinusoïdaux atours des valeurs moyennes traduisant les régimes oscillatoires (périodiques) de l'écoulement.

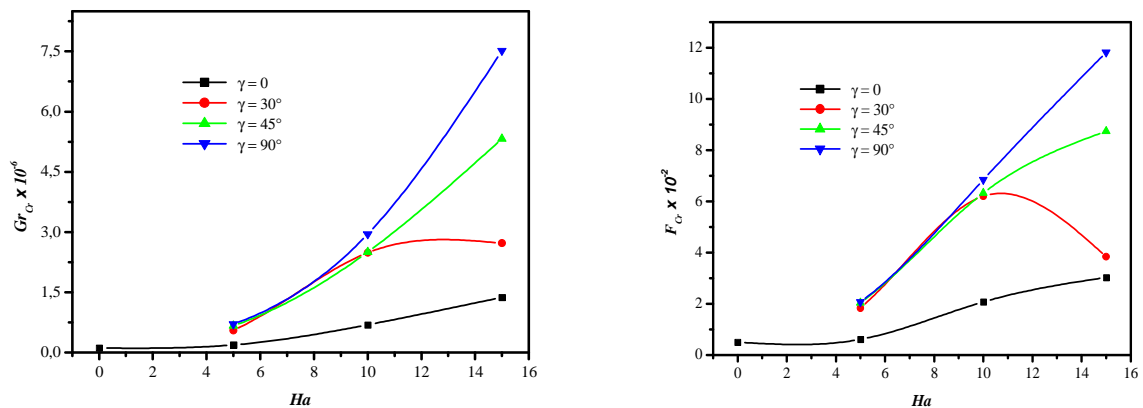


(a)

(b)

Figure 4: Evolutions temporelles de  $U$  (a) et  $\theta$  (b) aux sondes  $P_1$  ( $x=0,585$ ,  $y=0,781$ ),  $P_4$  ( $x=1,853$ ,  $y=0,187$ ) et  $P_7$  ( $x=3,024$ ,  $y=0,562$ ) pour  $Gr_{Cr} = 1.8525 \times 10^5$ ,  $Ha = 5$  (avec champ magnétique) et  $\gamma = 0^\circ$

L'effet de l'orientation du champ magnétique sur le calcul de  $Gr_{Cr}$  et  $F_{Cr}$  est présenté sur les figures 5a-b : ( $Gr_{Cr}-Ha$ ) et ( $F_{Cr}-Ha$ ) pour  $0 \leq \gamma \leq 90^\circ$ . Ces courbes montrent l'augmentation du nombre de Grashof critique en fonction du nombre de Hartmann  $Ha$ , et de même pour les fréquences correspondantes, à l'exception du cas pour  $\gamma = 30^\circ$ , où on a une légère diminution du nombre de Grashof critique et la fréquence dominante correspondante. Ces résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par Gelfgat et Yoseph [4].



(a)

(b)

Figure 5 : Diagrammes de stabilité  $Gr_{Cr}-Ha$  (a) et  $F_{Cr}-Ha$  (b), pour différents valeurs de  $\gamma$

## 4. CONCLUSIONS

L'étude numérique de la stabilité magnétohydrodynamique lors de la solidification d'un fluide à faible nombre de Prandtl à l'intérieur d'une enceinte rectangulaire soumise à un champ magnétique, a été faite. La méthode enthalpique couplée avec la méthode des volumes finis a été utilisée pour résoudre les équations de transport. Les résultats obtenus montrent que l'application d'un champ magnétique provoque un changement remarquable de la structure du champ d'écoulement et du champ de température, et stabilise l'écoulement convectif. L'effet de l'orientation du champ magnétique sur le calcul de  $Gr_{Cr}$  et  $F_{Cr}$  est présenté sur les courbes de stabilité. Ces courbes montrent l'augmentation du nombre de Grashof critique en fonction du nombre de Hartmann  $Ha$ , et de même pour les fréquences correspondantes.

Les résultats obtenus dans cette étude permettront aux expérimentateurs et industriels de connaître les régimes oscillatoires lors de la solidification d'un fluide à faible nombre de Prandtl en absence et en présence d'un champ magnétique, afin d'améliorer la qualité des semi-conducteurs obtenus.

## Références

- [1] J.C. Brice. The growth of crystals from liquids. North Hollands, New York, 1976.
- [2] E. Semma, M. El. Ganaoui, R. Bennacer, A. Chaddadi and P. Bontoux, Effects of the thermocapillary convection on the flow stability and the interaction with solid/liquid interface in directional solidification, *Mécanique & Industries*, Vol. 5, pp.613-619, 2004.
- [3] B. Abou, Instabilité interfaciale d'une couche de ferrofluide sous champ magnétique normal, étude de la transition hexagones carrés, Thèse doctorat, UMR.CNRS 7636 Université de Pierre et Marie Curie- Paris VI, 1999.
- [4] A. Yu. Gelfgat and P.Z. Bar-Yoseph, The effect of an external magnetic field on oscillatory instability of convective flows in a rectangular cavity, *Physics of Fluids*, Vol.13 (8), pp 2269-2278, 2001.
- [5] R. Bessaih, M. Kadja and Ph. Marty. Effect of wall electrical conductivity and Magnetic field orientation on liquid metal flow in a geometry similar to the horizontal Bridgman configuration for crystal growth, *Int. J. of Heat Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 4345, 1999.
- [6] H. Zhou and A. Zebib, Oscillatory convection in solidifying pure metals, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol.22, pp.435-468, 1992.
- [7] O. Kholai. Simulation numérique du transfert de chaleur avec changement de phase des fluides à faible nombre de Prandtl, Thèse de Magister, Université de Constantine, 1994.
- [8] S. Bouabdellah, R. Bessaih, A. Soudani et S. Boughoul, Stabilité magnétohydrodynamique lors d'un changement de phase d'un fluide à faible nombre de Prandtl, Congrès Français de Thermique, SFT, Île de Ré, 16-19 mai 2006.
- [9] C. Gau and R. Viskanta, Melting and solidification of a pure metal on a vertical wall, *Journal of Heat Transfer*, Vol.108, 1986.
- [10] S. Wakitani, Numerical study of three-dimensional oscillatory natural convection at low Prandtl number in rectangular enclosures, *Journal of Heat Transfer*, Vol.123, pp. 77-83, 2001.