



**HAL**  
open science

## Ondes hydrothermales non-linéaires dans un disque et un anneau

N. Garnier, A. Chiffaudel, François Daviaud, A. Prigent

► **To cite this version:**

N. Garnier, A. Chiffaudel, François Daviaud, A. Prigent. Ondes hydrothermales non-linéaires dans un disque et un anneau. 2<sup>me</sup> Colloque sur le Chaos Temporel et le Chaos Spatio-Temporel, 1998, Rouen, France. hal-00163229

**HAL Id: hal-00163229**

**<https://hal.science/hal-00163229>**

Submitted on 17 Jul 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Chapitre 1

# Ondes hydrothermales non-linéaires dans un disque et un anneau

N. Garnier, A. Chiffaudel, F. Daviaud, A. Prigent

CEA/Saclay, SPEC  
91191 Gif-sur-Yvette CEDEX

Nous nous intéressons à la convection thermocapillaire, produite par l'imposition d'un gradient *horizontal* de température sur une mince couche de fluide avec surface libre. En géométrie bidimensionnelle nous observons deux modes différents en compétition, tandis qu'en géométrie unidimensionnelle avec conditions limites périodiques, nous étudions la transition à la turbulence d'une onde propagative homogène.

## 1.1 Géométrie cylindrique 2D : disque

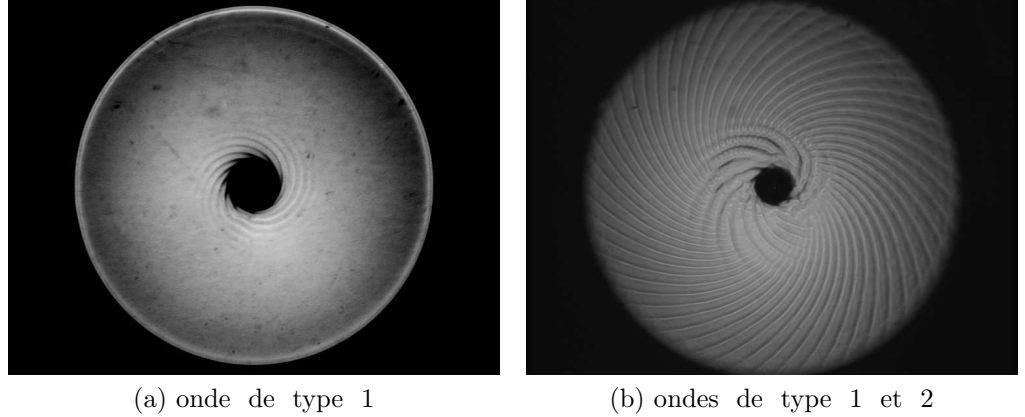


FIG. 1.1 - Photographie de la cellule avec un montage ombroscopique, pour une hauteur  $h = 1.20 \text{ mm}$ . A gauche,  $\Delta T = 10K > \Delta T_1$ . A droite  $\Delta T = 14K > \Delta T_2 > \Delta T_1$ .

Nous étudions tout d'abord une géométrie cylindrique "2D". Un gradient de température centrifuge est réalisé par l'imposition de la température  $T_-$  d'un plot au centre de la cellule (diamètre du plot  $d_{int} = 8 \text{ mm}$ ) et de la température  $T_+ > T_-$  de la couronne extérieure, de diamètre  $d_{ext} = 137 \text{ mm}$ . La couche de fluide, typiquement de 1 ou 2 mm, est très petite devant les dimensions horizontales (distance entre les bords chaud et froid : 65 mm). Le fluide utilisé est de l'huile aux silicones de viscosité  $\nu = 0.65 \text{ cSt}$  et de nombre de Prandtl  $Pr \sim 10$ . Le paramètre de contrôle est la différence de température  $\Delta T = T_+ - T_-$  appliquée au fluide.

Dans cette configuration, pour les petites hauteurs  $h$ , une première instabilité oscillatoire apparaît de façon *supercritique* à la valeur  $\Delta T_1 = 7.5K$ . Ses caractéristiques sont les suivantes :

- Elle est localisée près du bord froid, dans la zone de plus fort gradient thermique.
- Au seuil, la fréquence est non nulle (signature d'une bifurcation de Hopf).

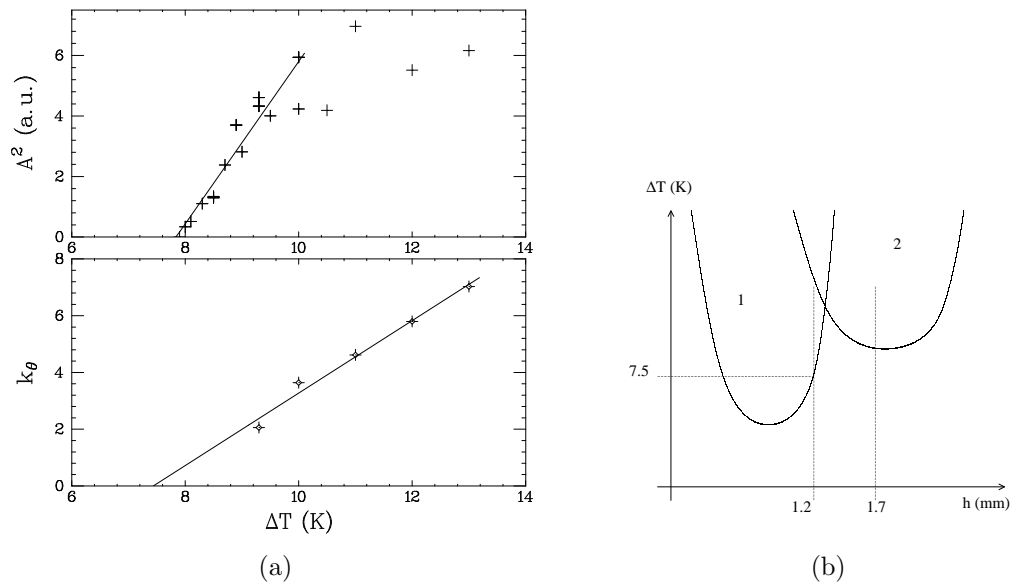


FIG. 1.2 - (a) : Evolution de la composante orthoradiale  $k_\theta$  en fonction de  $\Delta T$ . (b) : Zones d'existence schématiques des ondes issues des instabilités en ondes 1 et 2 dans l'espace des paramètres  $(\Delta T, h)$  dans le cas de la géométrie "disque".

- L'exposant critique décrivant l'évolution de l'amplitude avec  $\epsilon$  vaut  $1/2$  (figure 1.2a).
- Au seuil, le vecteur d'onde a une composante uniquement radiale :  $\vec{k} = k_r \vec{e}_r$ .
- Au-dessus du seuil ( $\epsilon_1 = (\Delta T - \Delta T_1)/\Delta T_1 > 0$ ), la composante orthoradiale  $k_\theta = \vec{k} \cdot \vec{e}_\theta$  varie linéairement avec  $\epsilon$ , (figure 1.2a), ce qui change qualitativement l'apparence d'une série d'anneaux concentriques en une série de spirales de plus en plus ouvertes.

La figure 1.1a montre un cliché obtenu pour  $\Delta T = 10K$  ( $\epsilon_1 = 0.25$ ); l'onde y possède une composante radiale et une composante orthoradiale unique, ce qui lui confère son bel aspect de spirale. Une seconde instabilité survient pour  $\Delta T_2 \simeq 14K$ , qui envahit uniformément toute la cellule et se superpose à la première. Il s'agit d'une nouvelle bifurcation de Hopf supercritique dont les caractéristiques sont quantitativement différentes. La figure 1.1b montre un cliché obtenu pour  $\Delta T = 14K$ .

Des expériences préliminaires pour diverses hauteurs  $h$  permettent de donner l'allure du diagramme des phases représenté schématiquement sur la figure 1.2b. Ainsi, en choisissant la hauteur adéquate, nous envisageons d'étudier la compétition et l'interaction entre ces deux modes *oscillants* au voisinage d'un point de codimension 2. L'onde associée à la seconde instabilité possède des équiphasés dont l'équation est celle de spirales d'Archimède :  $r(\theta) \propto \theta$ . Elles sont donc interprétables comme des ondes "planes" dans le plan  $(r, \theta)$ .

La deuxième partie de l'exposé se concentre sur ce mode, qui est le plus favorable pour des hauteurs de fluide plus grandes,  $h = 1.7$  mm par exemple (figure 1.2b).

## 1.2 Géométrie cylindrique 1D : anneau

Dans un canal annulaire étroit, limite "1D" du disque précédent, nous étudions la stabilité des ondes hydrothermales se propageant dans la direction orthoradiale  $\theta$  notée ci-après  $x$ .

La figure 1.3 (a) montre, dans le plan  $(k, \epsilon)$ , la zone d'existence des ondes homogènes. Pour des fortes valeurs de  $\epsilon$ , ces ondes deviennent instables par rapport à des modulations de phase de grande longueur d'onde (de la taille de la boîte), c'est-à-dire des modes d'Eckhaus. En augmentant  $\epsilon$  on rencontre d'abord une zone très étroite où les modulations sont

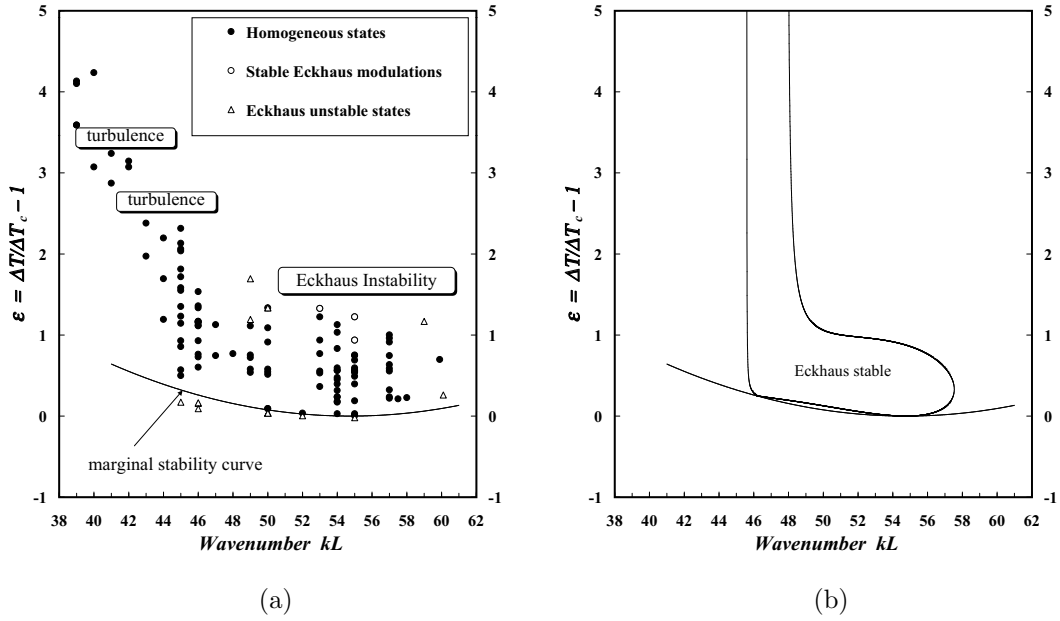


FIG. 1.3 - (a) : Région d'existence des ondes et ses limites de stabilité dans le plan  $(k, \epsilon)$ , pour  $h = 1.7$  mm. (b) : Exemple de courbe de stabilité de phase obtenue pour  $c_1 = -0.2$ ,  $c_2 = -0.6$ ,  $\delta = 1$ ,  $c_4 = 2$ ,  $\gamma = c_3 = \eta = c_5 = 0$ . La courbe de stabilité marginale est aussi représentée (parabole).

non-linéairement stables, c'est-à-dire que l'instabilité d'Eckhaus est super-critique [2]. Puis on observe une sélection du nombre d'onde qui réduit la valeur de  $k$ . Pour des plus basses valeurs de  $k$  on observe ensuite des fenêtres turbulentes montrant une intermittence de trous d'amplitude.

La forme de la courbe d'Eckhaus suggérée sur ce diagramme, disymétrique et quasiment refermée sur elle-même, ne peut être décrite par l'équation de Ginzburg-Landau complexe qui décrit classiquement les ondes non-linéaires supercritiques. Pour ce faire, nous proposons de rajouter les termes d'ordre supérieur (ordre 4) brisant la symétrie  $x \mapsto -x$  (i.e. gauche/droite), ainsi qu'un terme d'ordre 5 suggéré par une analyse fine des résultats expérimentaux :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} = & \epsilon A + (1 + ic_1) \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - (1 + ic_2) |A|^2 A \\ & + \gamma(1 + ic_3) A \frac{\partial |A|^2}{\partial x} + \delta(1 + ic_4) |A|^2 \frac{\partial A}{\partial x} + \eta(1 + ic_5) |A|^2 \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Le calcul de la stabilité d'une onde plane solution de cette équation conduit à considérer la limite dans le plan  $(k, \epsilon)$  entre une zone où ces solutions sont stables et une zone où elles sont instables. Une telle courbe est donnée en figure 1.3b qui montre qualitativement des comportements proches des observations expérimentales. L'obtention des coefficients de l'équation 1.1 à partir des résultats expérimentaux est en cours, et permettra une comparaison quantitative avec la courbe " théorique " prévue pour ces valeurs des coefficients [3].

Cette possibilité de décrire précisément le comportement non-linéaire de ce système d'onde loin du seuil par une équation d'amplitude est remarquable. Elle justifie nos efforts pour étudier les propriétés générales de la transition au chaos spatio-temporel ou à la turbulence dans des systèmes non-linéaires modèles dont les ondes hydrothermales constituent un bel exemple.

# Bibliographie

- [1] **M. K. Smith & Stephen H. Davis**, Instabilities of dynamic thermocapillary liquid layers. Part 1. Convective instabilities, *Journal of Fluid Mechanics*, **132**, 119-144, 1993
- [2] **N. Mukolobwicz, A. Chiffaudel & F. Daviaud**. Supercritical Eckhaus Instability for Surface-Tension-Driven Hydrothermal Waves, *Physical Review Letters*, **80** (21), 4661-4664, 1998.
- [3] **Nicolas Garnier & Arnaud Chiffaudel**. *en préparation*