HAL
open science

Effet du nombre de Rayleigh thermique et du nombre de Lewis sur la convection dans une cavité demi-cylindrique horizontale

Noureddine Retiel, El-Hadi Bouguerra

To cite this version:

Noureddine Retiel, El-Hadi Bouguerra. Effet du nombre de Rayleigh thermique et du nombre de Lewis sur la convection dans une cavité demi-cylindrique horizontale. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00160574

HAL Id: hal-00160574

https://hal.science/hal-00160574v1

Submitted on 29 Aug 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

EFFET DU NOMBRE DE RAYLEIGH THERMIQUE ET DU NOMBRE DE LEWIS SUR LA CONVECTION DANS UNE CAVITE DEMI-CYLINDRIQUE HORIZONTALE

Noureddine RETIEL[(1)] et El-Hadi BOUGUERRA[(2)]
[(1)]Université de Mostaganem, Département de Mécanique,
Route de BelahcelB.P.300 27000 Mostaganem, **Algérie**.
[(2)]Université de Blida, Département de Mécanique,
Route de Soumâa, B.P.270 09000 Blida, **Algérie**
retieln@yahoo.fr, ehbouguerra@yahoo.fr

Résumé

Dans le présent travail, nous avons étudié l'influence du nombre de Rayleigh thermique ($10^3 \leq Ra_t \leq 10^5$) et du nombre de Lewis ($0,5 \leq Le \leq 5$) sur la convection naturelle double-diffusive dans une cavité demi-cylindrique horizontale fermée, pour des rapport des Rayleigh thermique et solutal N variant entre -10 (N<0 pour les cas opposants) et +10 (N>0 pour les cas coopérants), pour un nombre de Prandtl=0,7.

L'intérêt de cette étude est de voir l'influence de Ra_t et Le sur la structure de l'écoulement et la distribution de la température et de concentration. Des résultats sont obtenus pour le cas opposant ($-2 \leq N \leq -10$) et pour le cas coopérant ($2 \leq N \leq 10$).

1. INTRODUCTION

Un très grand nombre de travaux sur la convection double-diffusive dans des cavités de différentes géométrie en passant de la cavité rectangulaire [1] qui est devenu un cas classique aux cavités de formes cylindrique ou annulaire où on peut également trouver une multitude de travaux tel que ceux de K. Shi [2] sur l'évolution en fonction du temps de la convection double-diffusive dans un cylindre vertical avec un gradient de température radial et un gradient de concentration axial ou les travaux de Beji et al. [3] sur la convection naturelle double diffusive dans une cavité annulaire poreuse.

Pour les cavités demi-cylindrique peu de travaux ont été réalisés, nous pouvons citer les travaux de K.C. Karki & al.[4] qui ont étudié par voie numérique la convection naturelle laminaire où des solutions sont obtenues pour trois zones chauffées différemment suivant l'axe axial de la cavité.

Dans le présent travail, nous avons étudié l'influence du nombre de Rayleigh thermique ($10^3 \leq Ra_t \leq 10^5$) et du nombre de Lewis ($0,1 \leq Le \leq 10$) sur la convection naturelle double-diffusive dans une cavité demi-cylindrique horizontale fermée, pour des rapport des Rayleigh thermique et solutal N variant entre -10 (N<0 pour les cas opposants) et +10 (N>0 pour les cas coopérants), pour un nombre de Prandtl=0,7.

L'intérêt de cette étude est de voir l'influence de Ra_t et Le sur la structure de l'écoulement et la distribution de la température et de concentration. Des résultats sont obtenus pour le cas opposant ($-2 \leq N \leq -10$) et pour le cas coopérant ($2 \leq N \leq 10$).

2. MODELE PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

2.1- Mise en équation

Nous considérons une cavité demi-cylindrique fermée de rayon intérieur R_0 qui contient un fluide binaire incompressible de viscosité cinématique ν, de diffusivité thermique α et de

diffusivité solutale D. Cette dernière grandeur concerne la présence d'un soluté présent dans le fluide à une concentration variable. La paroi supérieure «plafond» et la paroi inférieure «le plancher» engendrent un gradient vertical de température et de concentration (parois actives) qui peuvent être coopérant ou opposant. Pour négliger l'effet tridimensionnelle, nous avons supposé la cavité infiniment longue suivant son axe axial. L'intérêt de cette étude est donc de voir l'influence de Ra_t et Le sur la structure de l'écoulement et la distribution de la température et de concentration lorsque les forces de flottaison thermique et solutale coopèrent ou s'opposent (Fig.1).

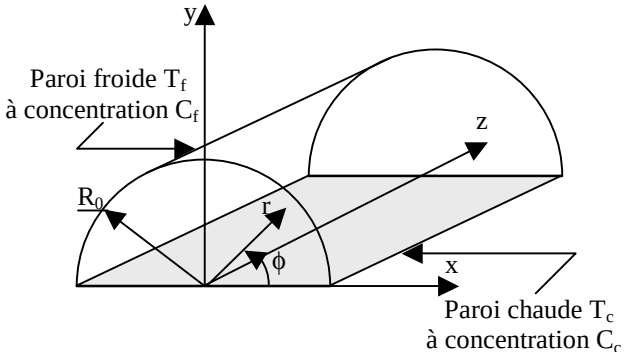


Figure 1 : Modèle

Les écoulements susceptibles d'être développé dans cette cavité sont gérés par les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration. Il s'agit de déterminer la répartition de vitesse, de pression, de température et de concentration.

L'écoulement de convection naturelle est provoqué par les forces de poussées thermiques et solutales et reste laminaire. On suppose que les propriétés physiques sont constantes sauf pour la masse volumique du mélange qui dépend de sa température et de la concentration selon la relation suivante:

$$\rho(T,C) = \rho_0\left[1-\beta_T(T-T_0)-\beta_C(C-C_0)\right] \qquad (1)$$

Les grandeurs caractéristiques utilisées pour adimensionner le problème sont les différences de température $\Delta T=T_C-T_f$ et de concentration $\Delta C=C_C-C_f$, entre les parois de la cavité, le rayon R_0 de la cavité comme longueur de référence et la diffusivité thermique α du fluide.

Le modèle mathématique obtenu est le suivant:

Conservation globale de la masse

$$\frac{1}{R}\frac{\partial U}{\partial \phi}+\frac{V}{R}+\frac{\partial V}{\partial R}=0 \qquad (2)$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{U}{R}\frac{\partial U}{\partial \phi}+\frac{UV}{R}+V\frac{\partial U}{\partial R}=-\frac{1}{R}\frac{\partial P}{\partial \phi}+\sqrt{\frac{Pr}{Ra_t}}\left[\nabla^2 U+\frac{2}{R^2}\frac{\partial V}{\partial \phi}\right]+\cos(\phi).\theta-N\cos(\phi).C \qquad (3)$$

$$\frac{U}{R}\frac{\partial V}{\partial \phi}-\frac{U^2}{R}+V\frac{\partial V}{\partial R}=-\frac{\partial P}{\partial R}+\sqrt{\frac{Pr}{Ra_t}}\left[\nabla^2 V-\frac{1}{R^2}\frac{\partial U}{\partial \phi}\right]+\sin(\phi).\theta-N\sin(\phi).C \qquad (4)$$

Conservation de l'énergie

$$\frac{U}{R}\frac{\partial \theta}{\partial \phi}+V\frac{\partial \theta}{\partial R}=\frac{1}{\sqrt{Pr.Ra_t}}\nabla^2\theta \qquad (5)$$

Conservation de la concentration

$$\frac{U}{R}\frac{\partial S}{\partial \phi}+V\frac{\partial S}{\partial R}=\frac{1}{Le\sqrt{Pr.Ra_t}}\nabla^2 S \qquad (6)$$

où $\nabla^2=\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}+\frac{\partial^2}{\partial R^2}$

Les paramètres caractéristiques qui interviennent dans les équations adimensionnelles ci-dessus et dont les valeurs conditionnent les transferts de chaleur dans la cavité sont :

Les paramètres géométriques :

- l'angle de la cavité $0 \le \phi \le \pi$
- le rayon de la cavité $0 \le R \le 1$

Les paramètres physiques :

- Le nombre de Rayleigh thermique Ra_t et solutal Ra_c :

$$Ra_t = \frac{g\beta_t \Delta T R_0^3}{\nu\alpha} \qquad Ra_c = \frac{g\beta_c \Delta C R_0^3}{\nu D} \tag{7}$$

- Le rapport des forces de poussée thermique et solutal

$$N = \frac{Ra_c}{Ra_t} = Le\frac{\beta_c \Delta C}{\beta_t \Delta T} \tag{8}$$

- Le nombre de Prandtl : $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ Le nombre de Schmidt : $Sc = \frac{\nu}{D}$
- Le nombre de Lewis : $Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{\alpha}{D}$

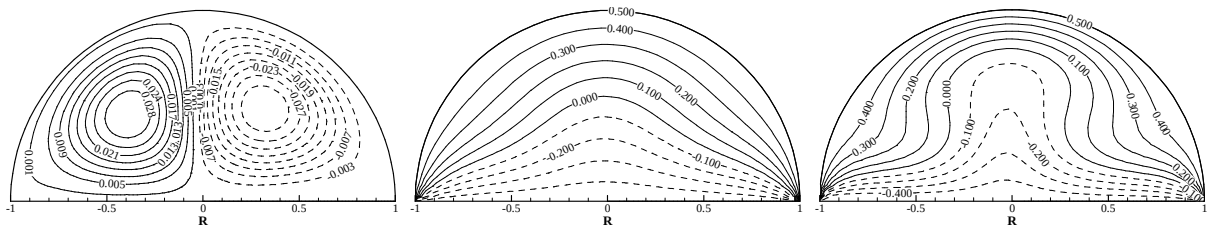
2.2 Méthode de résolution

Le modèle numérique utilisé pour résoudre notre système d'équations est fondé sur la méthode des volumes finis développée par Patankar [5]. Cette méthode s'appuie sur une discrétisation du domaine de calcul en différents noeuds, chacun d'entre eux étant entouré d'un volume élémentaire sur lequel on intègre les équations aux dérivées partielles. Les systèmes obtenus sont résolus par l'algorithme TDMA. Le maillage choisi est irrégulier très resserré sur les bords et plus grossier dans le coeur de la cavité pour mieux cerner les phénomènes pariétaux.

3. RESULTATS NUMERIQUES

3.1 Effet du nombre de Rayleigh thermique Ra_t.

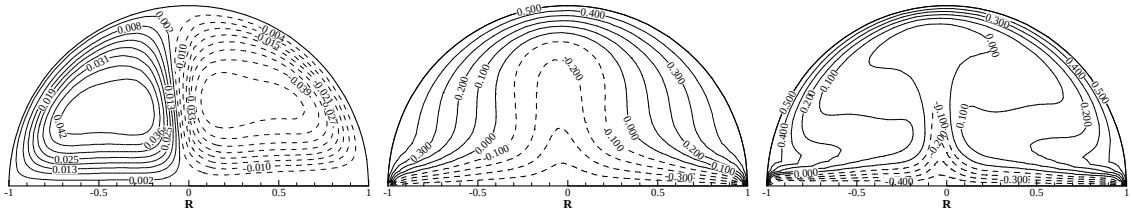
Nous avons fait varié le nombre de Rayleigh thermique entre 10^3 et 10^5 avec des rapport de forces de flottaison solutale et thermique variant entre $-10 \le N \le +10$, pour observer le comportement du fluide dans le cas où ces forces coopèrent ou s'opposent pour un nombre de Lewis fixé à Le=5.0. La cavité demi-cylindrique horizontale présente une symétrie par rapport à son axe vertical, ce qui justifie l'obtention d'une structure d'écoulement formé par deux cellules symétriques opposées et dont la puissance dépend du nombre de Rayleigh Ra_t et le rapport N. Pour un nombre de Rayleigh égal à 10^3, et lorsque N=-2 les deux cellules d'écoulement sont très faible avec un champ de température en forme d'arcs épousant la forme de la cavité (Fig.2). Cette situation exprime un écoulement faible dominé par une diffusion thermique étouffé par une stratification verticale stable de température.



(a) (b) (c)

Figure 2 : Lignes de courant (a), distribution de température (b) et de concentration(c) ($Ra_t=10^3$, Le=5,0, N=-2)

Dans cette situation où la paroi supérieure est chaude et la paroi inférieure est froide, même dans le cas d'un nombre de Rayleigh thermique important, le gradient de température tend à maintenir les particules du fluide immobiles, donc le gradient de température à un rôle stabilisant. Par contre, lorsque le nombre de Rayleigh solutal devient important avec l'augmentation de N (N=-6), le gradient de concentration crée un état de déséquilibre avec une zone plus concentrée au niveau de la paroi supérieure de la cavité qui se traduit par un fluide plus dense qui génère un écoulement naturel d'origine solutale, descendant le long de la paroi supérieure et ascendant au milieu de la cavité, ce qui explique la formation des deux cellules symétriques dont le sens d'écoulement est opposé. Nous remarquons par ailleurs que dans cette situation, la distribution de température et de concentration sont différentes car le nombre de Lewis est égal à 5,0 et qui traduit une diffusivité thermique 5 fois plus importante que la diffusivité solutal. Il est évident que cette situation où la diffusivité thermique est plus importante que la diffusivité massique aura une conséquence sur la distribution de la température et de concentration où on observe une nette dominance de la stratification thermique au cœur de la cavité, par rapport à la diffusivité solutale où le gradient de concentration est plus faible au milieu et intense à proximité des parois. (Fig.3)

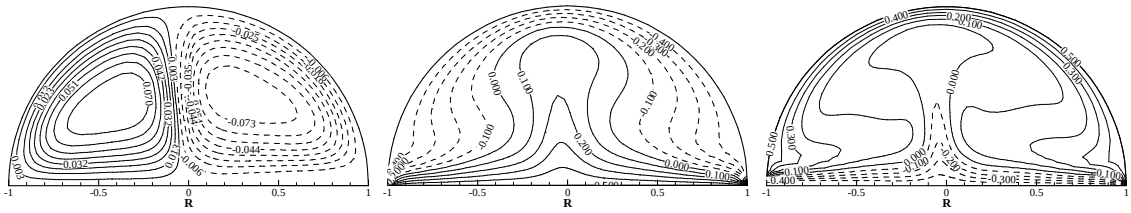


(a) (b) (c)

Figure 3 : Lignes de courant (a), distribution de température (b) et de concentration (c) ($Ra_t=10^4$, Le=5,0, N=-6)

On remarque par ailleurs que les couches limites thermiques et solutale présentent des épaisseurs minces au sommet de la cavité horizontale et qui se traduit par un transfert de chaleur et de masse intense au sommet de la cavité et faible sur les côtés.

Lorsque les deux forces d'origines thermique et solutale coopèrent, l'écoulement présente les mêmes formes de structures marquées par une accélération car les deux écoulements naturels d'origine thermique et solutal s'additionnent (Fig.4).



(a) (b) (c)

Figure 4 : Lignes de courant (a), distribution de température (b) et de concentration (c) ($Ra_t=10^4$, Le=5,0, N=+6)

3.2. Effet du nombre de Lewis

Comme nous l'avons défini, le nombre de Lewis détermine le rapport de la diffusivité thermique sur la diffusivité solutale. Nous avons vu que lorsque le nombre de Lewis augmente à Le=5,0 (Pr restant constant), la diffusivité solutale diminue. Même si le mouvement d'origine solutale prédomine toujours ($Ra_c=6.0\ 10^4$), mais en raison de la grande diffusivité thermique du milieu (5 fois plus que la diffusivité massique), la stratification solutale est faible en forme de panache repoussé par une stratification thermique dominant le cœur de la cavité (Fig.3). Par contre, lorsque Le=1.0, les stratifications thermique et solutale se développe d'une façon similaire (Fig.5).

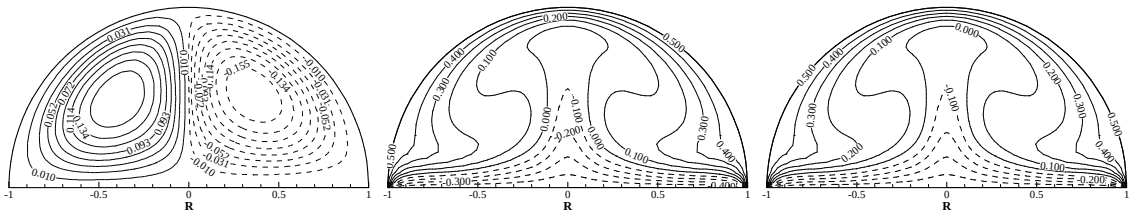


Figure 5 : Lignes de courant (a), distribution de température (b) et de concentration (c) ($Ra_t=10^4$, Le=1.0, N=-6)

CONCLUSION

Dans cette étude nous avons pu voir le comportement des structures d'écoulement, des distributions de température et de concentration dans une cavité demi-cylindrique horizontales. Nous avons remarqué que la distribution de température et de concentration varie considérablement en fonction des nombres de Rayleigh thermique et du nombre de Lewis. La structure de l'écoulement est multicellulaire lorsque (2 cellules). Nous avons également pu mettre en évidence l'effet du nombre de Lewis sur le comportement des structures d'écoulement et la distribution de température et de concentration. La stratification thermique se développe au cœur de la cavité au détriment de la stratification solutale lorsque Le>1 et inversement lorsque Le<1. Par contre, lorsque Le~1, les stratifications thermique et solutale se développe d'une façon similaire.

Nomenclature

C: Concentration dimensionnée, *mole/l*
ΔC: Ecart de concentration, *mole/l*
D: diffusivité massique, m^2/s
g: Accélération de la pesanteur, m/s^2
Le: Nombre de Lewis
N: Rapport des forces de volumes
P : Pression du fluide adimensionnée
Pr : Nombre de Prandtl
r: Coordonnée polaire dimensionnée, *m*
R: Coordonnée polaire adimensionnée
R_0 : Rayon de la cavité, *m*
Ra_t: Nombre de Rayleigh thermique
Ra_c: Nombre de Rayleigh Solutal
S: concentration adimensionnée
T : Température dimensionnée, *ºC*
ΔT: Ecart de température, *ºC*
U: Vitesse angulaire adimensionnée
V: Vitesse radiale adimensionnée
x,y : Coordonnées cartésiennes, *m*

Symboles grecs
α: Diffusivité thermique, m^2/s
β_C: Coefficient d'expansion massique, *l/mole*
β_t: Coefficient d'expansion thermique, *1/ºC*
ϕ : Coordonnée polaire
θ: Température adimensionnée
ν: Viscosité cinématique, m^2/s
ρ: Densité du fluide, kg/m^3

Références

[1] V. A. F. Costa, Double diffusive natural convection in a square enclosure with heat and mass diffusive walls, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 4061-4071, 1997.
[2] Kefeng Shi and Wen-Qiang Lu, Time evolution of double-diffusive convection in a vertical cylinder with radial temperature and axial solutal gradients, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 995-1003, 2006.
[3] H. Beji, R. Bennacer and R. Duval, Double-diffusive natural convection in a vertical porous annulus, *Numerical Heat Transfer*, Part A, Vol. 36, pp. 153-170, 1999.
[4] K.C. KARKI and P.S. SATHYAMURTHY. Laminar mixed convection in a horizontal semi-circular duct with axially. *Int. J. Heat and Mass Transfer*. Vol. 25, pp. 171-189, 1994.
[5] S.V. PATANKAR., Numerical heat transfer and fluid flow, *Mc Graw Hill*, London, 197p., 1980.