



HAL
open science

Etude numérique de la convection naturelle dans une cavité pyramide

Belkacem Ould Said, Nouredine Retiel

► **To cite this version:**

Belkacem Ould Said, Nouredine Retiel. Etude numérique de la convection naturelle dans une cavité pyramide. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00160562

HAL Id: hal-00160562

<https://hal.science/hal-00160562v1>

Submitted on 29 Aug 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE PYRAMIDE

Belkacem OULD SAID, Nouredine RETIEL

Université de Mostaganem, Département de Mécanique B.P. 188 27000 Mostaganem, Algérie
kazemou@yahoo.fr, retieln@yahoo.fr

Résumé : Notre travail a pour objectif la modélisation du comportement de l'écoulement naturel convectif d'un fluide visqueux incompressible dans une cavité confinée en forme de pyramide horizontale chauffée par le bas et refroidie par les parois inclinées supérieures. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues par le logiciel "Fluent" basé sur la méthode des volumes finis.

Des résultats sont obtenus pour plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^6 pour différentes valeurs du rapport de forme de la pyramide un nombre de Prandtl=0,7. Ces résultats sont représentés sous forme de champ de température dans la cavité. Le transfert de chaleur à travers les parois est déterminé en analysant la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh.

Mots clés : transfert de chaleur – convection naturelle – cavité pyramide.

1. INTRODUCTION

L'étude de la convection naturelle a suscité l'intérêt de nombreux scientifiques et industriels. Les recherches menées dans ce domaine s'étendent sur plus d'un siècle. Un nombre considérable de travaux a été entrepris, suite à la découverte de ce phénomène par les expériences de Bénard [1] et l'analyse théorique de Rayleigh [2] depuis le début du 20^{ème} siècle, jusqu'à présent, tant sur le plan numérique qu'expérimental. L'amélioration sans cesse croissante des moyens de calcul a permis d'affiner régulièrement les résultats relatifs à la convection naturelle dans la cavité. Un très grand nombre de travaux sur la convection naturelle dans de différentes géométrie en passant de la cavité rectangulaire [3] qui est de venu un cas classique, au cavité trapézoïdales [4, 5,6], en passant par l'étude de la convection naturelle dans une cavité triangulaire [7] ou l'étude de l'effet de rapport de forme sur la convection naturelle dans une serre monochapelle [8]. Depuis plusieurs années, la question de la qualité des ambiances intérieures des locaux devient de plus en plus cruciale et il est légitime de se demander aujourd'hui si l'amélioration de l'efficacité énergétique des bâtiments ne s'est pas faite au détriment du confort des occupants et de la qualité de l'air. Cette préoccupation a d'ailleurs atteint ces dernières années un niveau mondial.

2. MODELE PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

2.1. Le modèle physique

Nous considérons une cavité pyramide fermée, de hauteur H et de largeur L qui contient un fluide incompressible de viscosité cinématique ν , et de diffusivité thermique α et obéir à l'hypothèse de Boussinesq, le régime est permanent et l'écoulement est tridimensionnel. La paroi supérieure «plafond» et la paroi inférieure «le plancher» engendrent un gradient vertical de température, Ainsi, la paroi supérieure est maintenu à une température uniforme "froide" T_1 et la paroi inférieure à une température uniforme "chaude" T_2 ($T_2 > T_1$). (Fig.1).

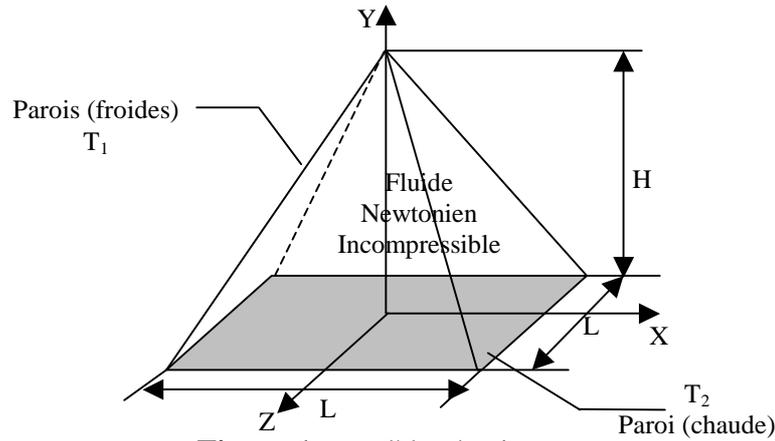


Figure 1 : modèle physique

2.2. Le modèle mathématique

L'écoulement de convection naturelle à l'intérieur de la pyramide est provoqué par les forces de poussées thermiques et reste laminaire. On suppose que les propriétés physiques sont constantes sauf pour la masse volumique du mélange qui dépend de sa température. Les grandeurs caractéristiques utilisées pour adimensionner le problème sont la différence de température $\Delta T = T_2 - T_1$ entre les parois de la cavité, la hauteur H de la cavité comme longueur de référence et la diffusivité thermique α du fluide. Le modèle mathématique obtenu est le suivant:

✓ Conservation de masse (équation de mouvement) :

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0 \quad (1)$$

✓ Equation de la quantité du mouvement (Équation de la Vitesse):

$$[u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*}] = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + Pr [\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}}] \quad (2)$$

$$[u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*}] = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + Pr [\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}}] + Pr Ra (T^* - 0.5) \quad (3)$$

$$[u^* \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial w^*}{\partial z^*}] = -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} + Pr [\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}}] \quad (4)$$

✓ Conservation d'énergie (équation d'énergie) :

$$[u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*}] = [\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}}] \quad (5)$$

3. RESULTATS ET DISCUSSION

3.1. Effet de nombre Rayleigh

Lorsque les températures sont imposées sur les parois horizontale et inclinées de la cavité pyramide, nous faisons varier le nombre de Rayleigh entre 10^3 et 10^6 tout en maintenant un régime laminaire. Nous nous limiterons donc dans ce paragraphe à mettre en évidence l'influence du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur. Les résultats obtenus

sont donc des profils de la température le long de l'axe de symétrie de la cavité, pour différent rapport de forme H/L (figure 2).

La figure 2 montre que lorsque le nombre de Rayleigh est faible ($Ra=10^3$) la température au milieu de la cavité chute linéairement sur le 1/3 de la hauteur au niveau de la base de la cavité, ensuite continue sa diminution d'une façon asymptotique de tel façon à avoir toute la zone supérieure de la cavité (1/3 de la hauteur supérieure) isotherme. Cette évolution prédit un écoulement thermique conductif. Par contre lorsque le nombre Rayleigh devient plus important ($Ra=10^6$), la cavité présente une zone où le gradient de température est faible ($0 < y < 0,6$) et une zone où le gradient de température est intense ($0,7 < y < 1$). Cela, s'explique par un écoulement convectif ascendant d'un flux chaud ce qui permet de maintenir le cœur de la pyramide proche de la température de la paroi chaude, par contre cet écoulement qui ne peut atteindre le sommet de la pyramide reste dominé par un régime conductif.

La figure 3 nous permet de voir la répartition du transfert de chaleur le long la paroi chaude de la cavité pour un rapport de forme H/L=1 pour $Ra=10^4$. Nous remarquons que l'échange de chaleur est maximum au niveau des frontières parce que le fluide se situe dans une zone où le gradient de température est intense au niveau de l'intersection des parois chaude et froides.

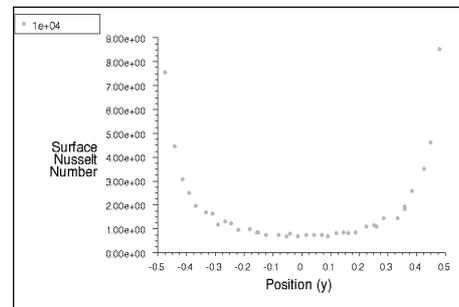
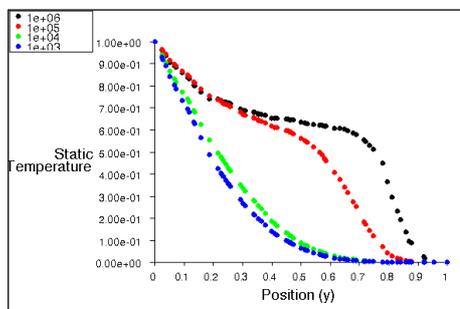


Figure 2 : Profils des températures établi le long de l'axe vertical de la cavité (L/H=1)

Figure 3 : Nu_{local} le long de la paroi chaude de la $Pr=0,71$, en fonction de la valeurs de Ra

3.2. Effet du rapport de forme H/L

La géométrie de la pyramide peut avoir une influence sur la convection naturelle, c'est pour cela que nous avons jugé utile d'étudier l'influence du rapport de forme (H/L) sur le transfert de chaleur. Nous avons pris trois valeurs du rapport de forme H/L (0,5; 1,0 et 1,5) et nous avons déterminé la distribution des températures dans les trois cas.

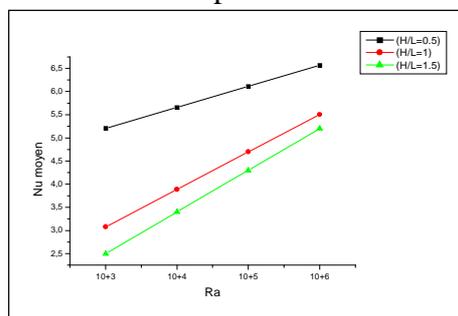
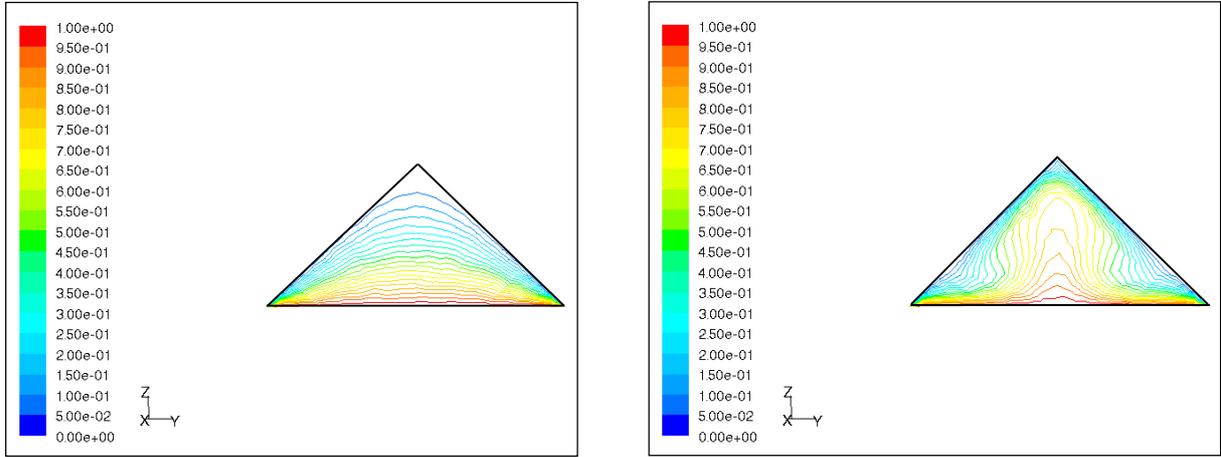


Figure 4 : Evolution du nombre de Nusselt le long de la paroi chaude en fonction de nombre de Rayleigh.

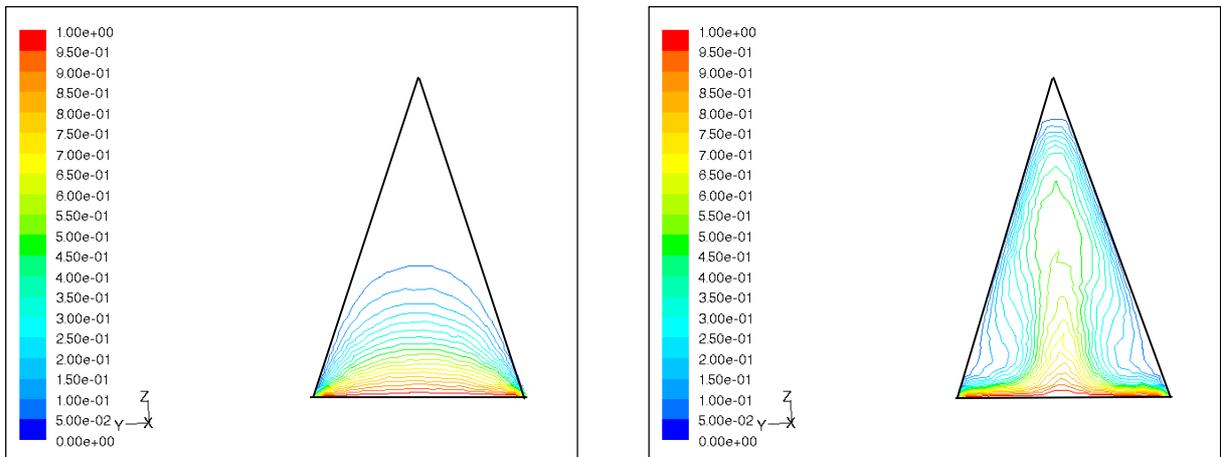
Les figures 5 et 6 représentent la distributions de températures pour différentes géométrie (H/L =0,5, H/L =1,5). Des structures multicellulaires sont formées dans les 2 cas avec la variation de l'intensité de l'écoulement en passant par une dominance d'un transfert

de chaleur conductif ($Ra=10^3$) vers une dominance d'un transfert de chaleur convectif ($Ra=10^6$).

La figure 4 représente l'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour plusieurs rapports de forme H/L. Pour une surface de base constante le transfert de chaleur devient intense lorsque la hauteur de la pyramide diminue.



(a) (b)
Figure 5 : lignes isothermes (Rapport H/L=0,5) pour
 (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra=10^6$ respectivement.



(a) (b)
Figure 6 : lignes isothermes (Rapport H/L=1,5) pour
 (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra=10^6$ respectivement.

4. CONCLUSION

Nous avons étudié la convection naturelle laminaire dans une cavité pyramide fermée. La configuration géométrique du modèle physique est une cavité pyramide soumise à un gradient de température vertical. Les conditions aux frontières sont de type Dirichlet (températures imposées). Le problème a été abordé selon une approche numérique, basée sur la méthode des volumes finis en utilisant le logiciel commercial "Fluent".

Dans une première étape, nous avons analysé le comportement des structures d'écoulements et du champ de température, en régime laminaire, et nous avons remarqué que

les tailles des cellules restent constantes pour un nombre de Rayleigh $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, puis elles augmentent au-delà de 10^5 . Nous avons observé des écoulements plus accélérés près des couches limite. Les gradients de température sont essentiellement verticaux lorsque le fluide est immobile et conductif, et courbé lorsque des cellules convectifs occupent la cavité.

Par ailleurs, la convection naturelle est évidemment très sensible à la variation du rapport de forme. En effet, d'après les résultats obtenus, plus le rapport de forme augmente plus nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude diminue dans le cas la cavité chauffée par le bas.

Nomenclature

| | | | |
|---------|----------------------------------|-------------------|-------------------------------------------------------|
| Symbole | | x,y,z | Coordonnées cartésiennes, <i>m</i> |
| H | Hauteur de la pyramide, <i>m</i> | Symboles grecs | |
| L | Largeur de la pyramide, <i>m</i> | α | Diffusivité thermique, m^2/s |
| Nu | Nombre de Nusselt | β | Coefficient de dilatation thermique, $^{\circ}K^{-1}$ |
| P | Pression statique, N/m^2 | Exposant, Indices | |
| Pr | Nombre de Prandtl | i | interne |
| Ra | Nombre de Rayleigh | * | Grandeurs adimensionnés |
| T | Température K | | |
| u | Vitesse suivant x <i>m/s</i> | | |
| v | Vitesse suivant y, <i>m/s</i> | | |
| w | Vitesse suivant z, <i>m/s</i> | | |

Références

- [1] H. Bénard, Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportant de la chaleur par convection en régime permanent, *Ann.Chim. Phys*, Volume 723, pp 62-79, 1901.
- [2] L. Raleigh, On Convection Currents in a Horizontal Layer of Fluid, When the Higher Temperature is on the Underside, *Phil.Mag*, Volume 32, pp 529-538, 1916.
- [3] G.D Vahl Davids, Laminar natural convection in an enclosed square cavity. *Int. J. of Heat Transfer*, Volume 11, pp 1675-1693, 1993.
- [4] D. Kalache, Contribution à l'étude de la convection naturelle en cavités trapézoïdales chauffées par dessous. Thèse de l'université de Poitiers (1987).
- [5] D.J. Reynolds et M.J. Jance et M. Behnia et G.L. Morrison. An experimental and computational study of the heat Loss characteristics of a trapezoidal cavity absorber. *Solar Energy*, Volume 76, pp 229-234, 2004.
- [6] S.W. lam et R. Gani et J. Symons, Experimental and numerical studies of natural convection in trapezoidal cavities, *Int. J. of Heat transfer*, Volume 111, pp 372-377, 1989.
- [7] G.A Holtzman et R.W. Hill et K.S. Ball, Laminar natural convection in isosceles triangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from above, *Transactions of the ASME* , Volume 122, pp 2141-2152, 2000.
- [8] M. Benyamine et B. Draoui et T. Boulard, Natural convection in transient regime of Moon-Span greenhouse no cultivated by the stoking (flux), *Colloque Annuel de la Societé Francaise des Thermiciens*, pp 632-647, 1993.