



Etude numérique de la convection naturelle turbulente dans une cavité trapézoïdale

Khalil Lasfer, Mounir Bouzaiane, Taieb Lili

► To cite this version:

Khalil Lasfer, Mounir Bouzaiane, Taieb Lili. Etude numérique de la convection naturelle turbulente dans une cavité trapézoïdale. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00160517

HAL Id: hal-00160517

<https://hal.science/hal-00160517>

Submitted on 29 Aug 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE TURBULENTE DANS UNE CAVITE TRAPEZOÏDALE

Khalil LASFER¹, Mounir BOUZAIANE², Taieb LILI³

Laboratoire de Mécanique de fluide, Département de Physique, Faculté des Sciences de Tunis
lasferkhalil@yahoo.fr

Résumé : Dans le présent travail, nous étudions le transfert de chaleur en convection naturelle turbulente dans une cavité bidimensionnelle à section trapézoïdale et isocèle (de hauteur $H=2,5$ m) remplie d'air et dont les parois latérales sont différentiellement chauffées tandis que les parois horizontales sont adiabatiques. Le modèle de turbulence $k-\omega$ à faible nombre de Reynolds a été intégré dans notre code de calcul. Le système d'équations gouvernant le problème est résolu numériquement à l'aide d'une méthode aux volumes finis en se basant sur l'algorithme SIMPLE. Le modèle élaboré est d'abord validé à partir des résultats expérimentaux et numériques dans le cas d'un écoulement turbulent dans une cavité carrée. Ensuite, l'étude a porté essentiellement sur l'influence de l'inclinaison des parois latérales de la cavité sur le comportement dynamique et le transfert de chaleur au sein de la cavité.

Mots clés : convection naturelle turbulente, cavité trapézoïdale isocèle, inclinaison.

1. INTRODUCTION

Les études de la convection naturelle dans des cavités confinées constituent depuis plusieurs années, l'objet de plusieurs recherches, du fait de son implication dans de nombreux phénomènes naturels et applications industriels. La plupart des travaux antérieurs qui se sont intéressés au problème de la convection naturelle concernent les cas d'enceintes de forme régulières. Peu d'études ont été consacrées à des formes irrégulières, malgré que la géométrie irrégulière survienne dans plusieurs applications à intérêt pratique. Des travaux concernant des cavités non rectangulaires ont été fournis par Lee [1,2], Lam et al [3], Peric [4] et Kuyper et Hoogendoorn [5].

Cette communication porte sur l'étude de la convection naturelle turbulente de l'air confiné dans une cavité trapézoïdale. Elle a pour objet de déterminer l'influence de l'inclinaison des parois actives sur le transfert de chaleur et la structure de l'écoulement.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Nous considérons une enceinte fermée de section trapézoïdale symétrique remplie d'air dont les parois latérales sont différentiellement chauffées, alors que les parois horizontales sont supposées adiabatiques. La configuration étudiée est schématisée sur la figure 1.

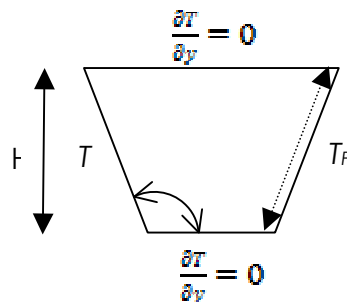


Figure 1 : Modèle géométrique

Nous avons adopté les approximations classiques suivantes :

- L'écoulement est incompressible, permanent, Newtonien et bidirectionnel
- L'approximation de Boussinesq est adoptée :

$$\rho = \rho_{réf} \left[1 - \beta (T - T_{réf}) \right] \quad (1)$$

Compte tenu de ces hypothèses, les équations de conservation sont données par :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \nu_t \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] + g_i \frac{(\rho_{réf} - \rho)}{\rho_{réf}} \quad (3)$$

$$u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

Dans les équations (3) et (4), ν_t est donnée par l'expression suivante :

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k}{\omega} \quad (5)$$

Le modèle PDH [6] est retenu pour les équations de transport de k et de ω :

$$u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - C_k f_k \omega k + G_k \quad (6)$$

$$u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + C_{\omega 1} f_\omega \frac{\omega}{k} P_k + C_{\omega 2} \omega^2 + C_\omega \frac{\nu_t}{k} \left(\frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (7)$$

P_k est le terme de production de l'énergie cinétique turbulente par cisaillement :

$$P_k = \nu_t \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

G_k est la production d'énergie turbulente par la force de gravité :

$$G_k = -\beta g_i \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (9)$$

Les constantes de ce modèle sont C_μ , C_k , σ_ω , σ_k , σ_T , $C_{\omega 1}$, $C_{\omega 2}$ et C_ω choisies respectivement égales à : 1, 0.09, 1.35, 0.8, 0.9, 0.42, 0.075 et 0.75.

f_μ , f_k et f_ω , sont les fonctions d'atténuations aux parois et qui sont fonction du nombre de Reynolds turbulent R_T :

$$R_T = \frac{k}{\omega \nu} \quad (10)$$

$$f_\mu = 0.025 + \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{R_T}{10} \right)^{3/4} \right) \right] \left[0.975 + \frac{0.001}{R_T} \exp \left(- \left(\frac{R_T}{200} \right)^2 \right) \right] \quad (11)$$

$$f_k = 1 - 0.722 \exp \left[- \left(\frac{R_T}{10} \right)^4 \right] \quad (12)$$

$$f_\omega = 1 + 4.3 \exp \left[- \left(\frac{R_T}{1.5} \right)^{1/2} \right] \quad (13)$$

Les conditions initiales et des conditions aux frontières spécifiques à notre problème sont :

- Conditions d'adhérence : sur toutes les parois, les vitesses sont nulles, ($u_i = 0$, $i = 1, 2$).

- La paroi inclinée gauche est chauffée à température constante, $T_C = 323 \text{ K}$.
- La paroi inclinée droite est refroidie à température constante, $T_F = 283 \text{ K}$.
- Les parois horizontales sont adiabatiques. $\partial T / \partial y = 0$.
- L'énergie cinétique turbulente est nulle aux parois $k_w = 0$.
- La valeur de La dissipation spécifique ω pour les nœuds adjacents à la paroi est :

$$\omega_w = \frac{6 \nu}{C_{\omega 2} n_1^2}, \quad n_1 \text{ est la distance normale à la paroi du premier nœud.}$$

3. METHODE ET VALIDATION DU CODE NUMERIQUE

Les équations précédentes sont intégrées, par la méthode des volumes finis. Nous avons approximé les termes diffusifs par un schéma centré et les termes convectifs par un schéma upwind. Le système d'équations algébriques résultant est résolu par la procédure SIP [7]. Le couplage pression vitesse est basé sur l'algorithme SIMPLE [8]. Un maillage irrégulier resserré près des parois a été utilisé pour une meilleure précision. Comme c'est illustré à la figure 3, les résultats de notre code pour le cas d'une cavité carrée ont montré un bon accord avec ceux publiés par F. Ampofo et T. G. Karayiannis [9].

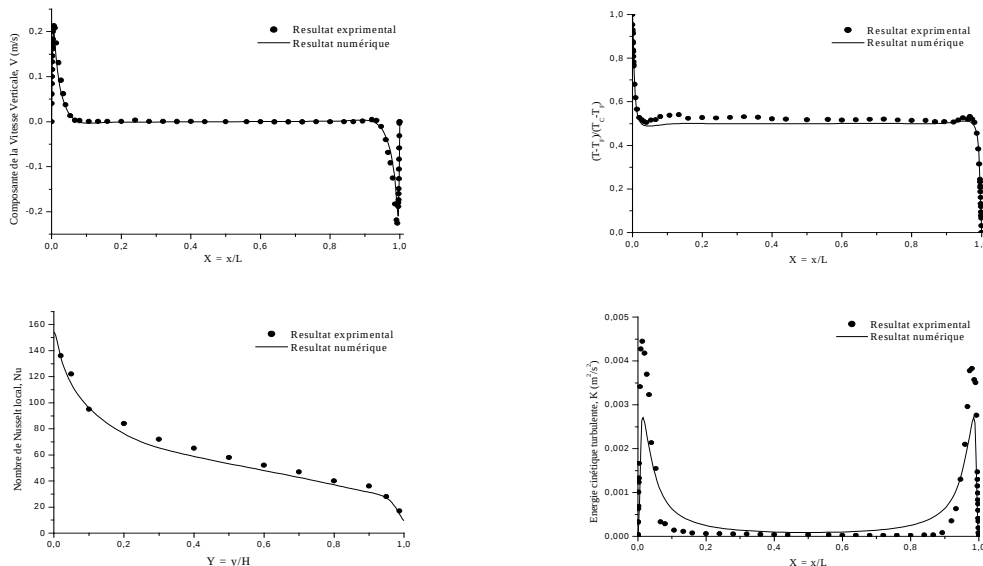


Figure 3 : Comparaison de nos résultats avec les résultats expérimentaux

4. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Nous avons effectué l'étude numérique pour différents angles d'inclinaison δ des parois latérales de la cavité. Les calculs sont menés pour un nombre de Rayleigh, $Ra = 5.85 \times 10^{10}$ et pour des valeurs de δ comprises entre 70° et 110° . La figure 4 illustre la distribution des lignes de courant, des isothermes et des iso-lignes de l'énergie cinétique turbulente. Nous remarquons que l'écoulement présente un aspect parallèle et une stratification thermique prononcée au cœur de la cavité et que la majeure partie de l'écoulement se déplace au niveau des parois latérales ; ceci se traduit par la formation d'une couche limite aux proximités de ces parois. On peut distinguer aussi que les lignes de courant deviennent de plus en plus distordues dans la partie supérieure ou la partie inférieure de la cavité, respectivement si on augmente ou on diminue l'inclinaison à partir de $\delta = 90^\circ$. Cette structure est accompagnée par des zones de recirculation dans le coin inférieur droit et le coin supérieur gauche de la cavité.

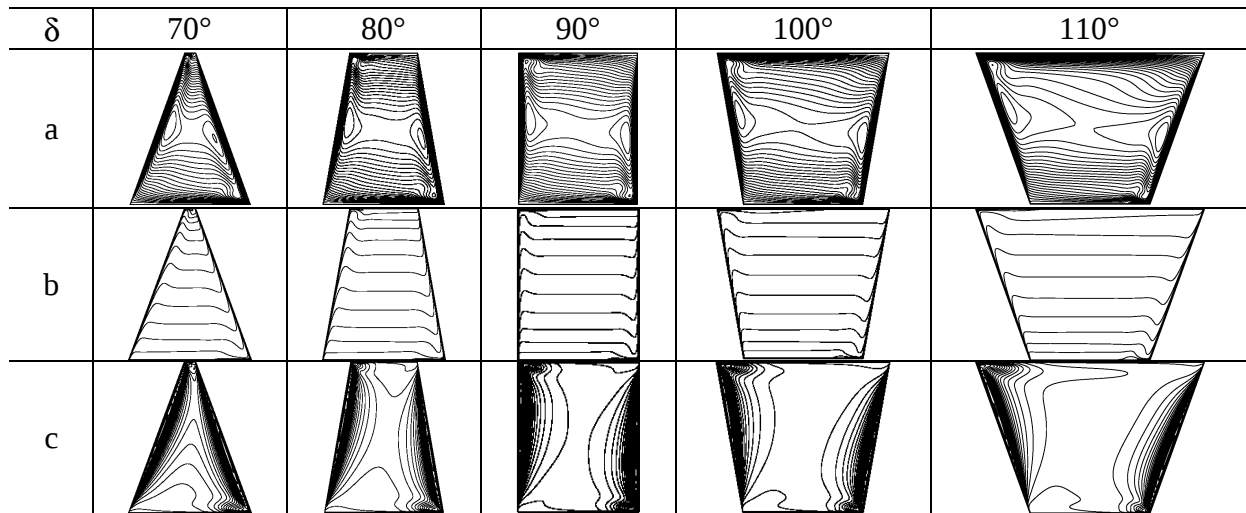


Figure 4: a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente

Sur la figure 5 sont reportées les valeurs de l'intensité maximale du courant $\psi_{\max}$, relatives aux différentes valeurs de δ . Le profil obtenu est largement influencé par l'angle d'ouverture des coins inférieur gauche et supérieur droit. Nous remarquons que le profil de la fonction $\psi_{\max}$, augmente avec l'inclinaison sauf pour les valeurs de δ comprises entre 70° et 80°. En effet, si on augmente l'inclinaison, le coin inférieur gauche devient de plus en plus obtus et participe à transmettre aisément l'écoulement à la paroi chaude malgré le ralentissement préalablement provoquée par le coin supérieur droit. Quant aux valeurs de δ allant de 80° à 70°, l'intensité maximale du courant s'intensifie légèrement, et ceci peut être expliqué par le fait que le fluide froid semble être guidé par la région stagnante du fluide chaud dans le coin pointu gauche. De ce fait, les lignes de courant deviennent de plus en plus inclinées, indiquant qu'une partie de l'écoulement rampe sur la paroi horizontale inférieure sans passer par le coin inférieur gauche dont la contribution est de ralentir l'écoulement.

L'intensité de transfert de la chaleur à travers les parois latérales est donnée par la figure 6, qui présente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'inclinaison. Pour la paroi chaude, la variation de l'intensité de l'énergie gagnée est faible et présente une valeur maximale pour le cas où la cavité est rectangulaire ($\delta = 90^\circ$). En effet le facteur dominant qui permet cette allure est le terme moteur de la convection naturelle $\beta \Delta T g \cos(\delta)$, dont l'intensité est d'autant plus intense que l'inclinaison tend vers 90°. Tandis que pour la paroi froide, une augmentation de l'inclinaison, illustre une décroissance remarquable de l'intensité de l'énergie perdue. En effet, le coin supérieur droit devient de plus en plus aigu et la longueur de la base supérieure de la cavité augmente. De ce fait, les particules fluides qui quittent la paroi chaude perdent assez de la chaleur avant d'adhérer à la paroi froide ; de plus la quantité de fluide emprisonnée dans le coin supérieur droit oblige une partie des particules fluides à ramper sur la base supérieure avant d'adhérer partiellement à la paroi.

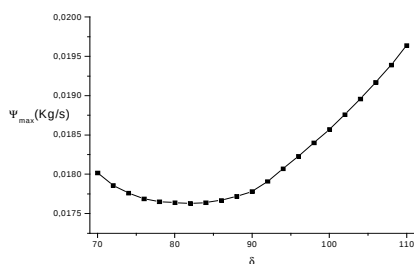


Figure 5 : Le profil de la fonction de courant maximale en fonction de l'inclinaison

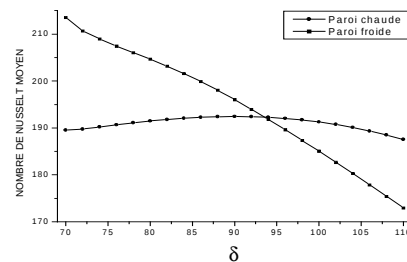


Figure 6 : Variation de nombre de Nusselt moyen le long des parois latérales

5. CONCLUSION

Nous avons pu mettre en évidence le comportement de l'air en régime turbulent à l'intérieure d'une cavité trapézoïdale symétrique et différentiellement chauffée. Pour se faire, nous avons employé le modèle de turbulence $k-\omega$ de Peng-Davidson-Holmberg. Notre investigation a permis de mettre en évidence les effets de l'inclinaison sur l'intensité de l'écoulement dans la cavité et sur le transfert de chaleur à travers les parois latérales. Pour les valeurs de δ allant de 90° à 110° , il a été montré que malgré l'intensification de l'écoulement le nombre de Nusselt moyen à travers les deux parois latérales décroît. De même, nous avons remarqué que l'augmentation de la surface d'échange (parois latérales), engendrée par la variation de l'inclinaison à partir de $\delta=90^\circ$ diminue le transfert de la chaleur, sauf pour la paroi froide (pour δ comprises entre 70° et 90°). D'autre part, nous avons remarqué que le transfert de chaleur gagné est supérieur à celui perdu, pour les valeurs de δ comprises entre 93.5° et 110° et vis versa pour les valeurs de δ comprises entre 70° et 93.5° .

Nomenclature

g : accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$	λ : conductivité thermique du fluide, $W.m^{-1}.K^{-1}$
$\overline{Nu}$: nombre de Nusselt local $[=1/L \int_0^L -\partial T / \partial n \, dy]$	β : coefficient d'expansion thermique $[=1/T_{ref}]$, K^{-1}
Pr : nombre de Prandtl $[=v/\alpha]$	δ : angle d'inclinaison des parois latérales, $^\circ$
T : température moyenne, K	ν : viscosité cinématique du fluide, $m^2.s^{-1}$
T_C : température de la paroi chaude, K	ρ : densité du fluide, $Kg.m^{-3}$
T_F : température de la paroi froide, K	n : direction normale aux parois latérales
ΔT : écart de température $[= T_C - T_F]$, K	
T_{ref} : température de référence $[= (T_C + T_F)/2]$, K	
Ra : nombre de Rayleigh thermique $[= g \beta \Delta T H^3 Pr/\nu^2]$	
L : longueur de la paroi latérale, m	
H : hauteur de la cavité, m	

Références

- [1] T. S. Lee, Computational and experimental studies of convective fluid-motion and heat transfer in inclined non-rectangular enclosures, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 5, 29-36, 1984.
- [2] T.S. Lee, Numerical Experiments with Fluid Convection in Tilted Non rectangular Enclosures, *Numerical Heat Transfer*, 19, 487-499, 1991.
- [3] S. Lam, R. Gani et J. Symons, Experimental and numerical studies of natural convection in trapezoidal cavities, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 111, 372-377, 1989.
- [4] M. Peric, Natural Convection in Trapezoidal Cavities, *Numerical Heat Transfer*, 24, 213-219, 1993.
- [5] R.A. Kuyper et C.J. Hoogendoorn, Laminar Natural Convection Flow in Trapezoidal Enclosures, *Numerical Heat Transfer*, 28, 55-67, 1995.
- [6] S. H. Peng, L. Davidson et S. Holmberg, A modified low-Reynolds-number $k-\omega$ model for recirculating flows, *ASME Journal of Fluid Engineering*, 119, 867-875, 1997.
- [7] H. L. Stone, Iterative solution of implicit approximations of multi-dimensional partial differential equations, *SIAM J. Numer. Anal.*, 5, 530-558, 1968.
- [8] S. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, New York, 1980.
- [9] F. Ampofo et T.G. Karayiannis, Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46, 3551-3572, 2003.