



**HAL**  
open science

## Méthodes de calcul non local : application aux structures composites

Norbert Germain, Jacques Besson, Frédéric Feyel

► **To cite this version:**

Norbert Germain, Jacques Besson, Frédéric Feyel. Méthodes de calcul non local : application aux structures composites. Septième colloque national en calcul des structures, 2005, Giens, France. pp.135-140. hal-00160206

**HAL Id: hal-00160206**

**<https://hal.science/hal-00160206v1>**

Submitted on 12 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Méthodes de calcul non local: Application aux structures composites

Norbert Germain, Jacques Besson, Frédéric Feyel

► **To cite this version:**

Norbert Germain, Jacques Besson, Frédéric Feyel. Méthodes de calcul non local: Application aux structures composites. 7e colloque national en calcul des structures, May 2005, Giens, France. 7e colloque national en calcul des structures, 2005. <hal-01812944>

**HAL Id: hal-01812944**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01812944>**

Submitted on 12 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Méthodes de calcul non local : Application aux structures composites

Norbert Germain\* — Jacques Besson\*\* — Frédéric Feyel\*

\* ONERA

BP-72, 29 avenue de la division Leclerc  
92322 Chatillon Cedex

{norbert.germain, frederic.feyel}@onera.fr

\*\* ENSMP/CdM

BP-87  
91003 Evry Cedex

jacques.besson@ensmp.fr

---

*RÉSUMÉ. Afin de pallier aux défaillances de la méthode des éléments finis et de l'algorithme de résolution de Newton-Raphson rencontrées en calcul de structures composites endommageables, un travail a été mené dans le but d'appliquer une méthode de calcul non local par éléments finis. Le modèle proposé repose sur l'utilisation d'une méthode à gradient implicite pour non localiser l'endommagement et sur la résolution du système non linéaire obtenu à l'aide d'une méthode à longueur d'arc. D'un côté, le calcul non local à gradient implicite permet de résoudre les problèmes de dépendance aux maillages souvent rencontrés lors de l'utilisation de lois endommageables sur des structures complexes. D'un autre, l'utilisation d'un algorithme à longueur d'arc, de type Riks/Crisfield, permet de gérer les instabilités et les sauts de solution en particulier lors du flambage ou d'un endommagement brutal de la structure. La parallélisation de ces méthodes rendra leurs utilisations compatibles avec le calcul de structure industrielles.*

*ABSTRACT. Problems are often encountered while simulating the damage and failure of composite structures using the finite element method together with a Newton-Raphson solving procedure. These difficulties are related to an uncontrolled mesh dependency caused by damage localisation and to structural instabilities. The first problem can be overcome using non local damage models together with the proper finite element formulation. In this work, an implicit gradient model is used to regularize an anisotropic model using three damage variables. The second problem is solved using an arc length method which allows to manage instabilities and snap-backs caused by the loss of strength carrying capacity of the damaged material. Parallel computation allows the use of such methods for industrial models*

*MOTS-CLÉS : Composite, Éléments finis, Localisation, Longueurs d'arc, Parallèle*

*KEYWORDS: Arc-length, Composite, Finite elements, Localisation, Parallel*

---

## 1. Introduction

Les recherches menées durant les vingt dernières années permettent de mieux décrire le comportement des matériaux composites à matrice céramique ou organique. De nouvelles lois de comportements permettent de prendre en compte l'évolution de l'endommagement dans les structures industrielles et donc de prévoir leurs défaillances.

Malheureusement, l'utilisation de ces lois lors de simulations par éléments finis induit un grand nombre de problèmes numériques. Par exemple, des instabilités et des localisations apparaissent, ce qui entraînent une divergence du solveur ou une perte de signification des résultats.

De plus, ces lois nécessitent des maillages plus raffinés pour assurer une bonne qualité des résultats. Ces maillages amplifient très fortement les coûts de calcul et les ressources informatiques nécessaires à leur exécution.

Afin de résoudre ces difficultés, un modèle non local est proposé. Celui-ci repose sur l'utilisation d'une formulation non locale des équations de la mécanique ainsi que sur l'utilisation d'une méthode de pilotage des conditions aux limites. La réduction des coûts de simulation passe quant à elle par la parallélisation des différents outils nécessaires aux calculs par éléments finis.

## 2. Modèle non local

### 2.1. *Modèle à gradient implicite en endommagement*

Afin de résoudre les problèmes de dépendance aux maillages (i.e. à la taille et à l'orientation des mailles), engendrant des résultats incompatibles avec la mécanique du solide (rupture sans dissipation d'énergie, bifurcation anormale des fissures, ...), il est possible d'utiliser des modèles non locaux.

Dans ces modèles, le postulat de l'état local est remis en cause par l'adjonction de nouvelles variables internes  $\bar{f}_i$  dépendant de la valeur d'une variable préexistante (régissant l'état de la structure)  $f_i$  sur l'ensemble de la structure. Le couplage entre ces deux variables peut s'effectuer de trois manières (formulation intégrale, à gradient explicite ou implicite, [PEE 99]). Dans notre étude, notre choix s'est porté sur une formulation à gradient implicite car elle ne nécessite pas le choix d'une fonction de pondération (à la différence de la formulation intégrale), elle n'augmente pas le degré de notre problème (à la différence de la formulation à gradient explicite) et elle aboutit à la résolution d'une équation de diffusion se couplant bien à la méthode des éléments finis.

Le nouveau problème à résoudre s'écrit alors sur le domaine  $\Omega$  :

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\sigma) = 0 \\ \bar{f}_i - \nabla \cdot (c \nabla (\bar{f}_i)) = f_i \quad \text{pour } i = 1..n \end{cases} \quad [1]$$

Les conditions aux limites sur la frontière  $\Gamma$  de  $\Omega$  sont les suivantes :

$$\begin{cases} u = u_{imp} & \text{sur } \Gamma_u \\ \underline{\sigma} \cdot \underline{n} = F_{imp} & \text{sur } \Gamma_F \\ \frac{\partial f_i}{\partial x} \cdot \underline{n} = 0 & \text{sur } \Gamma \end{cases} \quad [2]$$

La discrétisation par éléments finis de ce problème amène à la recherche du zéro de la formulation faible :

$$H(\underline{u}, \underline{f}_i) = \begin{cases} H_0(\underline{u}, \underline{f}_i) = \int_{\Omega} \nabla(N)^T \underline{\sigma} d\Omega \\ H_i(\underline{u}, \underline{f}_i) = \int_{\Omega} M^T M \underline{f}_i + \nabla(M)^T c \nabla(M) \underline{f}_i - 1^T M^T f_i d\Omega \end{cases} \quad [3]$$

La matrice tangente de  $H$  est donnée par :

$$\frac{dH}{d\Delta X} = \begin{pmatrix} \int_{\Omega} B^T K B d\Omega & \int_{\Omega} -1^T M^T L_1 B d\Omega & \cdots & \int_{\Omega} -1^T M^T L_n B d\Omega \\ \int_{\Omega} B^T P_1 M d\Omega & \int_{\Omega} M^T M + C^T c C d\Omega & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ \int_{\Omega} B^T P_n M d\Omega & 0 & 0 & \int_{\Omega} M^T M + C^T c C d\Omega \end{pmatrix} \quad [4]$$

avec respectivement  $K, L_i$  et  $P_i$ , les dérivées de  $\Delta \underline{\sigma}$  par rapport à  $\Delta \underline{\varepsilon}$ , de  $\Delta \underline{\sigma}$  par rapport à  $\Delta \underline{f}_i$  et de  $\Delta f_i$  par rapport  $\Delta \underline{\varepsilon}$ , en supposant qu'il n'existe pas de couplage entre les variables non locales et leurs homologues locales.

Dans nos travaux, les variables non localisées seront soit l'endommagement (trois variables scalaires décrivant l'endommagement dans les directions principales du matériau) soit leurs forces motrices (six variables scalaires, une normale et une tangentielle pour chaque endommagement).

## 2.2. Parallélisation

Afin de s'assurer de l'équivalence entre le calcul séquentiel et le calcul parallélisé, deux méthodes sont couramment employées dans les problèmes à un champ (les déplacements). L'algorithme doit assurer sur  $\Gamma_{12}$ , frontière entre le sous domaine  $\Omega_1$  et le sous domaine  $\Omega_2$  [GOS 03] :

– soit l'équilibre des réactions sur les frontières des sous domaines (méthode duale) :

$$\underline{\sigma}_1 \cdot \underline{n}_1 + \underline{\sigma}_2 \cdot \underline{n}_2 = 0 \text{ sur } \Gamma_{12} \quad [5]$$

où  $\underline{n}_i$  et  $\underline{\sigma}_i$  sont respectivement la normale sortante au domaine  $\Omega_i$  et la contrainte sur la frontière  $\Gamma_{12}$ .

– soit l'équilibre des déplacements sur les frontières des sous domaines (méthode primale).

$$u_1 = u_2 \text{ sur } \Gamma_{12} \quad [6]$$

où  $u_i$  est le déplacement d'un noeud sur la frontière  $\Gamma_{12}$ .

Dans le cas du calcul non local, le problème est à  $N$  champs. La base de la méthode reste inchangée mais il est nécessaire de choisir pour chaque degré de liberté une méthode de raccordement. Il est alors possible d'utiliser des méthodes mixtes mélangeant les degrés de libertés primaux et duaux.

La nature et la dimension des  $N$  champs étant différentes, il est nécessaire d'effectuer une adimensionnalisation de la matrice. De plus, notre problème n'étant plus symétrique, une méthode de résolution local de type gradient conjugué n'est plus suffisante. Notre choix s'est donc porté sur une méthode de type GMRES [AYA 03].

### 3. Algorithme à longueurs d'arc

#### 3.1. Algorithme à longueurs d'arc local

Afin de mieux prédire le comportement des matériaux complexes, les mécaniciens développent des lois non linéaires prenant en compte l'évolution de l'endommagement ou de la plasticité. Ces lois, de type adoucissantes, mettent en défaut l'algorithme de Newton-Raphson. Lorsque le comportement global de la structure devient fortement non linéaire des sauts de solutions ou des instabilités peuvent apparaître. Ceux-ci engendrent une perte de signification des résultats. En effet, il n'y a aucune assurance que les mécanismes, issus du parcours du retour-arrière, se soient bien enclenchés.

Durant les vingt dernières années, différentes méthodes ont été développées afin d'adapter l'incrément de chargement à l'état de la structure [RIK 76]. Toutes ces méthodes sont basées sur le même schéma se rapprochant fortement de l'algorithme de Newton-Raphson. La différence réside dans l'indétermination de l'intensité du chargement :  $q_{ext}$ . Une nouvelle inconnue  $\lambda$  est alors définie afin de la lever. Le problème à résoudre s'écrit alors :

$$g(p, \lambda) = q_{int}(p, \lambda) - \lambda q_{ext}^0 = 0 \quad [7]$$

où  $p$ ,  $q_{int}$  et  $q_{ext}^0$  sont respectivement l'inconnue de notre problème (déplacements, variables non locales, ...), les efforts intérieurs et la direction des efforts extérieurs. L'ajout d'une nouvelle inconnue nécessite l'addition d'une nouvelle équation afin que le problème reste bien posé :

$$h(\delta p) = \delta l \quad [8]$$

L'enjeu des méthodes à longueurs d'arc consiste à optimiser le choix de  $h$  afin de gérer les instabilités locales ou globales. Le développement de l'équation [7] de manière incrémentale et itérative montre que la résolution peut s'effectuer de manière successive. Ainsi, à l'incrément  $c + 1$  de l'itération  $i$ , la solution totale de notre problème nous est donnée comme la somme de trois termes :  $p_c$  la solution convergée à l'itération  $c$ ,  $p_i$  l'incrément solution non convergée pour l'incrément présent, et  $\delta p$  l'itéré à l'itération présente :

$$p_{c+1} = p_c + p_i + \delta p \quad [9]$$

La résolution de l'équation [7] montre alors que la valeur de l'itéré est la somme de deux termes :

$$\delta p = \delta p_1 + \lambda \delta p_2 \quad [10]$$

avec :

$$\begin{cases} \delta p_1 = - \left( \frac{\partial q_{int}}{\partial p} \Big|_{(p_i, \lambda_i)} \right)^{-1} g(p_i, \lambda_i) \\ \delta p_2 = - \left( \frac{\partial q_{int}}{\partial p} \Big|_{(p_i, \lambda_i)} \right)^{-1} \left( \frac{\partial q_{int}}{\partial \lambda} \Big|_{(p_i, \lambda_i)} - \frac{\partial q_{ext}}{\partial \lambda} \Big|_{(\lambda_i)} \right) \end{cases} \quad [11]$$

Cette valeur est alors injectée dans l'équation [8] afin de trouver la valeur de l'itéré de l'intensité du chargement.

Différents choix sont possibles pour la fonction de pilotage  $h$ . Les méthodes classiques, prenant en compte l'évolution des déplacements  $u$ , sont très performantes pour la gestion du flambement de structure. Malheureusement, elles ne permettent pas d'assurer la convergence des calculs lors d'instabilités locales. La méthode utilisée dans le présent article est celle développée par Lorentz [E.L 02]. Celle-ci consiste à optimiser le pilotage en fonction de l'état local de la structure.

Ainsi, la longueur d'arc doit vérifier deux conditions : (i) au moins un point de la structure doit rester dans le même état de déformation (afin d'éviter les retours élastiques), (ii) aucun point de la structure ne doit se déformer de plus de  $\delta l$ . Ceci s'écrit :

$$h(u) = \max_g \frac{\tilde{\varepsilon}_c^g}{\|\tilde{\varepsilon}_c^g\|} : \tilde{\varepsilon}^g \quad [12]$$

avec respectivement  $g$  et  $\varepsilon_c$ , un des  $N$  point de gauss et les déformations totales calculées à la fin de l'incrément  $c$ . La valeur de  $\varepsilon$  est fournie par interpolation des déplacements :

$$\tilde{\varepsilon}^g = B^g (u_i + \delta u_1 + \lambda \delta u_2) \quad [13]$$

La résolution de cette équation s'effectue en 2 étapes :

– Trouver l'intervalle de solutions admissibles pour chaque point de gauss :

$$\begin{aligned} I_g &= ] -\infty; \lambda_g] & \text{si} & \frac{\tilde{\varepsilon}_c^g}{\|\tilde{\varepsilon}_c^g\|} : B^\delta u_2 \geq 0 \\ I_g &= ]\lambda_g; +\infty] & \text{si} & \frac{\tilde{\varepsilon}_c^g}{\|\tilde{\varepsilon}_c^g\|} : B^\delta u_2 \leq 0 \end{aligned} \quad [14]$$

avec  $\lambda_g$  solution de  $\frac{\tilde{\varepsilon}_c^g}{\|\tilde{\varepsilon}_c^g\|} : \tilde{\varepsilon}^g = \delta l$ .

– Intersecter l'ensemble des intervalles admissibles : (i) Si l'intervalle est vide alors la taille du pas est réduite, (ii) Si l'intervalle a une seule borne réelle alors  $c$  est la solution, (iii) Si l'intervalle a deux bornes réelles, le retour d'expérience montre que prendre la plus grande donne de bons résultats.

### 3.2. *Parallélisation*

La parallélisation de cet algorithme est naturel. Celle-ci s'effectue en trois étapes :

- Sur chaque sous domaine  $\Omega_i$ , la valeur de l'intervalle admissible  $I_{\Omega_i}$  est calculée,
- Chaque sous domaine  $\Omega_i$  envoie son intervalle admissible à l'ensemble des autres sous domaines  $\Omega_{i \neq j}$ ,
- L'intervalle admissible est l'intersection de ces sous intervalles :  $I = \bigcap I_{\Omega_i}$ .

La solution est alors recherché en fonction des bornes de l'intervalle  $I$ .

## 4. Applications

La présentation des résultats comprend en deux étapes. Dans une première partie, nous mettons en évidence les avantages du calcul parallèle. Ensuite dans une seconde partie, nous présentons dans le cas d'une plaque perforée la nécessité du calcul non local et d'un algorithme de résolution à longueurs d'arc.

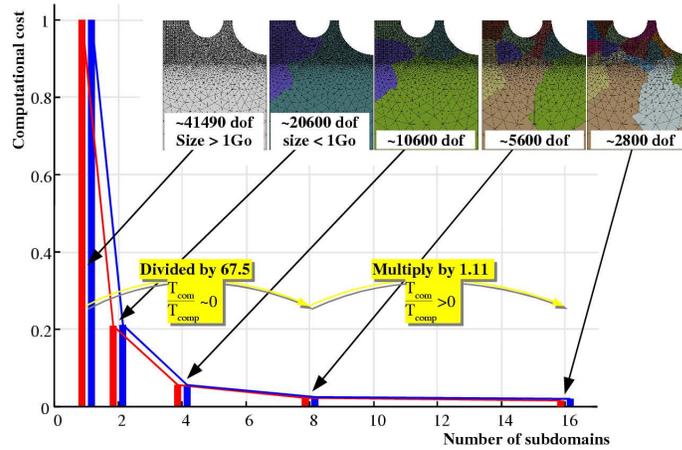
### 4.1. *Avantages du calcul parallèle*

Les méthodes à longueurs d'arc présentent un gros inconvéniant. En effet, il n'est pas possible de prévoir à l'avance le nombre d'incrémentes et d'itérations nécessaire à la résolution de notre problème. Lorsque le problème à résoudre présente un grand nombre d'instabilités (les calculs dépendant du maillage sont des cas tests idéales puisque l'endommagement se propage en cassant un par un les points de gauss), la convergence s'effectue avec des pas de temps petits (cette taille est malgré tout une taille "minimale" pour éviter les sauts de solution ou la divergence du solveur). Il est donc primordial de réduire au maximum le coût de ces itérations.

Les figures 1 et 2 présentent l'évolution du cout d'une itération en fonction du nombre de sous domaines. Le cas test utilisé est le même que celui étudié dans le paragraphe suivant.

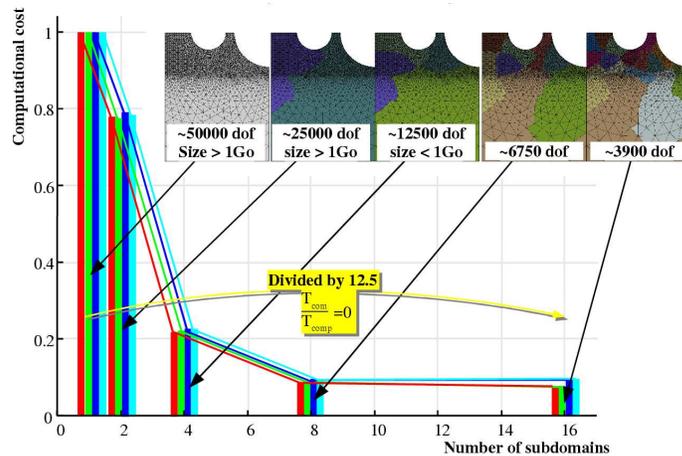
Dans le cas du calcul local, le découpage du problème principal en huit sous sous problème permet de diminuer le coût d'une itération par 70. Au delà de huit sous domaines, les temps de communication entre sous domaines deviennent comparables aux temps de calcul. Le nombre de sous domaines est trop important et les temps de calculs augmentent. On ne note pas de grandes différences entre les méthodes dual et primal.

Dans le cas du calcul non local, les résultats sont similaires. Les degrés de liberté aux noeuds étant de nature et d'intensité différentes, les équilibres entre sous domaines nécessitent plus d'itérations du solveur global. Il en résulte des gains plus faibles. Malgré tout un découpage en 16 sous domaines permet de réduire les temps de calcul



**Figure 1.** Coût d'une itération en calcul local avec une résolution à longueurs d'arc (rouge=méthode primal, bleu=méthode dual)

par un facteur 12.5. Au delà, les temps de calcul stagnent puis augmentent. Dans le cas d'un problème à plusieurs champs, il existe des différences entre les méthodes. En effet, les méthodes ayant le plus grand nombre de degrés de liberté primaux sont plus efficaces et fournissent les meilleurs résultats.

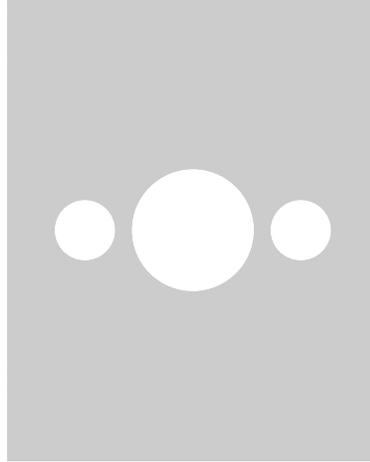


**Figure 2.** Coût d'une itération en calcul non local avec une résolution à longueurs d'arc (rouge=méthode primal, bleu clair=méthode dual, bleu foncé=méthode mixte dual (pour les déplacements) / primal (pour les variables non locales), vert=méthode mixte primal (pour les déplacements) / dual (pour les variables non locales))

## 4.2. Applications à la plaque trouée

### 4.2.1. Présentation du problème

La structure étudiée est une plaque perforée de trois trous sollicitée en traction (fig.3). Celle-ci est fabriqué dans un matériau anisotrope. La loi de comportement est la suivante :



**Figure 3.** Cas test étudié

$$\underline{\underline{\sigma}} = \left( \underline{\underline{1}} - \underline{\underline{D}}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \right) \underline{\underline{C}}^0 : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad [15]$$

avec :

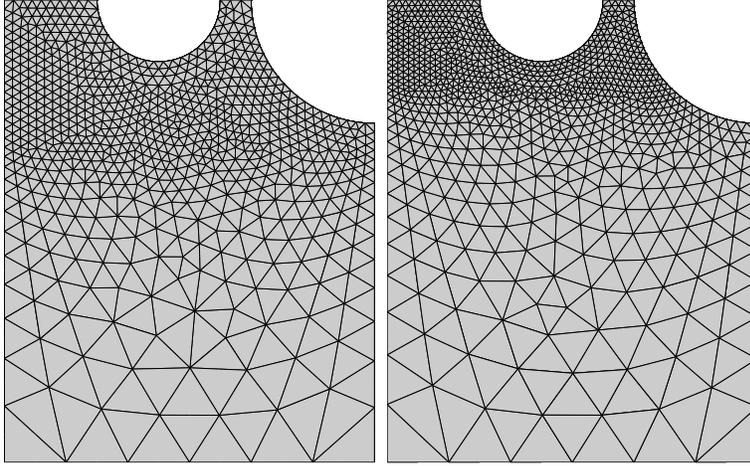
$$\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} D^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{D^1+D^3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{D^2+D^3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{D^1+D^2}{2} \end{bmatrix} \quad [16]$$

La cinétique d'endommagement dans la direction 11 est la suivante (les deux autres s'obtenant par permutation) :

$$\begin{cases} Y^1 = \frac{1}{2} (C_{11}^0 * < \epsilon_{11} >_+^2 + C_{12}^0 * < \epsilon_{12} >_+^2 + C_{13}^0 * < \epsilon_{13} >_+^2) \\ D_\tau^1 = d_c^1 \left( 1 - e^{\left( -\frac{< \gamma^1 - \gamma_0^1 >_+}{\gamma_e^1} \right)^{s^1}} \right) \\ D^1 = \max_{t \leq \tau} (D_\tau^1) \end{cases} \quad [17]$$

Cette loi n'a pas été écrite pour rendre compte du comportement d'un matériau existant. Son écriture, totalement explicite, permet d'effectuer des simulations simples, peu coûteuses mais exacerbant l'ensemble des phénomènes, dû à la localisation des calculs, dans un cas anisotrope (elle peut être vu comme une extension au cas anisotrope de la loi isotrope  $\underline{\sigma} = (1 - D) \underline{\underline{C}}^0 : \underline{\underline{\epsilon}}$ ).

Pour des raisons de symétrie, il est possible d'étudier seulement le quart inférieur gauche de l'éprouvette. Afin de mettre en évidence les problèmes de localisation deux maillages sont créés (fig.4), le second étant deux fois plus fins que le premier.

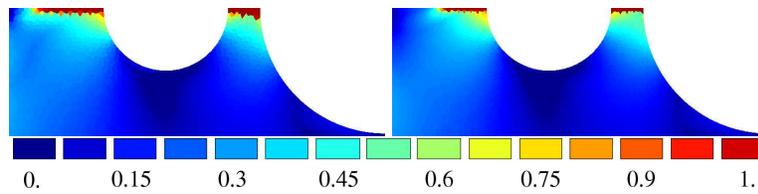


**Figure 4.** Maillages utilisés

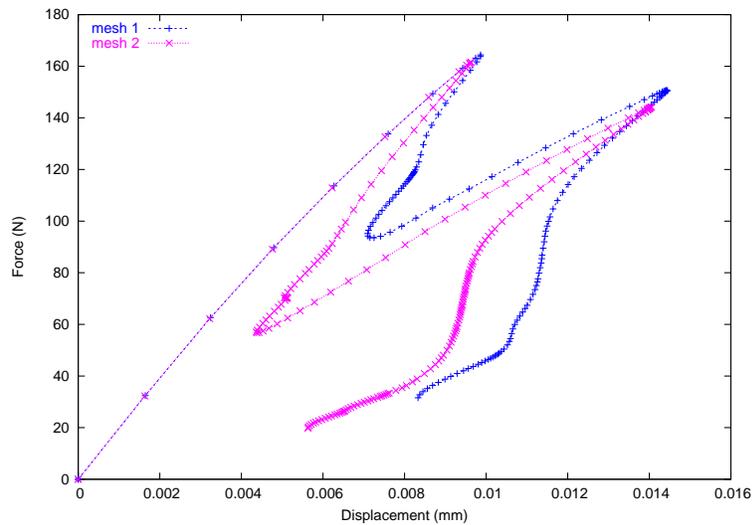
#### 4.2.2. Calcul local

Si l'on s'intéresse à la réponse locale de la structure (fig.5) et plus particulièrement à l'endommagement  $\omega$  (responsable de la rupture de la plaque), la dépendance aux maillages est évidente. En effet, la taille de la "fissure" est proportionnelle à la hauteur des éléments utilisés. Cette diminution d'épaisseur engendre alors une diminution de l'énergie dissipée. Ce phénomène se retrouve sur la réponse globale de la structure (fig.6). En effet, plus le maillage est fin plus l'aire sous la courbe force/déplacement

diminue.



**Figure 5.** Endommagement 11 dans le cas de calculs locaux



**Figure 6.** Réponse globale de la structure dans le cas de calculs locaux

Afin d'étudier l'apport d'un solveur à longueurs d'arc piloté à l'aide des déformations, il est nécessaire de regarder le comportement global de la structure (fig.6). Les points correspondant à la valeur de la solution, à la fin de chaque incrément, sont tracés. L'espacement irrégulier des points montre que le solveur adapte automatiquement la taille de la longueur d'arc en fonction de l'état de la structure. Au début du calcul, le comportement est quasi-élastique. La structure est alors chargée rapidement. Lorsque l'on se rapproche du point de bifurcation, la longueur d'arc diminue afin d'assurer la convergence du solveur. Ensuite lors de la première décharge, la taille de la longueur d'arc reste faible. Cette partie du comportement correspond à la rupture du ligament entre les deux trous. Lorsque la structure est remise en charge, le comportement est à nouveau linéaire, la taille de longueur d'arc peut à nouveau augmenter. Ensuite, le second ligament est rompu ce qui nécessite à nouveau une réduction de la

longueur d'arc. (Avec un solveur classique, de type Newton, le calcul n'aurait pu aller au delà du premier pic de chargement. En effet, la condition de chargement croissant ne peut plus être vérifiée. Avec un solveur à longueur d'arc piloté en déplacement, de nombreuses décharges élastiques apparaissent rendant les résultats inutilisables. La localisation étant un phénomène local (visible aux points de gauss), il n'est pas suffisant de contrôler les déplacements.)

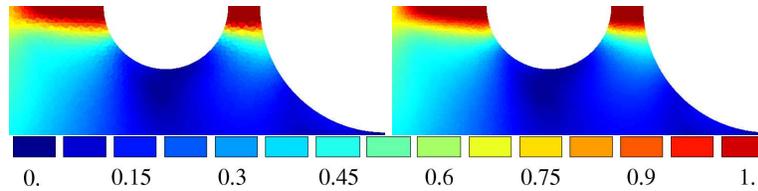
#### 4.2.3. Calcul non local

Pour effectuer des calculs non locaux, il est nécessaire de choisir la variable qui va être délocalisée. Dans notre étude, nous avons choisi les forces motrices de l'endommagement. Le problème revient alors à résoudre :

$$\begin{cases} \sigma = \left( \mathbf{1} - \mathbf{D}(\bar{Y}^i) \right) \mathbf{C}^0 : \varepsilon \\ \bar{Y}^i - c \Delta \bar{Y}^i = Y^i \end{cases} \quad \text{pour } i = 1..3 \quad [18]$$

Avec ces nouvelles hypothèses, le comportement de la plaque est à nouveau simulé. Les contours de l'endommagement 22 montrent que la taille de la fissure est indépendante du maillage (fig.7). Cette taille est maintenant dépendante de la valeur du coefficient  $c$  (celui-ci est proportionnel à une longueur au carré et est dépendant du matériau). Cette indépendance au maillage est également visible au niveau global. En effet, les courbes force/déplacement pour le maillage 1 et 2 sont identiques (fig.8).

Les problèmes de dépendance aux maillages sont résolus.

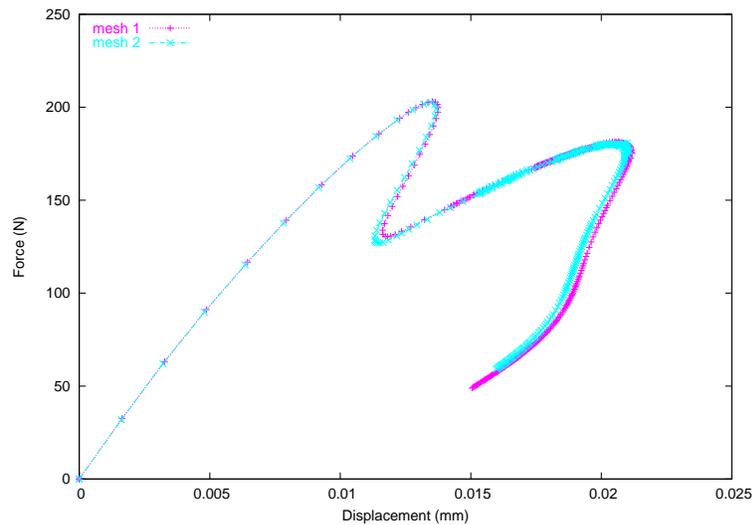


**Figure 7.** Endommagement 11 dans le cas de calculs non locaux

L'étude du comportement du solveur à longueurs d'arc est similaire au cas local. La taille de la longueur d'arc est réduite lorsque l'endommagement augmente. L'absence de fort gradient d'endommagement et une rupture progressive des éléments engendre une longueur d'arc constante dans la suite du calcul. La propagation devient uniforme ce qui induit un maintien de la valeur de la longueur d'arc.

## 5. Conclusion et remerciements

La méthode présentée dans le présent papier s'articule autour de deux outils : le calcul non local à gradient implicite et un algorithme de résolution à longueurs d'arc.



**Figure 8.** Réponse globale de la structure dans le cas de calculs non locaux

Ces outils ont été parallélisés afin de les rendre compatibles avec le calcul de structure de type industrielle.

Les premiers résultats sont très encourageants. Néanmoins, de nouveaux outils sont en cours de développement afin de résoudre les problèmes liés à la rupture des éléments (généralisation des méthodes de suppression d'élément au cas du calcul non local). De plus, la prise compte du caractère laminaire des composites à matrice organique et la forte orientation de ces matériaux vont sûrement nous amener à modifier le calcul non local (passage d'une longueur d'arc isotrope à une longueur d'arc anisotrope).

Les auteurs tiennent à remercier la DGA/STTC pour son soutien financier au travers du Programme d'Etudes Amonts "Analyse MultiEchelle : Recherche Innovante pour les matériaux COMposites" (AMERICO), coordonné par l'ONERA.

Les auteurs tiennent également à remercier P. GOSSELET (LMT-CACHAN, France), E. LORENTZ (EDF, France) et J.F.MAIRE (ONERA, France) pour leurs aides dans l'accomplissement de ce travail.

## 6. Bibliographie

- [AYA 03] AYACHOUR E. H., « A fast implementation for GMRES method », *J. Of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 159, pp. 269-283, , 2003.
- [E.L 02] E. LORENTZ P. BADEL J. G.-E. G., « Modelling structural damage : numerical treatment of instabilities », *Mécanique & Industries*, 3, pp. 463-469, , 2002.

- [GOS 03] GOSSELET P., « Méthodes de décomposition de domaine et méthodes d'accélération pour des problèmes multichamps en mécanique non linéaire », *PhD thesis - LM2S - University of Paris 6 - France*, , 2003.
- [PEE 99] PEERLINGS R., « Enhanced damage modelling for fracture and fatigue », *Library technische universiteit Eindhoven*, , 1999.
- [RIK 76] RIKS E., « An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems in elastic stability », *14th International Congress of theoretical and Applied Mechanics*, , 1976.