



HAL
open science

Optimisation de couplage de modèles réduits par fonctionnelle de pénalisation de flux : application à un composant

Pierre Olivier Laffay, Olivier Quemener, Alain Neveu

► **To cite this version:**

Pierre Olivier Laffay, Olivier Quemener, Alain Neveu. Optimisation de couplage de modèles réduits par fonctionnelle de pénalisation de flux : application à un composant. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00158514

HAL Id: hal-00158514

<https://hal.science/hal-00158514>

Submitted on 29 Aug 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

OPTIMISATION DE COUPLAGE DE MODELES REDUITS PAR FONCTIONNELLE DE PENALISATION DE FLUX : APPLICATION A UN COMPOSANT

Pierre Olivier LAFFAY, Olivier QUEMENER, Alain NEVEU

Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Evry
40 rue du Pelvoux, CE1455 Courcouronnes 91020 Evry Cedex
laffay@crans.org, o.quemener@iut.univ-evry.fr, a.neveu@iut.univ-evry.fr

Résumé : Nous présentons dans cette étude une technique optimisée de réduction par modes de branche adaptée aux problèmes caractérisés par une résistance thermique de contact entre deux matériaux. Cette méthode fait intervenir une fonction de pénalisation de flux. On montre ainsi dans le cas d'un composant électronique muni d'un radiateur l'importance de cette fonction de pénalisation. Les résultats font apparaître un gain en temps calcul important pour une erreur entre modèles réduits et de référence tout à fait satisfaisante.

Mots clés :

Modèle réduit, Analyse modale, Modes de Branche, Résistance de contact

1. INTRODUCTION

Dans de nombreux problèmes industriels, la résistance de contact entre deux domaines solides n'est pas négligeable. Citons le refroidissement de pièces moulées, la tenue des roulements à billes à la température... La résolution numérique de tels problèmes s'effectue en couplant les deux domaines par un saut de température à l'interface.

L'utilisation de modèles réduits modaux pour ce type de problème avait été abordée [1] pour des problèmes linéaires à paramètres constants. Depuis peu la méthode de réduction par modes de branche [2] a permis la réduction de problèmes thermiques non linéaires. Nous présentons ici une généralisation de cette méthode de réduction dans laquelle différents modèles réduits modaux sont couplés entre eux. L'intérêt est alors de pouvoir réduire les problèmes avec résistances thermiques de contact et d'obtenir un gain en temps calcul.

2. DESCRIPTION DU PROBLEME POSE

Nous étudions le cas d'un microprocesseur dissipant une puissance interne sur lequel est monté un radiateur. A l'interface entre ces deux domaines, il existe une résistance thermique non négligeable [3]: $RTC = 0,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$. L'échange convectif est assuré par un ventilateur à deux vitesses, fonction d'une sonde de température montée à la surface du radiateur (point A en figure 1). La température extérieure est de 20°C. Le problème s'écrit :

$$j \in \{1,2\} \quad \forall M \in \Omega_j \quad c_j(M) \cdot \frac{\partial T_j(M,t)}{\partial t} = k_j(M) \Delta T_j(M,t) + \pi(M) \quad (1)$$

$$\forall M \in \Gamma_1 \quad \nabla T_1(M,t) \cdot n_1 = 0 \quad (2)$$

$$\forall M \in \Gamma_3 \quad -k_1(M) \cdot \nabla T_1(M,t) \cdot n_1 = k_2(M) \cdot \nabla T_2(M,t) \cdot n_2 = \frac{\square T(M,t) \square_{\Gamma_3}}{RTC} \quad (3)$$

$$\forall M \in \Gamma_2 \quad k_2(M) \cdot \nabla T_1(M, t) \cdot n_2 = h(T, t) \cdot (T_2(M, t) - T_f) \quad (4)$$

$$j \in \{1, 2\} \quad \forall M \in \Omega_j \quad T_j(M, 0) = T_{0,j}(M) \quad (5)$$

La notation $\llbracket f(M) \rrbracket_{\Gamma_3}$ correspond au saut de f à l'interface : $f(M)^{\Omega_1} - f(M)^{\Omega_2}$. Notons ainsi que la condition de conservation de flux à l'interface peut s'exprimer sous la forme :

$$\forall M \in \Gamma_3 \quad \llbracket \Phi \cdot n \rrbracket_{\Gamma_3} = 0 \quad (6)$$

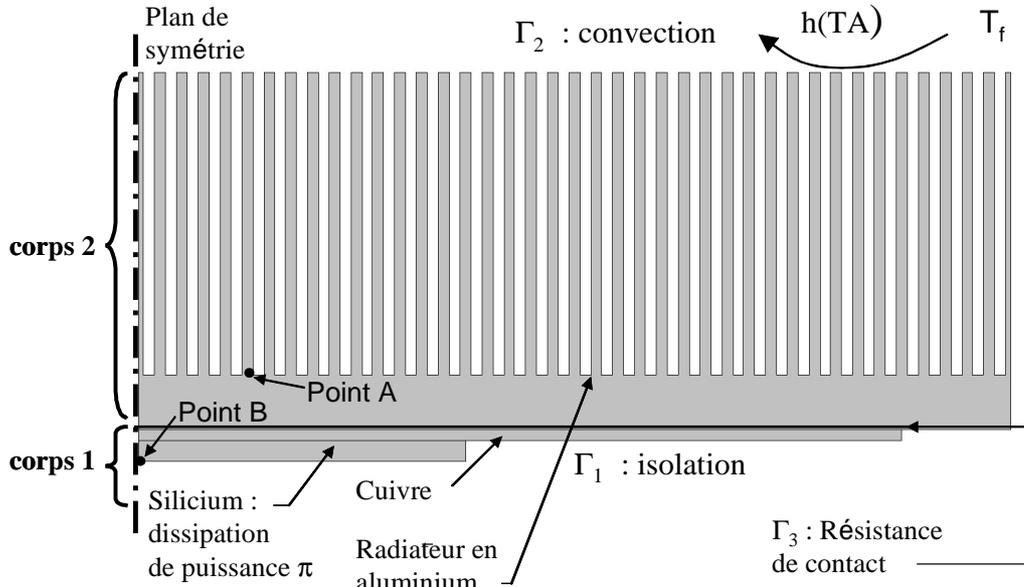


Figure 1 : Position du problème

Les valeurs des paramètres sont présentées tableau 1 et figure 2.

	$k (W.m^{-1}.K^{-1})$	$c (J.m^{-3}.K^{-1})$
Silicium	145	1514500
Cuivre	380	3363000
Aluminium	216	2340000

Tableau 1 : Propriétés des matériaux

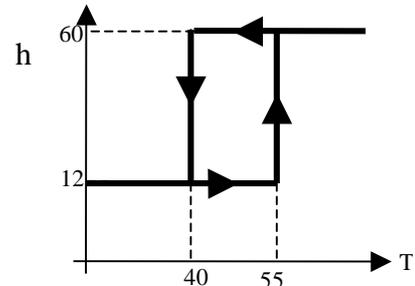


Figure 2 : Evolution du coefficient h

La formulation variationnelle faible de ce type de problème s'écrit (g étant une fonction test) :

$$\iint_{\Omega} c \frac{\partial T}{\partial t} g \, d\Omega + \Delta_{\Gamma_3}^T + \Delta_{\Gamma_3}^{\Phi} = - \iint_{\Omega} k \nabla g \cdot \nabla T \, d\Omega - \int_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2} g h (T - T_f) \, d\Gamma - \iint_{\Omega_2} \pi g \, d\Omega \quad (7)$$

On note Ω le domaine complet $\Omega_1 \cup \Omega_2$. Par rapport à la formulation classique, on note l'ajout de deux termes :

$$\Delta_{\Gamma_3}^T = - \int_{\Gamma_3} \frac{\llbracket T \rrbracket \llbracket g \rrbracket}{RTC} \, d\Gamma \quad (8)$$

Cette fonctionnelle correspond au terme de saut de température à l'interface, qui existe nécessairement pour une résistance de contact non nulle.

$$\Delta_{\Gamma_3}^{\phi} = \alpha \int_{\Gamma_3} [-k \nabla T \cdot n_3 - k \nabla g \cdot n_3] d\Gamma_3 \quad (9)$$

Cette fonctionnelle de saut de flux devrait être nulle d'après (6). Lorsque une réduction de modèle est effectuée, ce terme permet un équilibrage des erreurs sur les températures et sur les flux [4]. On verra lors de la réduction modale l'intérêt de cette fonctionnelle. Le paramètre α ($\text{K.m}^2.\text{W}^{-1}$) assure la cohérence dimensionnelle et le poids de ce terme dans l'équation (7).

3. RESOLUTION PAR MODELES MODAUX COUPLES

3.1. Définition du problème de branche couplé

Le problème de branche associé au problème physique posé est défini pour chaque corps par les équations suivantes :

$$j \in \{1, 2\} \quad \forall M \in \Omega_j \quad k_j(M) \Delta V_{ji}(M) = z_{ji} c_j(M) V_{ji}(M) \quad (10)$$

$$j \in \{1, 2\} \quad \forall M \in \partial\Gamma_j \quad k_j \nabla V_{ji}(M) \cdot n_j = -\zeta_j z_{ji} V_{ji}(M) \quad (11)$$

où z_i et V_i correspondent respectivement à la i -ème valeur propre et au i -ème vecteur propre du corps j . On note que la condition limite est indépendante des conditions physiques, ce qui rend la base modale utilisable quelque soit les conditions limites. Le nombre de Steklov ζ est un paramètre nécessaire pour assurer l'homogénéité de l'équation (7). Sa valeur est choisie de manière à assurer un équilibre numérique entre (10) et (11) [2], soit $\zeta_1 = 6400 \text{ J.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ et $\zeta_2 = 795 \text{ J.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.

On définit alors une base dite structurée qui est définie sur tout le domaine $\Omega_1 \cup \Omega_2$, en considérant tous les modes des deux bases de branches, prolongés par zéro sur chaque domaine complémentaire, que l'on note simplement W_k

3.2. Réduction et obtention du problème d'état

La réduction s'effectue selon la technique de l'amalgame pour chaque base V , dans laquelle tous les modes sont gardés mais rassemblés en \tilde{N} modes réduits [5]. Comme précédemment, on obtient alors une base structurée réduite \tilde{W}_k . On peut ainsi écrire que :

$$T(t, M) = \sum_{k=1}^N x_k(t) W_k(M) \approx \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \tilde{x}_k(t) \tilde{W}_k(M) \quad (12)$$

Connaissant les \tilde{N} modes amalgamés, le problème revient donc à calculer les états d'excitation \tilde{x}_k par projection du problème thermique sous forme variationnelle (7) sur la base structurée réduite, en choisissant comme fonction test g les modes \tilde{W}_k .

Sous forme matricielle on obtient alors :

$$\begin{pmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_2 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -M_1 & 0 \\ 0 & -M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \quad (13)$$

On obtient ainsi un problème modal couplé par le dernier terme, qui n'est calculé qu'une seule fois. L'intérêt réside alors dans le fait que ce couplage s'effectue directement dans l'espace des modes. Il n'est plus nécessaire de revenir dans l'espace des températures, d'où un gain en temps calcul.

4. RESULTATS

4.1 Modèle complet

Le modèle de référence est obtenu par résolution de l'équation (7) sans la fonctionnelle de saut de flux (9), selon la méthode des éléments finis P^1 . On utilise un solveur implicite à pas de temps variable. Les systèmes matriciels sont résolus par gradient conjugué préconditionné par la diagonale. Le PC a une fréquence de 2.4Ghz, pour une mémoire vive de 2Go.

Pour des maillages de 6397 nœuds pour le radiateur et 979 nœuds pour le processeur, pour une simulation sur 1000s, le temps CPU est de 9361s. Les figures (2) et (3) présentent un champ spatial et l'évolution temporelle au point A

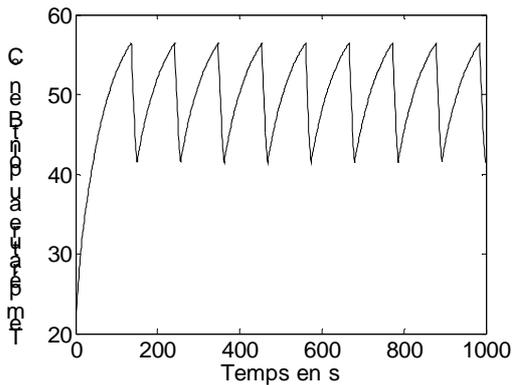


Figure 2 : Evolution temporelle de la température au point B

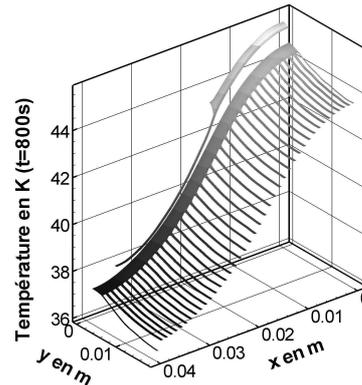


Figure 3 : Vue du champ de température pour t=800s

4.2. Modèle réduit

Le modèle modal se présente sous la forme de matrices pleines de petites taille, le système est alors résolu par décomposition LDL^t . La figure 4 présente l'influence de la fonctionnelle de saut de flux (9) sur l'erreur maximum obtenue entre modèle réduit et modèle complet, pour deux modèles réduits de 10 et 80 modes. On s'aperçoit qu'il existe un optimum à la valeur de cette fonctionnelle, optimum qui dépend de la taille du modèle réduit. Par ailleurs, l'influence du paramètre de pénalisation est d'autant plus importante que \tilde{N} est grand. En effet, cette augmentation du nombre de modes (qui permet d'améliorer la reconstruction du champ thermique) s'accompagne d'une augmentation de la valeur propre z_k . La condition aux limites de Steklov (11) entraîne alors l'augmentation du terme $k_j \nabla V_{ji}(M) \cdot n_j$ pour les modes non nuls à la frontière (voir figure 5). Cela dégrade donc la valeur du flux reconstitué à l'interface.

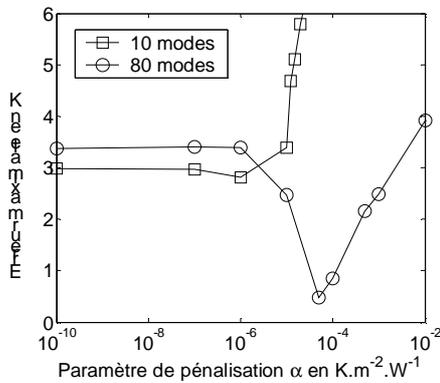


Figure 4 : Effet du paramètre de pénalisation

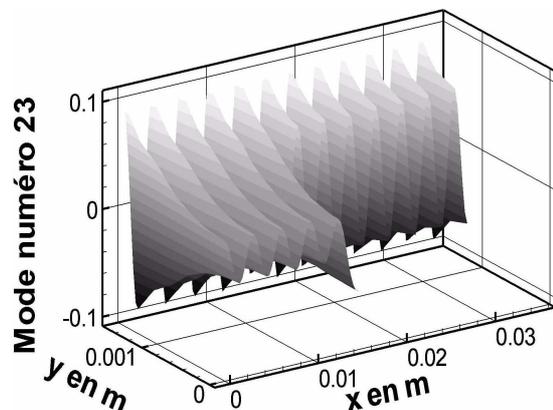


Figure 5 : Vue du mode numéro 23

Le temps de calcul est de 10s pour le modèle à 10 modes et de 133s pour celui à 80 modes. Le paramètre de pénalisation permet alors d'obtenir une erreur maximum qui passe de 2.81K à 0.46K entre les deux modèles réduits. De même l'erreur moyenne passe de 0.13K à 0.03K.

CONCLUSION

L'étude présentée a permis de montrer l'efficacité de la méthode de réduction modale par mode de branches pour un problème caractérisé par l'existence d'une résistance thermique de contact. On obtient en effet un très fort gain en temps calcul : 930 pour le modèle à 10 modes et 70 pour celui à 80 modes. Cette étude a en outre permis de montrer l'importance d'un terme correcteur qui permet un équilibrage entre erreur sur les températures et erreur sur le flux à l'interface de couplage. Tout le problème consiste à bien choisir la pondération de la fonctionnelle de saut flux, puisque la précision du modèle réduit est très sensible à ce coefficient. Ce point fait l'objet de nos travaux à venir.

Nomenclature

c	capacité volumique, $J.m^{-3}.K^{-1}$	z	valeur propre, s^{-1}
C	matrice de couplage modal, $W.K$	Symboles grecs	
g	fonction test de la forme variationnelle	Γ	frontière d'un corps
h	coefficient convectif, $W.m^{-2}.K^{-1}$	Ω	domaine d'un corps
k	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	π	puissance volumique, $W.m^{-3}$
L	matrice de capacité modale, $J.K$	ζ	nombre de steklov, $J.m^{-2}.K^{-1}$
M	matrice de transfert modale, $W.K$	exposant, Indices	
S	matrice de sollicitation modale, W	j	indice du corps
T	température, K	i	indice du mode pour le corps j
V	vecteur du mode de branche,	k	indice du mode de la base structurée
V	matrice des modes, K	\tilde{V}	vecteur amalgamé
W	vecteur du mode de branche prolongé, K		
x	état d'excitation du mode, K		
X	vecteur-matrice, des états, K		

Références

- [1] B. FLAMENT, F. BOURQUIN, A. NEVEU, Synthèse modale : une méthode de sous structuration dynamique pour la modélisation de systèmes thermiques linéaires, IJHMT, 36(6), 1993.
- [2] A. NEVEU, K. EL KHOURY, B. FLAMENT, Simulation de la conduction non linéaire en régime variable : décomposition sur les modes de branche, Int J. Thermal Science, Vol 38, pp. 289-304, 1999.
- [3] J.O. GWINN, R.L. WEBB, Performance and testing of thermal interface materials, Microelectronics Journal 34, pp. 215-222, 2003.
- [4] F. BREZZI, B. COCKBURN, L.D. MARINI, E. SULI, Stabilization mechanisms in discontinuous Galerkin finite element methods, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 195, pp. 3293-3310, 2006.
- [5] A. OULEFKI, A. NEVEU, Réduction par amalgame modal d'un modèle thermique, J.Phys. III France 3 (1993), 303-320.